



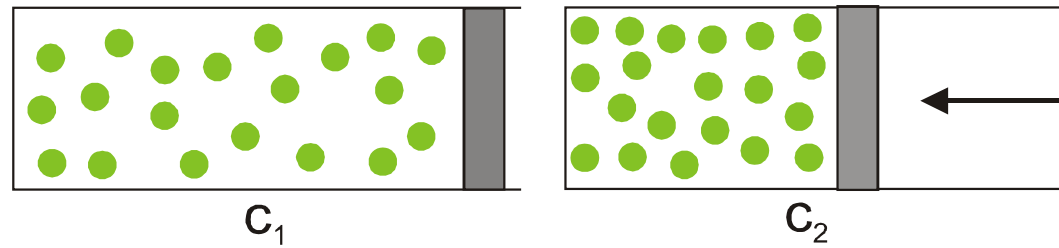
Kaliumgleichgewichtspotential, Film aus „Neuroscience, Exploring the Brain“

$$U = \frac{R \cdot T}{F} \cdot \ln \frac{[K^+]_e}{[K^+]_i}$$

Beispiel: $[K^+]_e = 5.5 \frac{mMol}{l}, [K^+]_i = 150 \frac{mMol}{l}$

$$U_K = 58mV \cdot \log \left(\frac{5.5 \frac{mMol}{l}}{150 \frac{mMol}{l}} \right) = -83mV$$

Die Potentialdifferenz zwischen Zellinnenraum und Extrazellulärflüssigkeit betrüge also -83 mV, wenn die Zellmembran nur für K⁺-Ionen permeabel wäre.



$$W_{osm} = \int_{V_1}^{V_2} p \, dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{n \cdot R \cdot T}{V} \, dV = n \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$V_2 = \frac{n}{c_2} \quad V_1 = \frac{n}{c_1}$$

$$W_{osm} = n \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{c_1}{c_2}$$

$$W_{elektr} = Q \cdot U$$

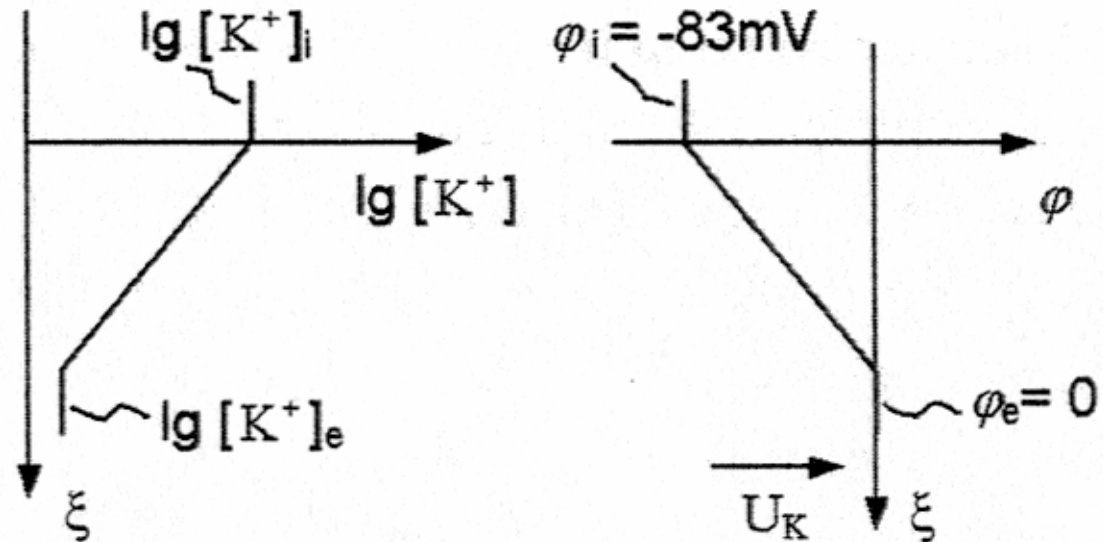
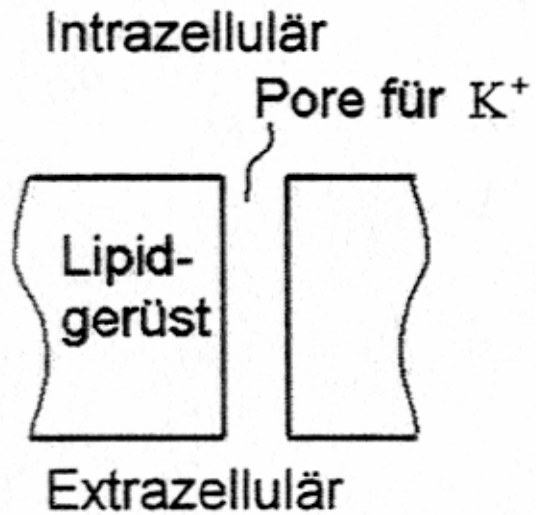
$$Q = n \cdot z \cdot F$$

$$W_{elektr} = n \cdot z \cdot F \cdot U$$

$$W_{elektr} = W_{osm} \Rightarrow n \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{c_1}{c_2} = n \cdot z \cdot F \cdot U$$

$$U = \frac{R \cdot T}{z \cdot F} \ln \frac{c_1}{c_2}$$

Herleitung Nernst Gleichung

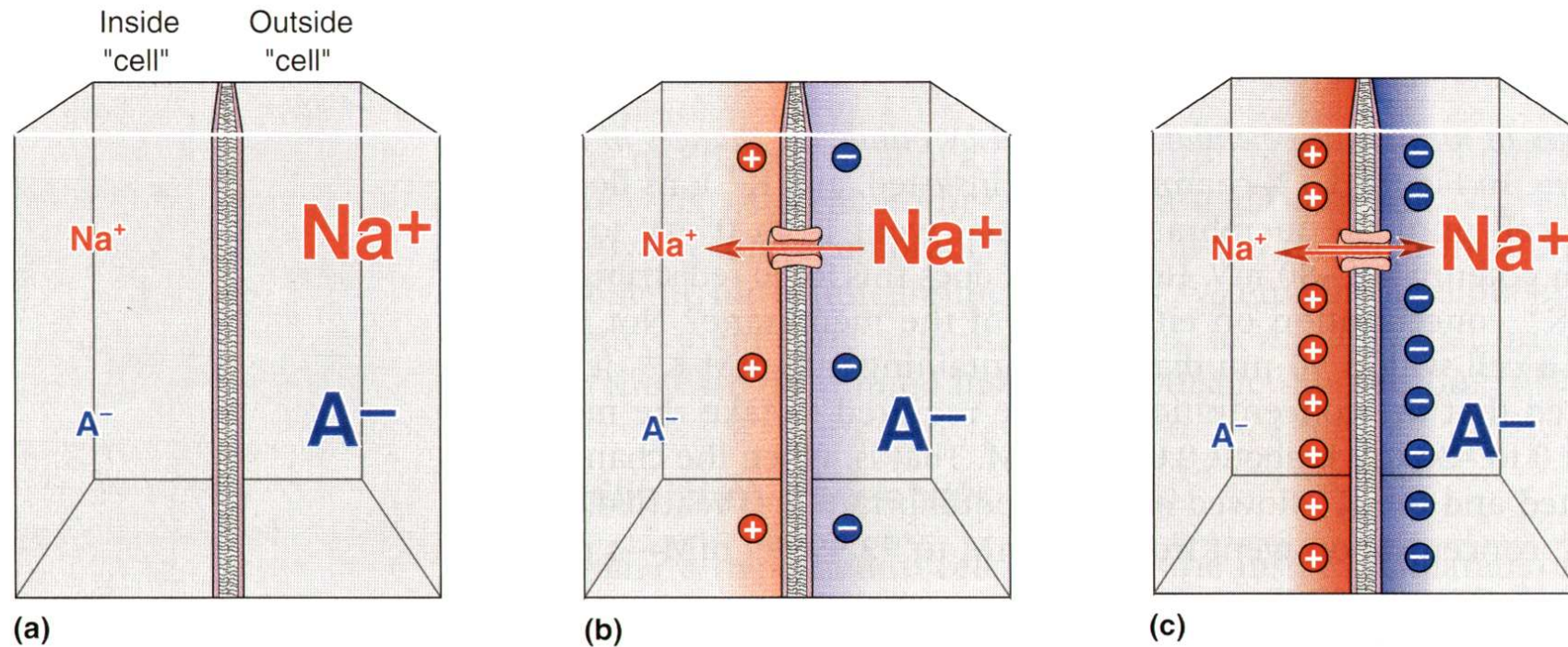


$$\frac{d\phi}{d\xi} = \frac{R \cdot T}{F \cdot z} \cdot \frac{d(\ln[K^+])}{d\xi} \quad \text{Integration über } d_M \Rightarrow$$

$$U = \frac{R \cdot T}{F} \cdot \ln \frac{[K^+]_e}{[K^+]_i}$$

R: Gaskonstante: 8,31 J mol x K), F: Faradaykonstante: 96485 C / mol

$$\approx 58\text{mV} \cdot \ln \frac{[K^+]_e}{[K^+]_i} \quad (\text{Nernst - Gleichung})$$



	extrazelluläre Konzentration			intrazelluläre Konzentration			Konzentr. Verhältnis	Diffus. richtung
	M	N	TA	M	N	TA	für M	
[Na ⁺]	120	150	460	9	15	50	13 : 1	⇒
[K ⁺]	2,5	5,5	10	140	150	400	1 : 56	⇐
[Cl ⁻]	120	125	540	4	9	50	30 : 1	⇒
[Ca ²⁺]	1			0,001			1000 : 1	⇒

Goldmann-Gleichung:

$$U = \frac{R \cdot T}{F} \cdot \ln \left(\frac{p_K \cdot [K^+]_e + p_{Na} \cdot [Na^+]_e + p_{Cl} \cdot [Cl^-]_i}{p_K \cdot [K^+]_i + p_{Na} \cdot [Na^+]_i + p_{Cl} \cdot [Cl^-]_e} \right)$$

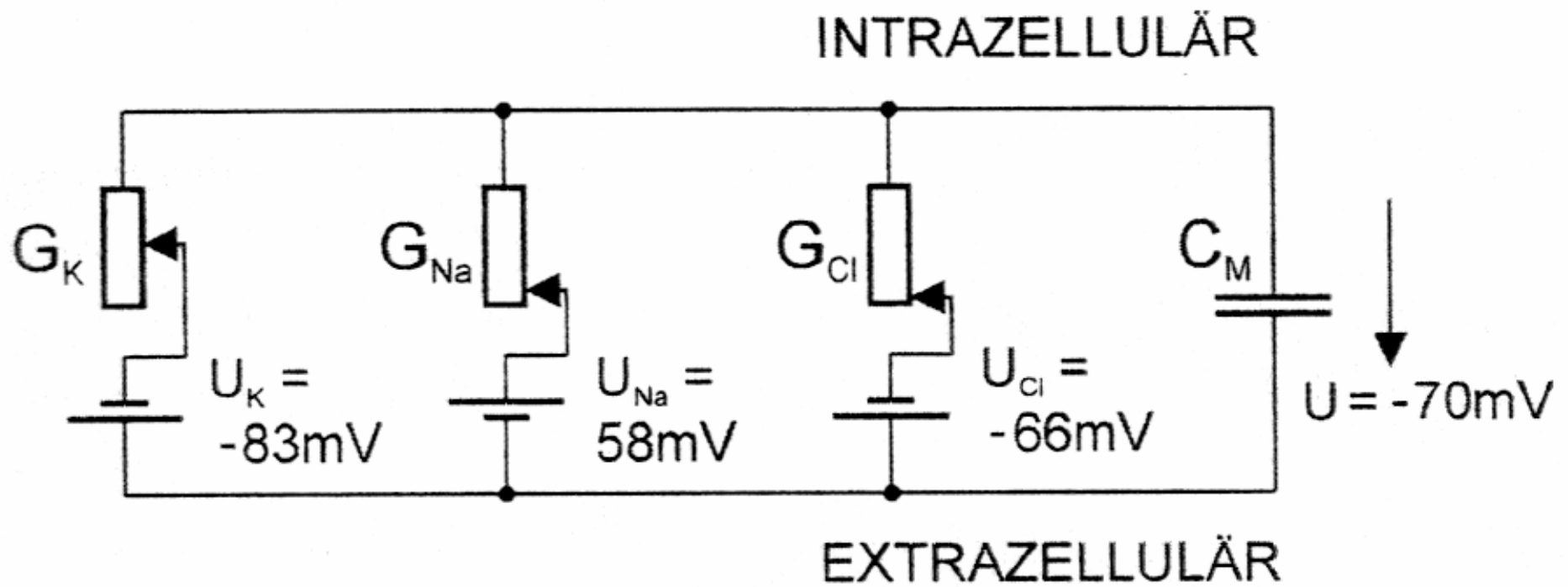
Beispiel: Motoneuron ($U_{\text{rest}} = -70\text{mV}$)

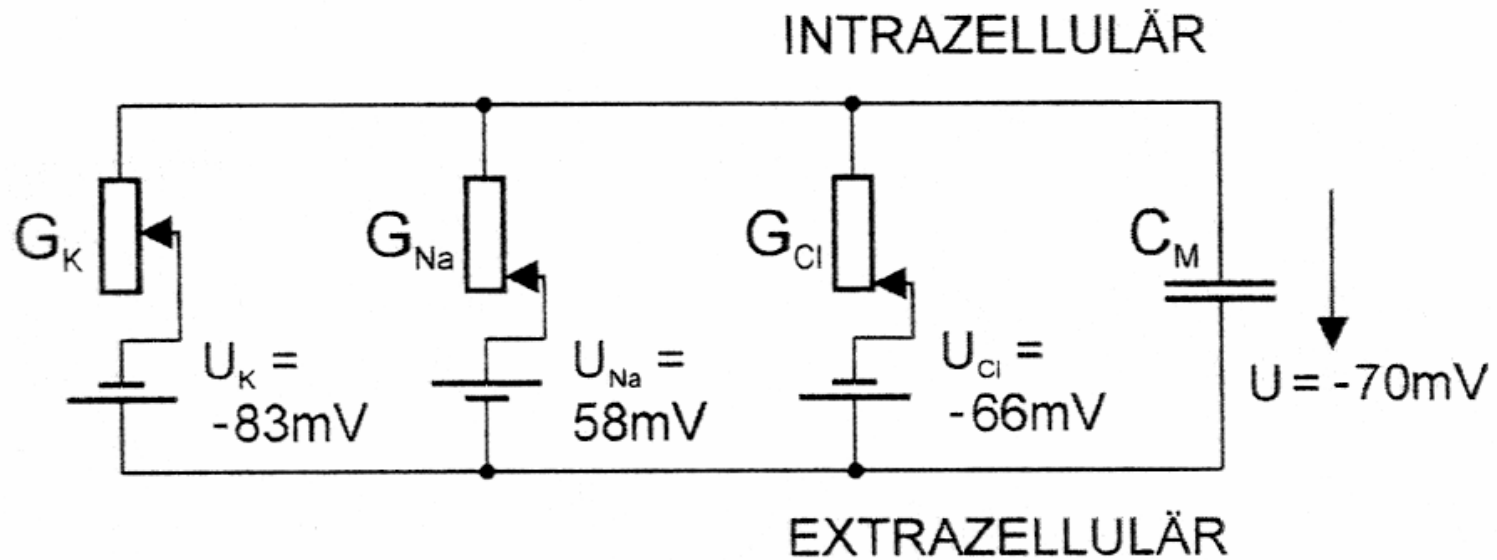
$$U = 58\text{mV} \cdot \log \left(\frac{5,5 \cdot p_K + 150 \cdot p_{Na} + 9 \cdot p_{Cl}}{150 \cdot p_K + 15 \cdot p_{Na} + 125 \cdot p_{Cl}} \right) = -70\text{mV}$$

$$\Rightarrow p_K : p_{Na} : p_{Cl} \approx 40 : 1 : 0$$

p: Membranpermeabilität [m/s]

	extrazelluläre Konzentration			intrazelluläre Konzentration			Konzentr. Verhältnis	Diffus. richtung
	M	N	TA	M	N	TA	für M	
[Na ⁺]	120	150	460	9	15	50	13 : 1	⇒
[K ⁺]	2,5	5,5	10	140	150	400	1 : 56	⇐
[Cl ⁻]	120	125	540	4	9	50	30 : 1	⇒
[Ca ²⁺]	1			0,001			1000 : 1	⇒





$$I_{Na} = g_{Na} \cdot (V_m - U_{Na})$$

$$I_K = g_K \cdot (V_m - U_K)$$

$$I_{Cl} = g_{Cl} \cdot (V_m - U_{Cl})$$

Gleichgewichtszustand :

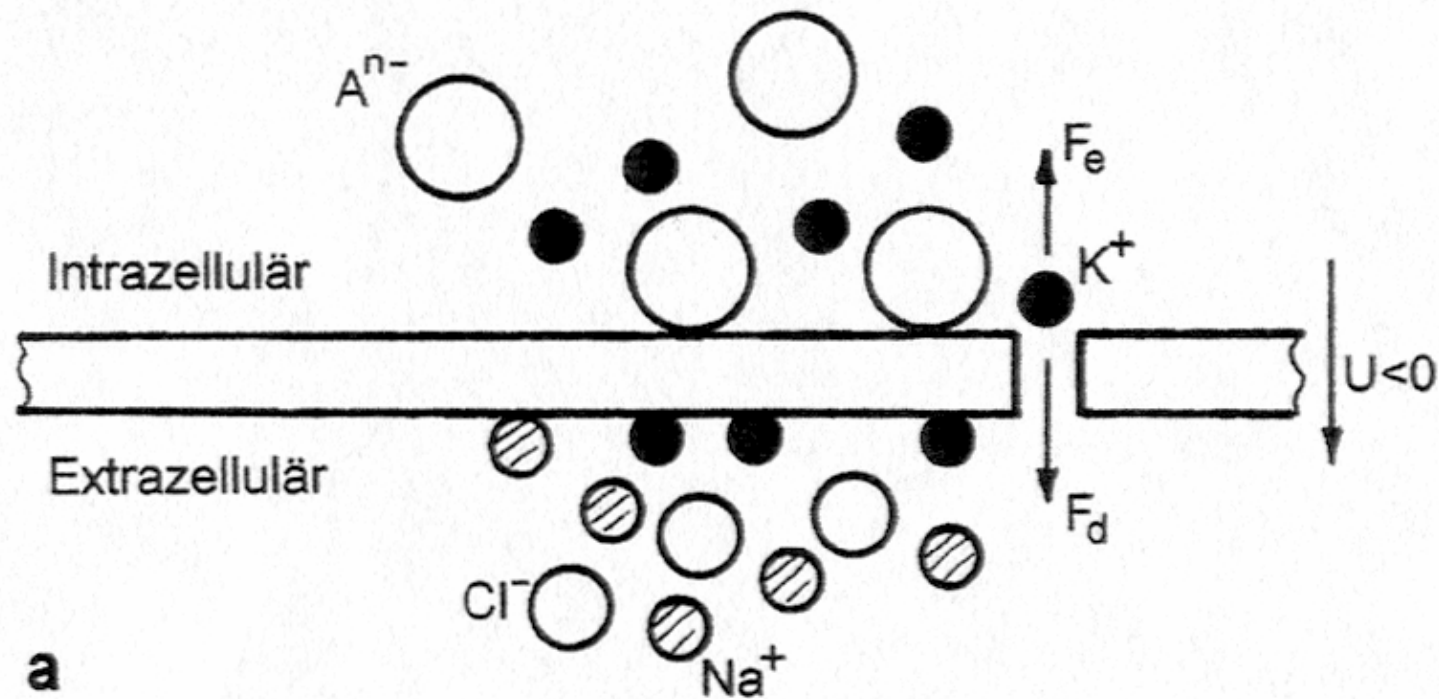
$$I_{Na} + I_K + I_{Cl} = 0$$

$$V_m = \frac{U_{Na} g_{Na} + U_K g_K + U_{Cl} g_{Cl}}{g_{Na} + g_K + g_{Cl}}$$

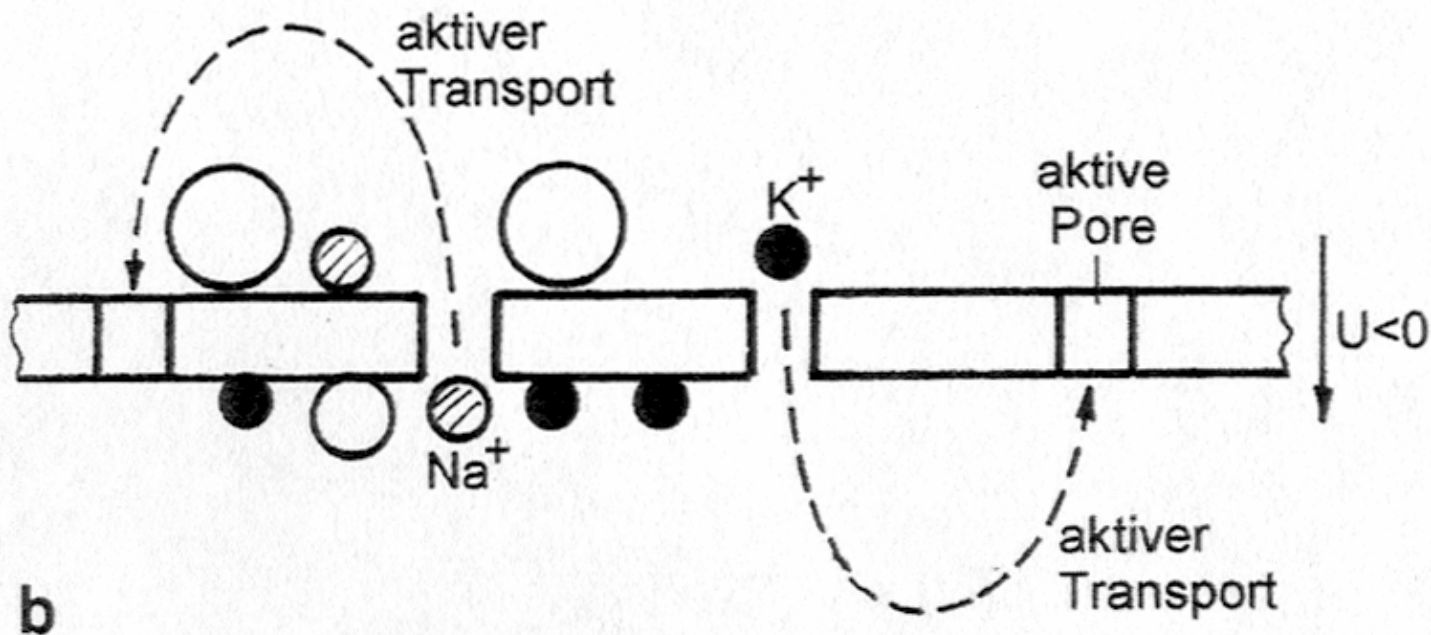
$$V_m = \frac{R \cdot T}{F} \cdot \ln \left(\frac{p_K \cdot [K^+]_e + p_{Na} \cdot [Na^+]_e + p_{Cl} \cdot [Cl^-]_i}{p_K \cdot [K^+]_i + p_K \cdot [Na^+]_i + p_{Cl} \cdot [Cl^-]_e} \right)$$

$$V_m = \frac{U_{Na} g_{Na} + U_K g_K + U_{Cl} g_{Cl}}{g_{Na} + g_K + g_{Cl}}$$

→ Die Leitfähigkeiten g und die Permeabilitäten p sind nicht zueinander proportional!

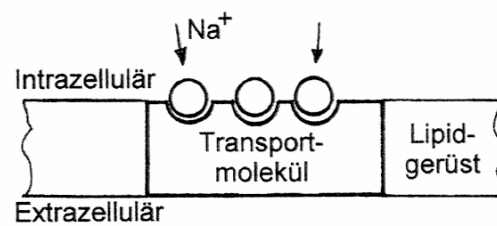


a

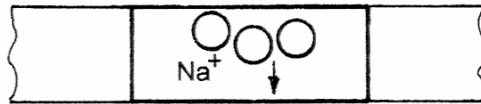


b

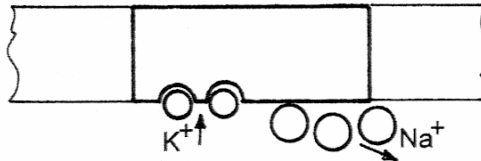
Schritt 1 -
Molekül in Konformation 1
mit KLK-Passung für Na^+ innen



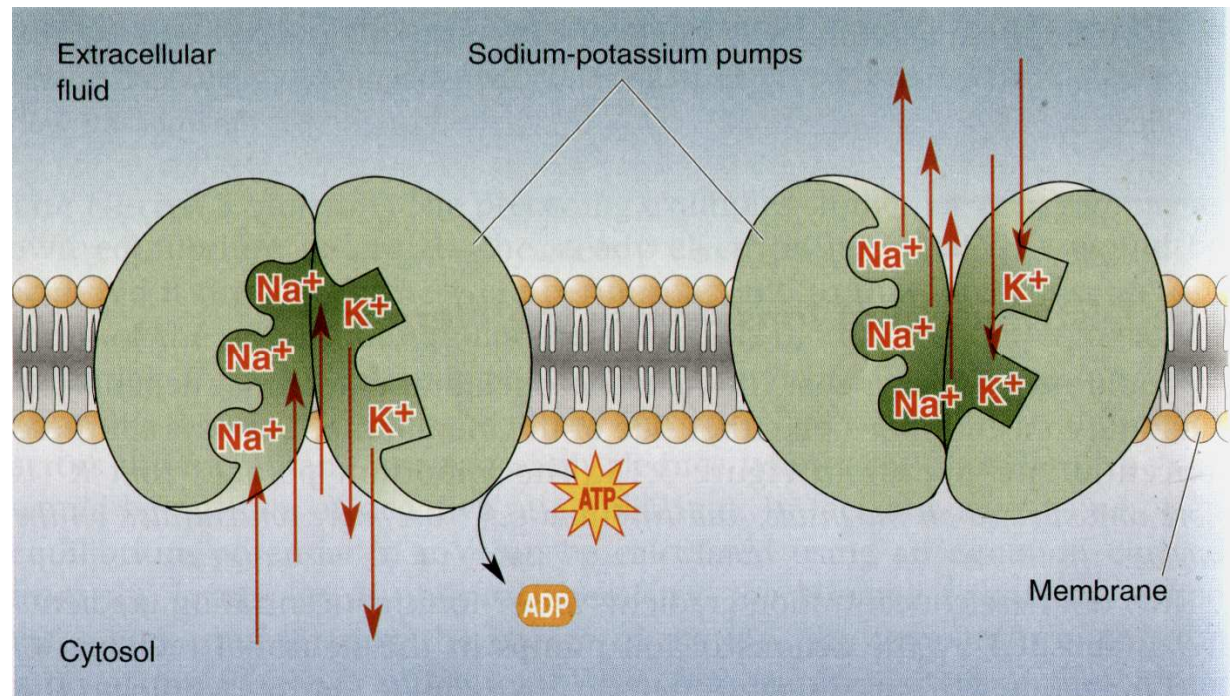
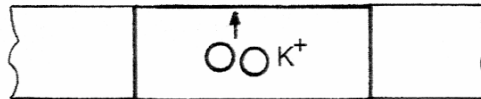
Schritt 2 -
Unter Aufwand von ATP
Übergang zu Konformation 2
bei Translokation von Na^+ nach außen

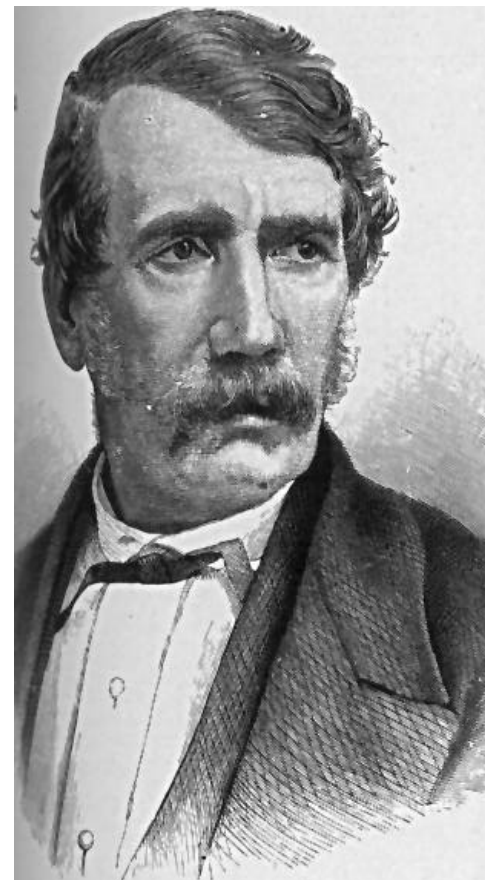
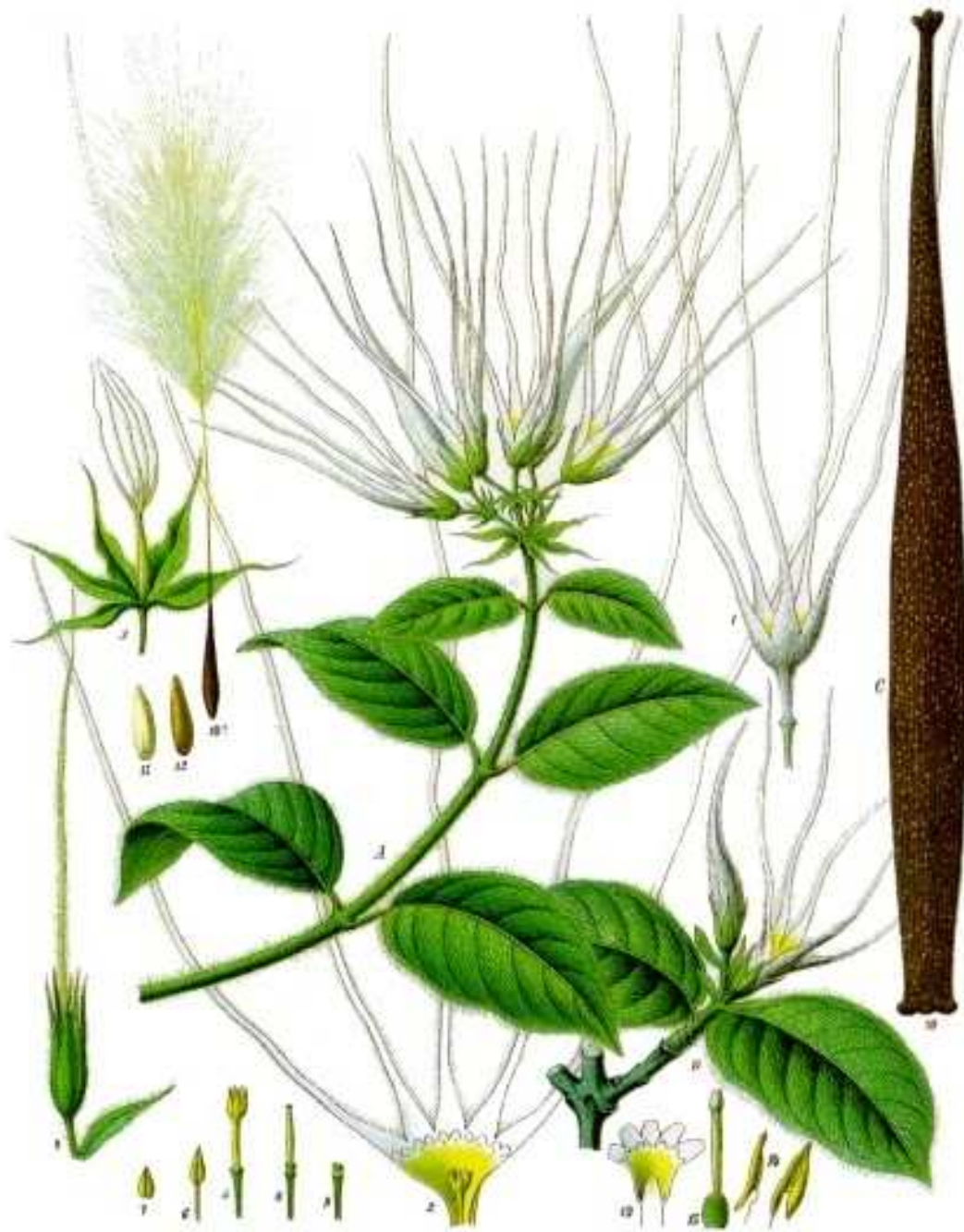


Schritt 3 -
Molekül in Konformation 2
mit KLK-Passung für K^+ außen

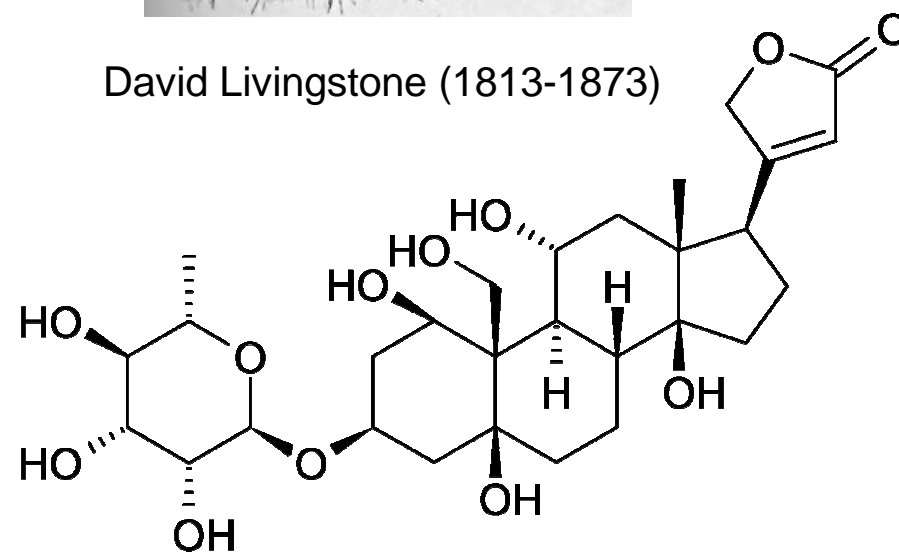


Schritt 4 -
Rückfall in Konformation 1
bei Translokation von K^+ nach innen





David Livingstone (1813-1873)



Oubain (g-Strophanthin)

Messung neuronaler Elektrizität

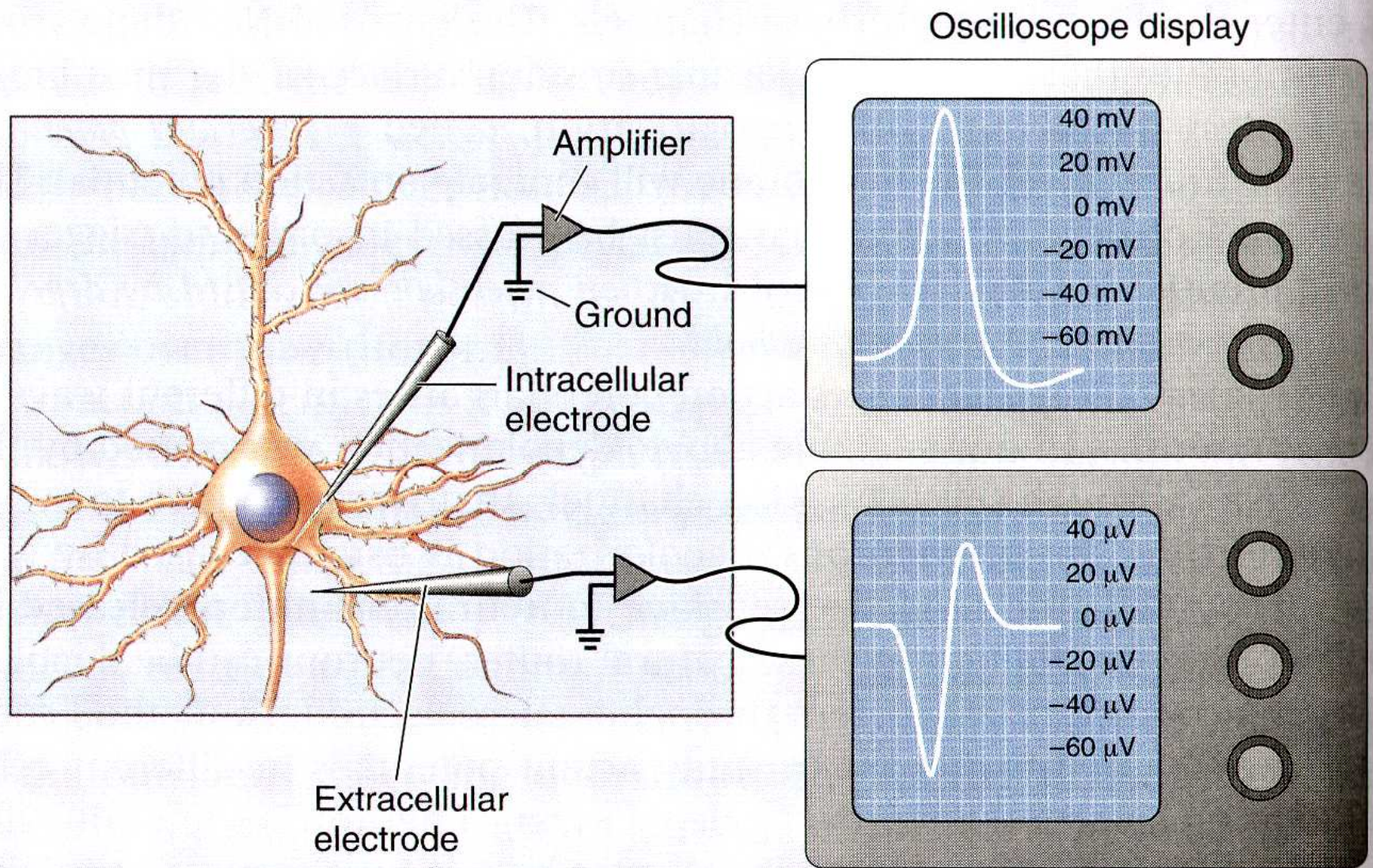
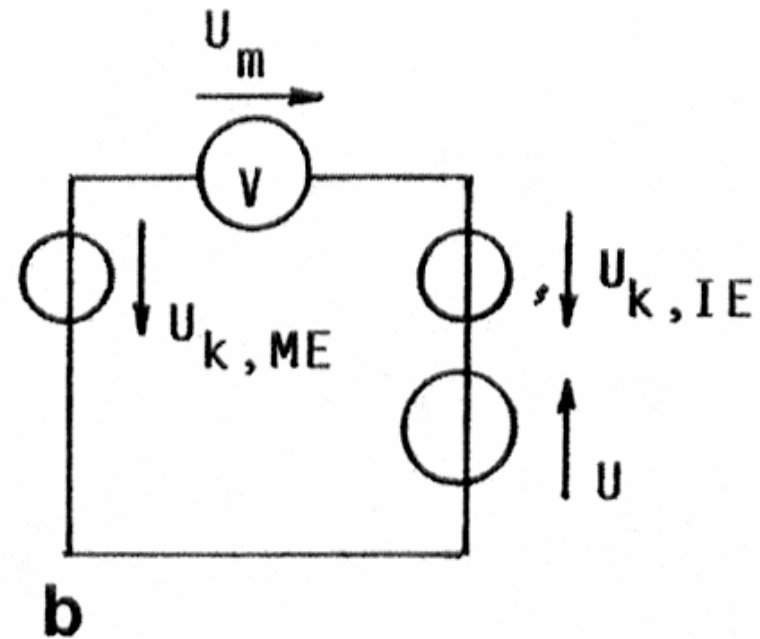
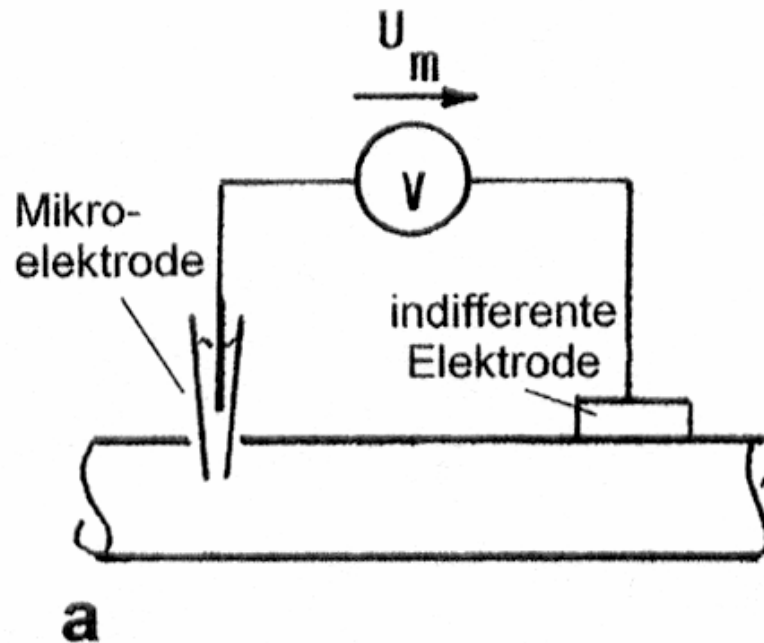


FIGURE A

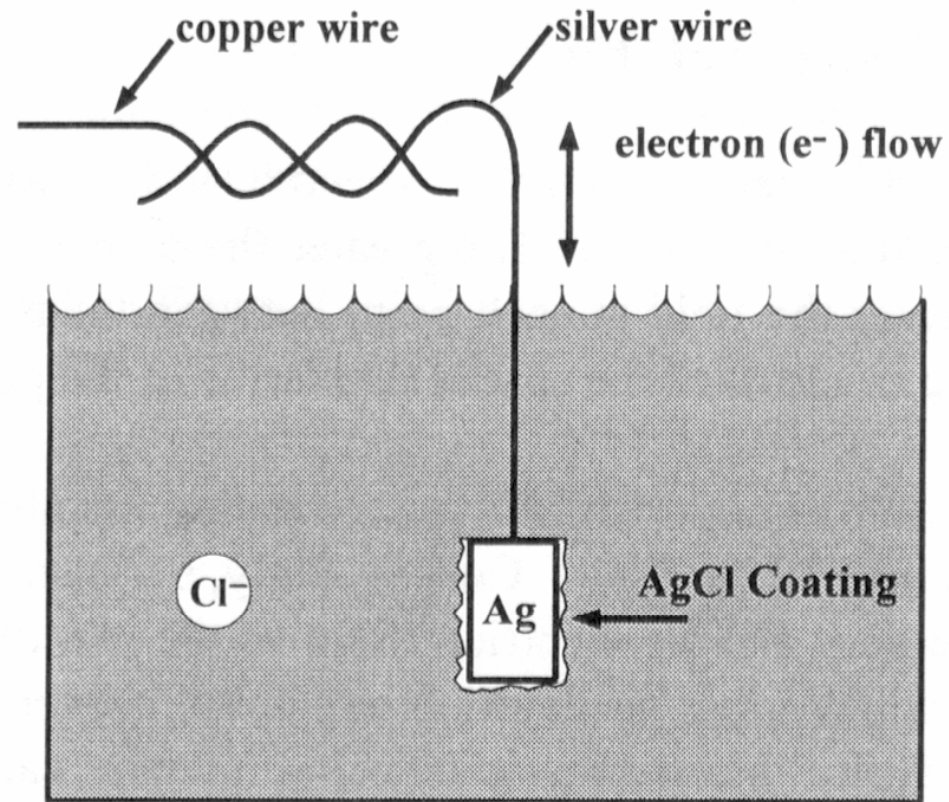
Technische Probleme bei der Messung von Membranpotentialen

Kontaktspannung zwischen Metallelektrode und Elektrolyt ($U_{k,ME}$)

Kontaktspannung zwischen indifferenter Elektrode und Elektrolyt ($U_{k,IE}$)



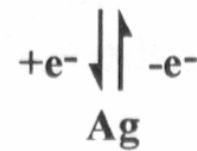
$$U_M = U + U_{k,ME} - U_{k,IE}$$

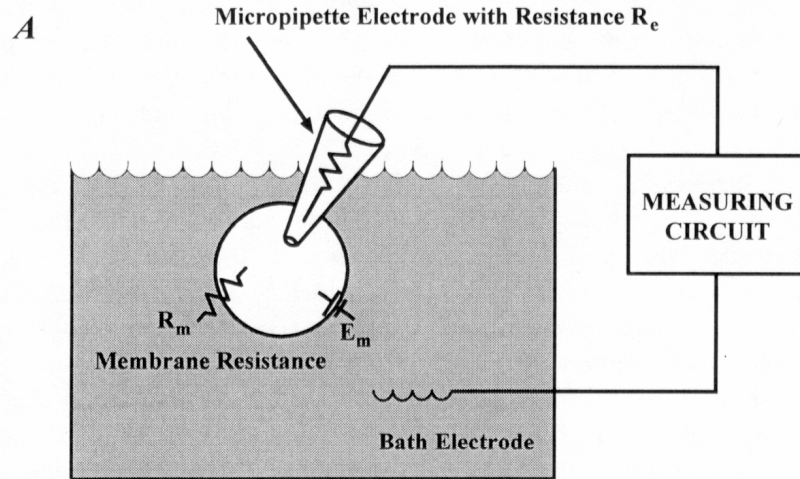


Electrode reaction:

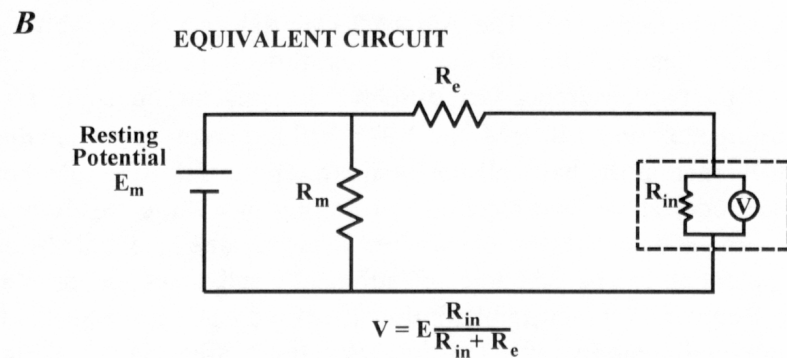


This reaction can also be presented by:





$$V = E \cdot \frac{R_{in}}{R_{in} + R_e}$$



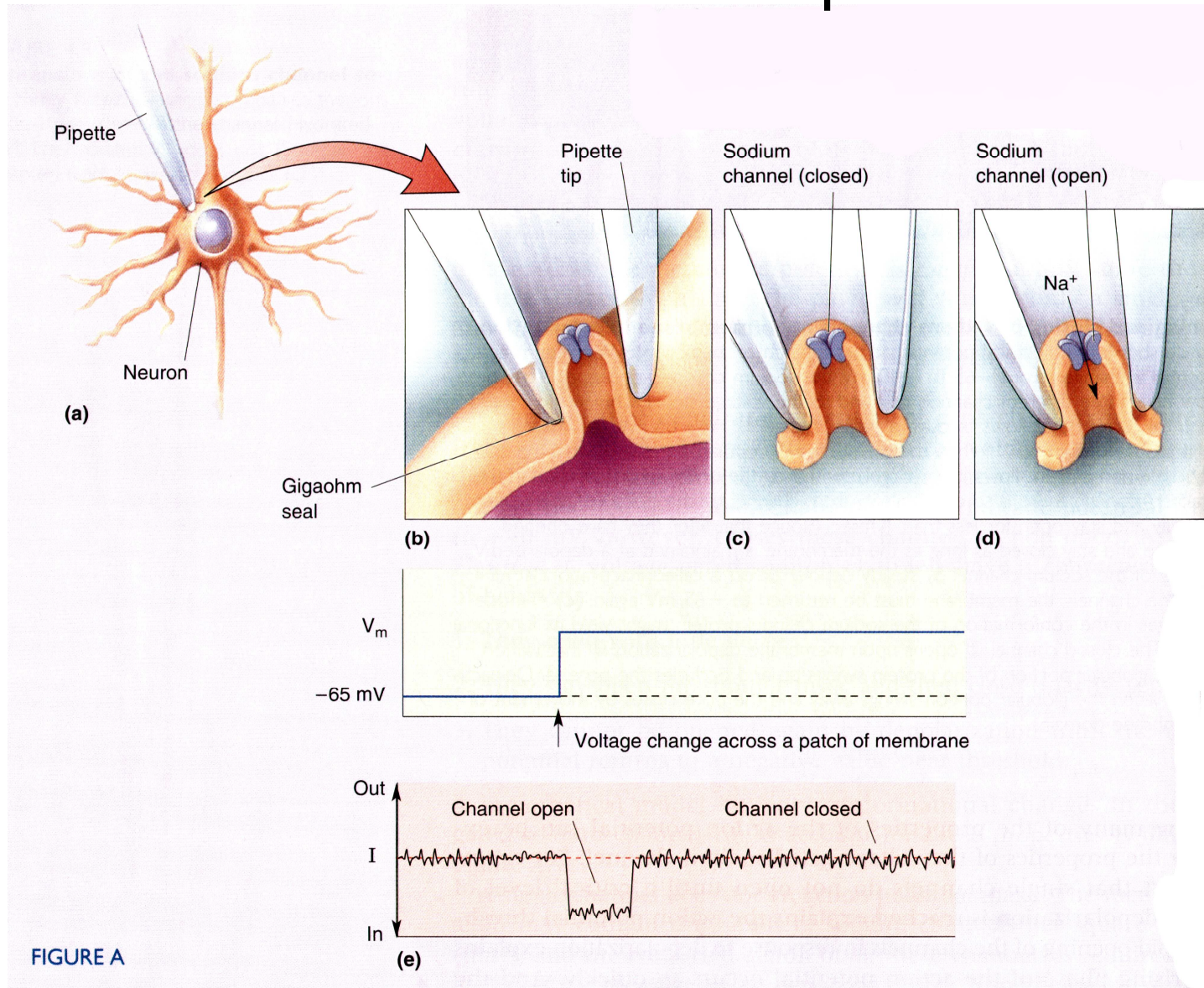
V: gemessene Spannung

R_{in} : Eingangswiderstand des Verstärkers

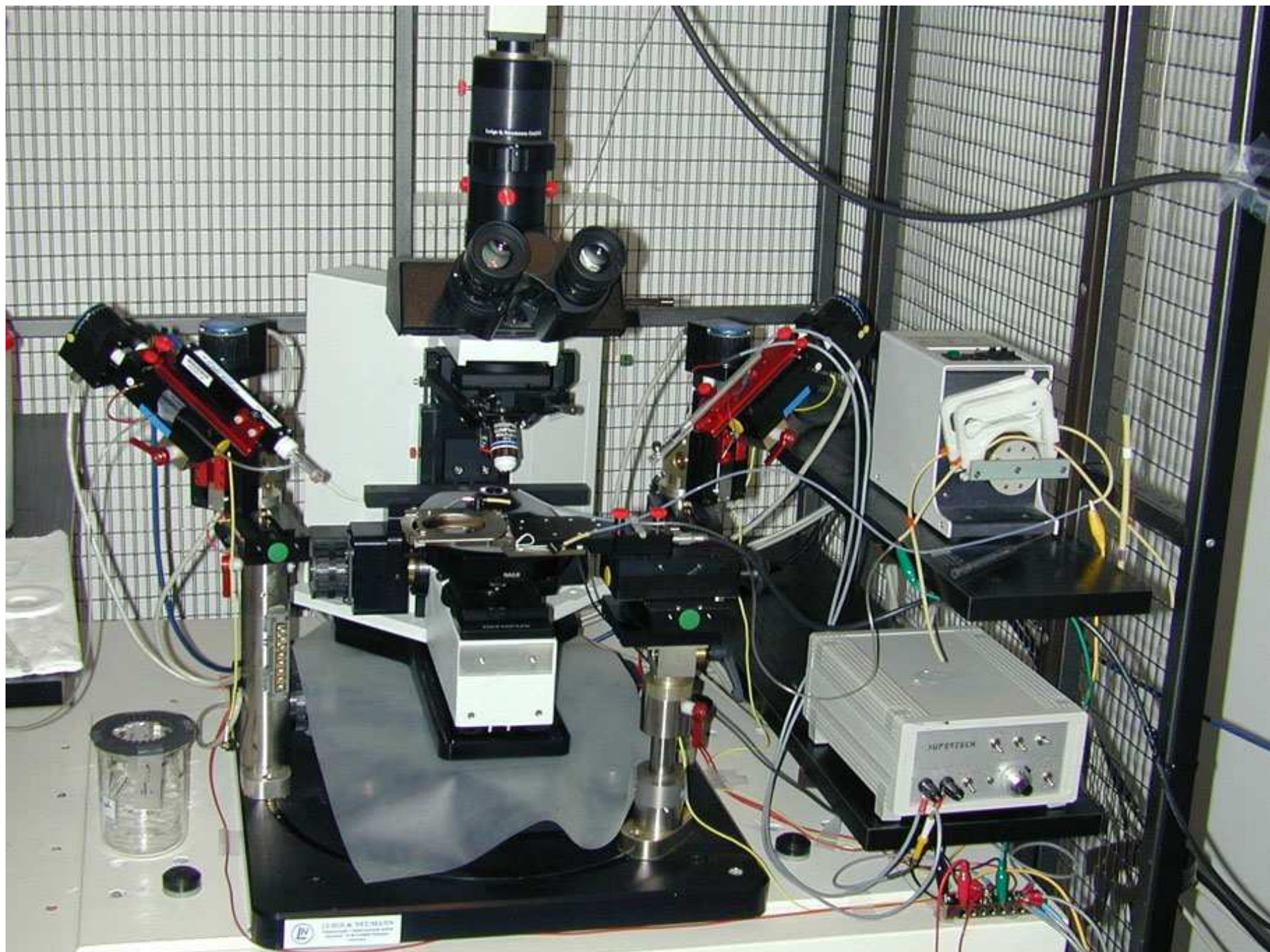
R_e : Widerstand der Messelektrode



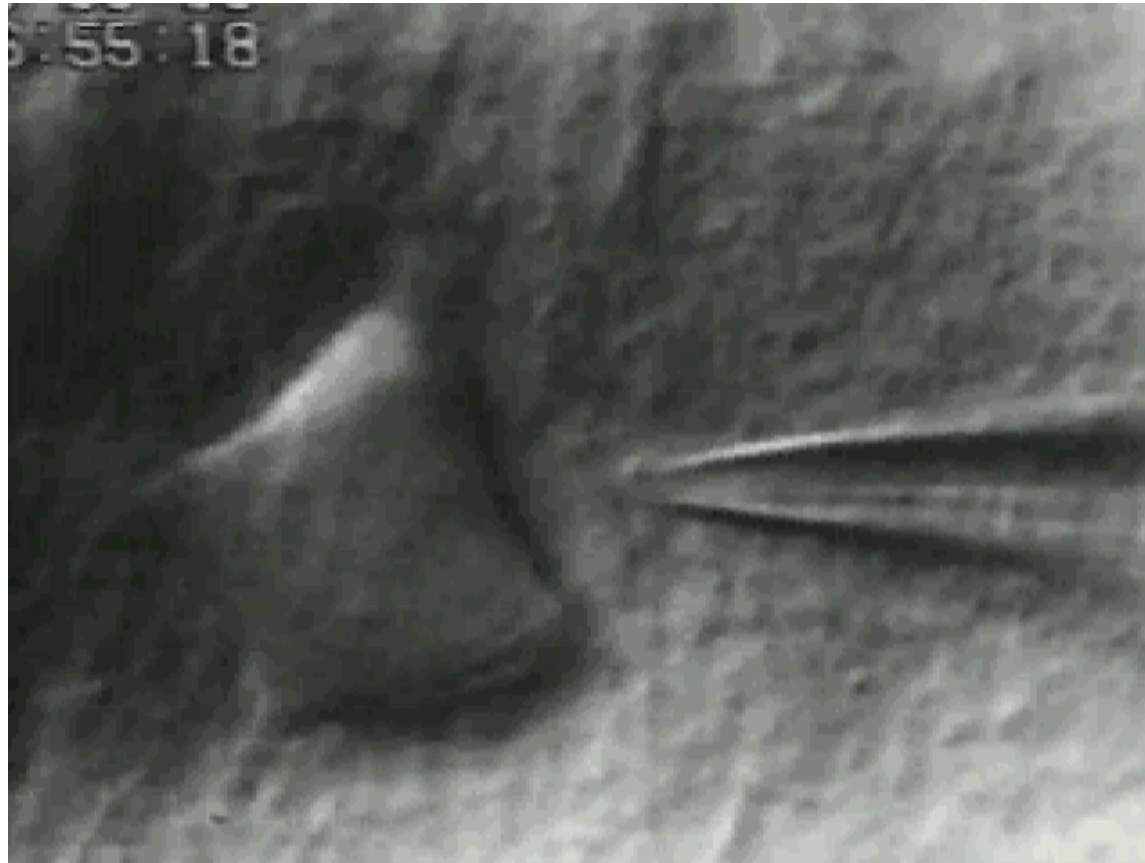
Patch-Clamp



Näher und Sakmann: Nobelpreis 1991

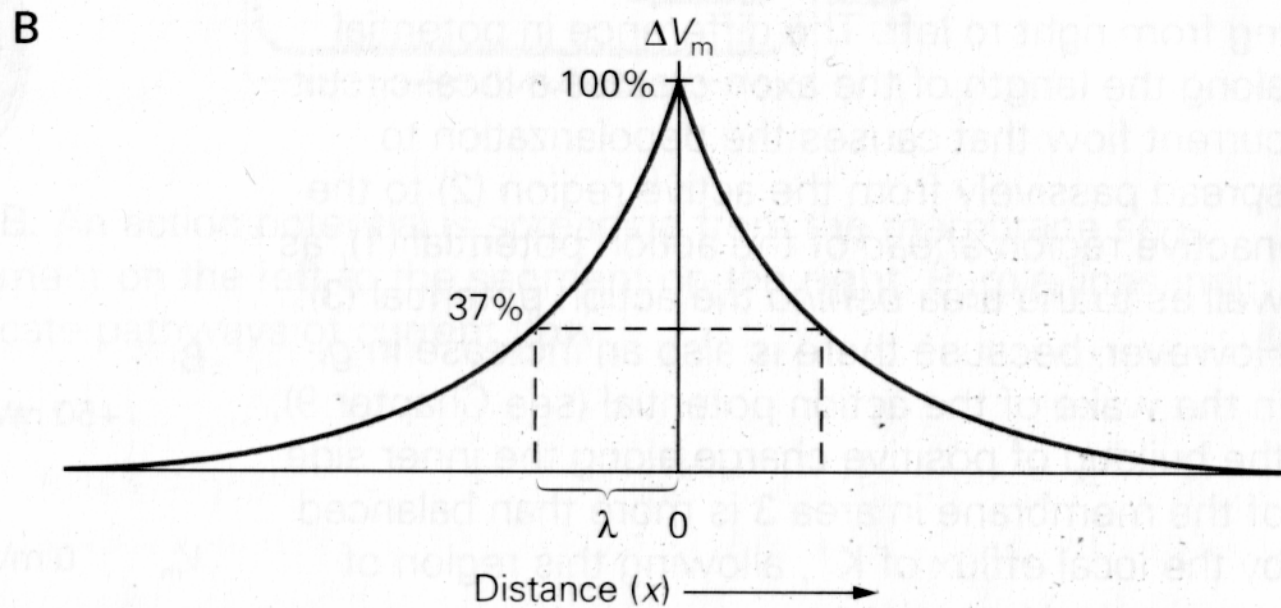
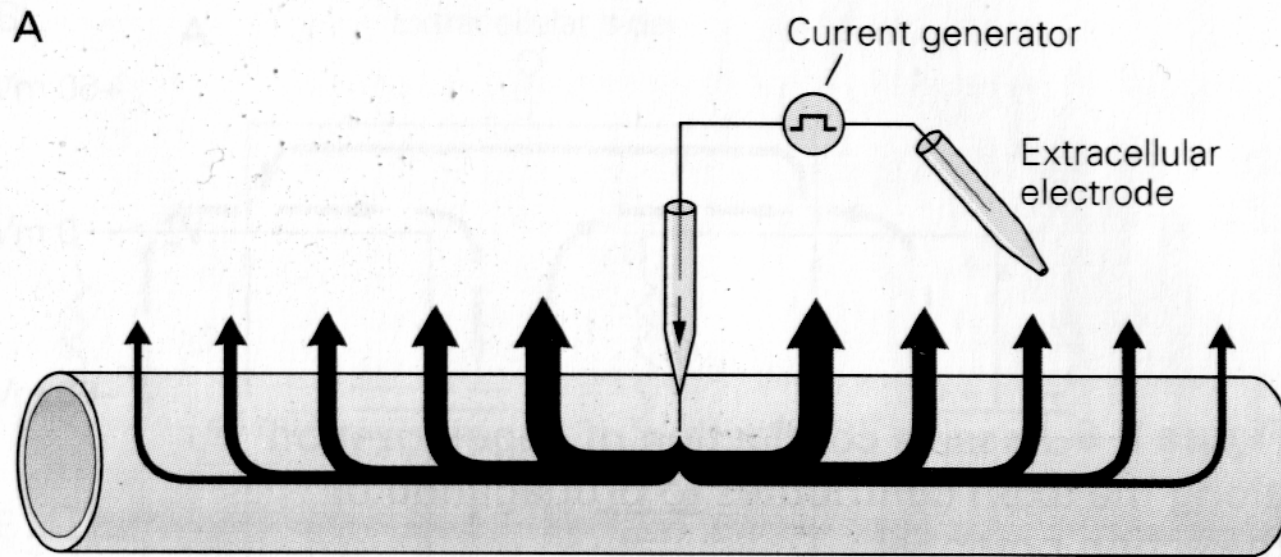


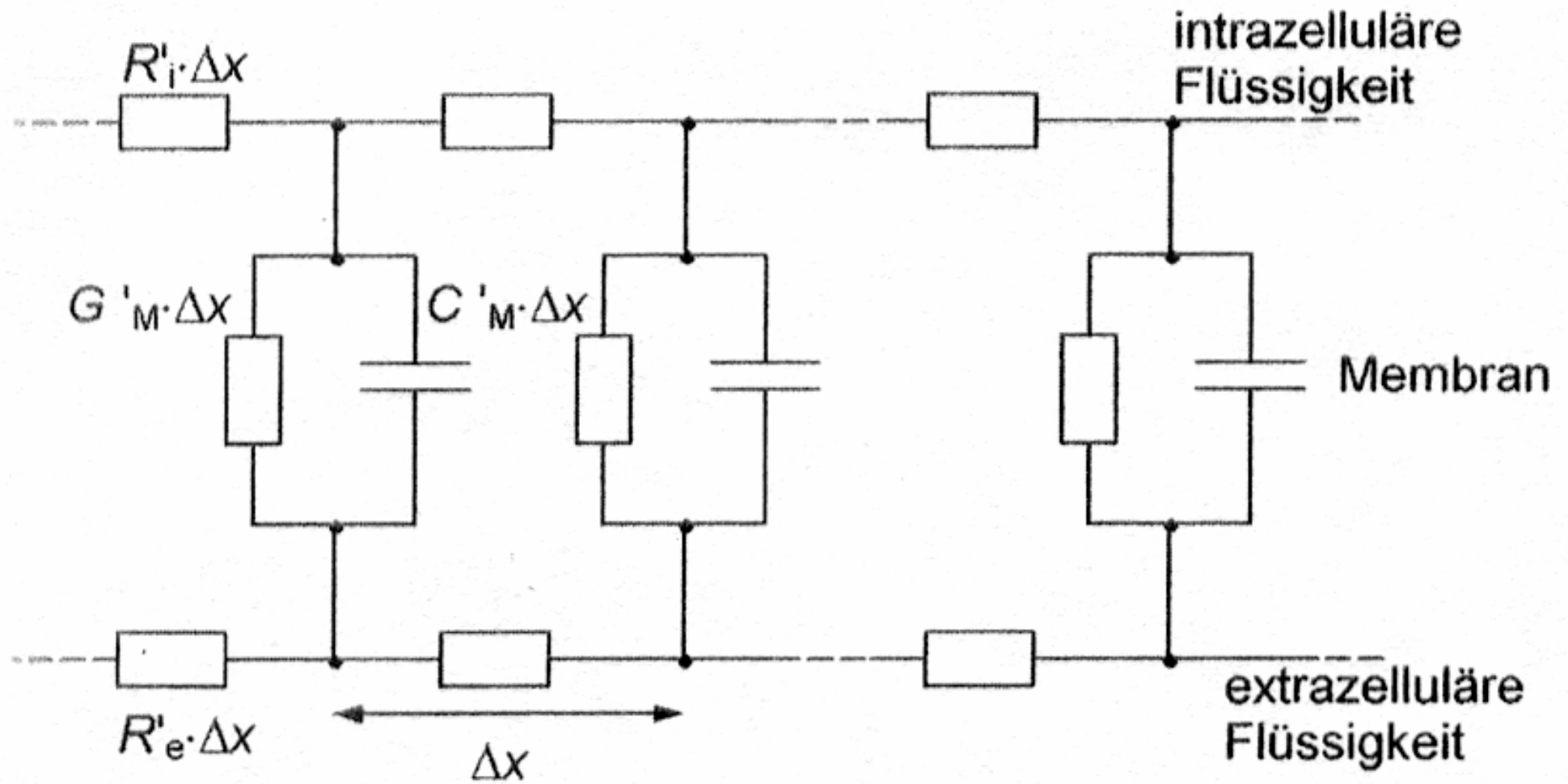
Patch-Clamp Setup, Abbildung aus dem Internet



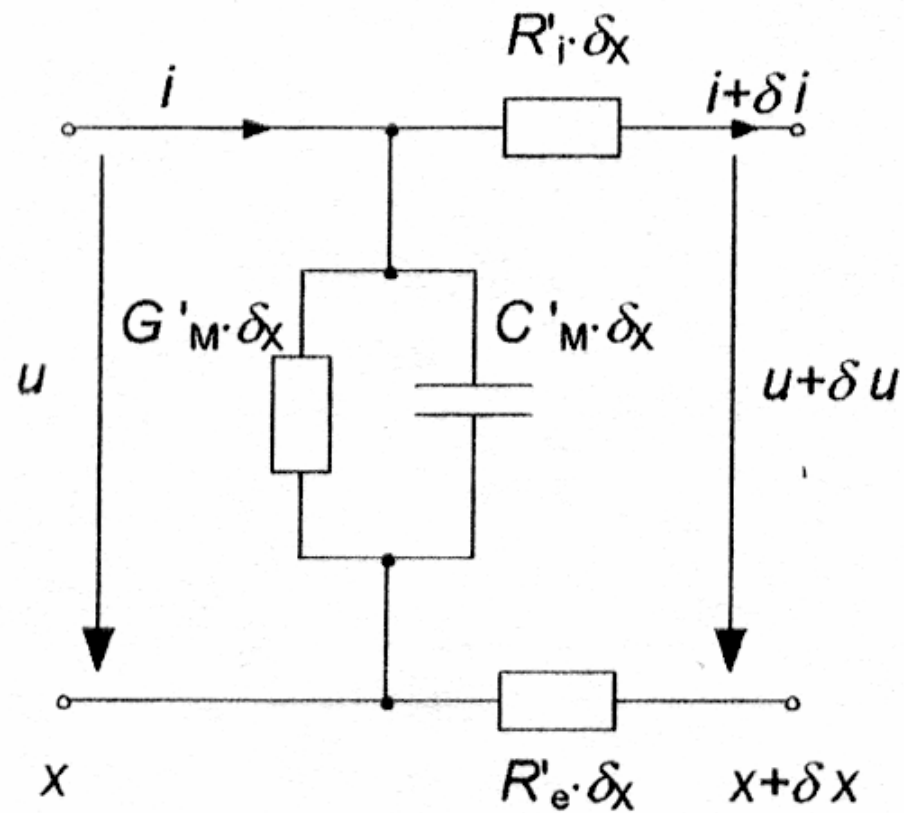
Patch-Clamping, eigene Filmaufnahme

Räumliche und zeitliche Ausbreitung neuronaler Aktivität





$$G'_M = \frac{\Delta G}{\Delta x} \quad C'_M = \frac{\Delta C_M}{\Delta x}$$



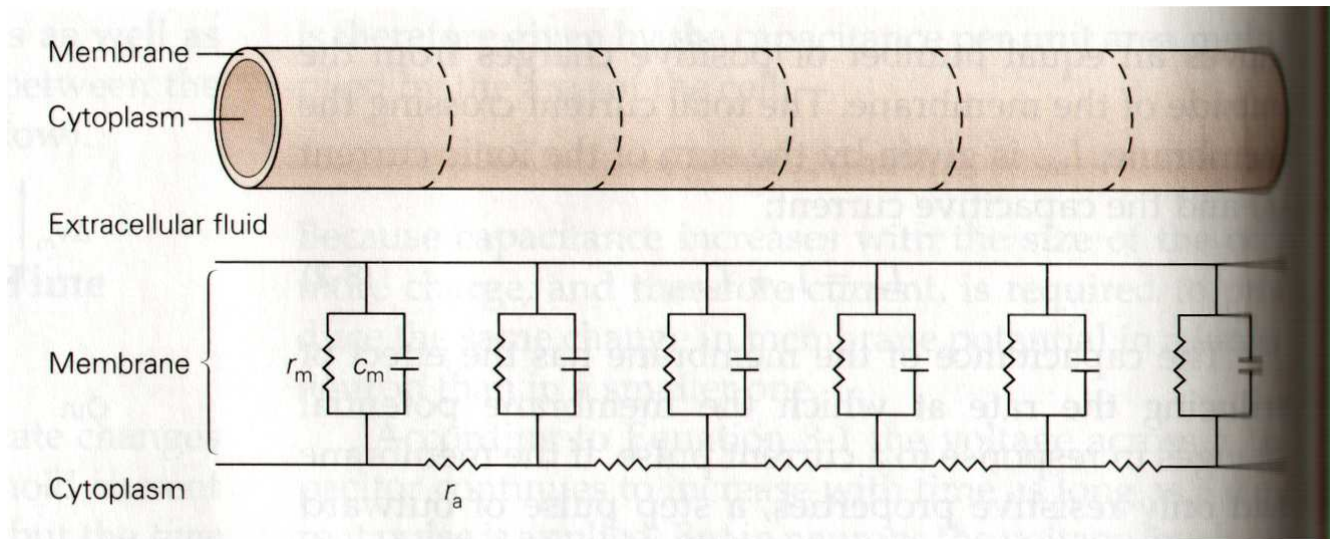
$$u = -(R'_i + R'_e) \cdot i \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = -(R'_i + R'_e) \cdot (i + \partial i) \approx -(R'_i + R'_e) \cdot i \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -(R'_i + R'_e) \cdot \frac{\partial i}{\partial x}$$

$$i = -(i_R + i_C) = -(G'_M \cdot u + C'_M \cdot \frac{\partial u}{\partial t}) \Rightarrow \frac{\partial i}{\partial x} = -(G'_M \cdot u + C'_M \cdot \frac{\partial u}{\partial t})$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -(R'_i + R'_e) \cdot \frac{\partial i}{\partial x} = -(R'_i + R'_e) \cdot (G'_M \cdot u + C'_M \cdot \frac{\partial u}{\partial t})} \quad (\text{Kabelgleichung})$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0 \Rightarrow U(x) = U_0 \cdot e^{-\sqrt{R'_i + R'_e} \sqrt{G'_M} \cdot x} \quad \lambda = \frac{1}{-\sqrt{G'_M \cdot (R'_i + R'_e)}}$$

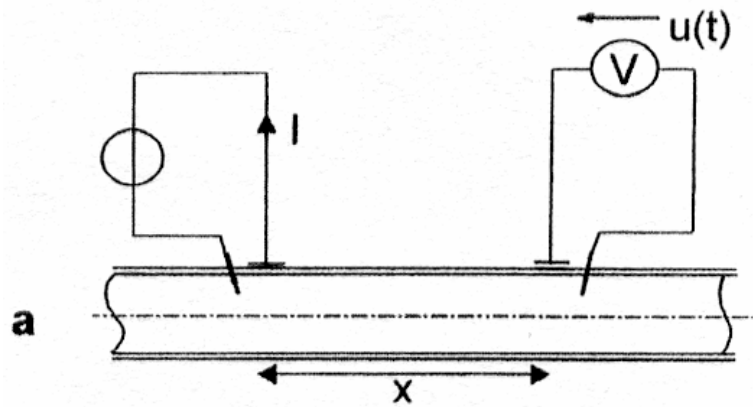
$$G'_M = G''_M \cdot \frac{\Delta A}{\Delta X} = G''_M \cdot \pi \cdot D \quad \lambda = \frac{1}{-\sqrt{G''_M \cdot D \cdot (R'_i + R'_e)}}$$



$$U(x) = U_0 \cdot e^{-\frac{x}{\lambda}}$$

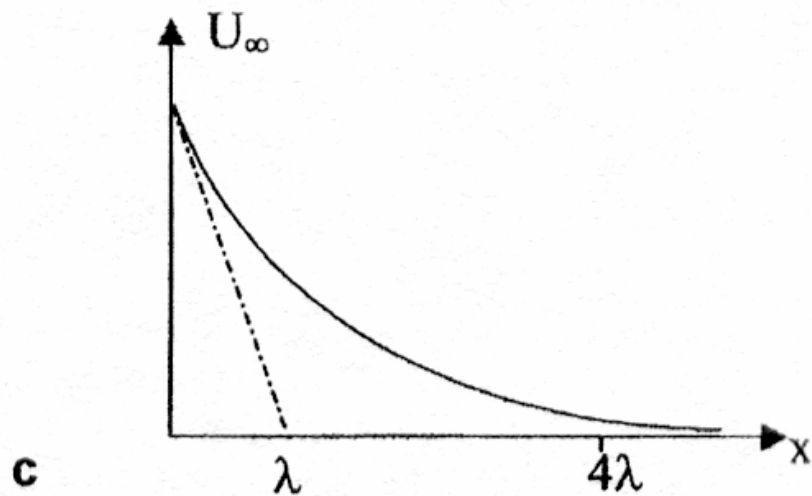
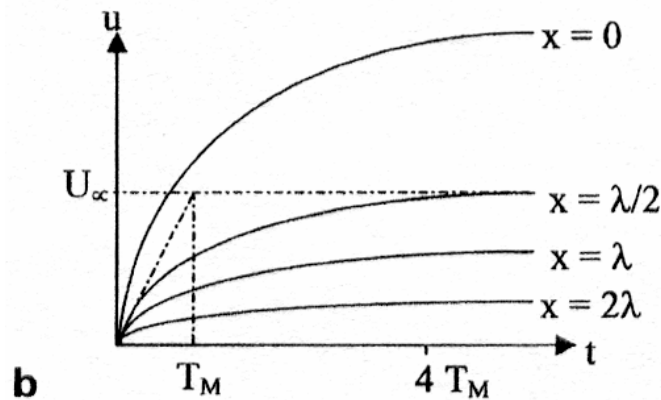
$$\lambda = \sqrt{\frac{R_m}{R_a} \cdot D}$$

Fasertyp	Bauart	D [mm]	v [m/s]
afferente Faser von Eingeweiden	unmyelinisiert	1	2
Krabbenaxon		30	5
Tintenfischaxon		500	20
afferente Faser von Wärmedetektor	myelinisiert	4	15
efferente Faser zu Muskel		6	40
afferente Faser von Muskel		15	80



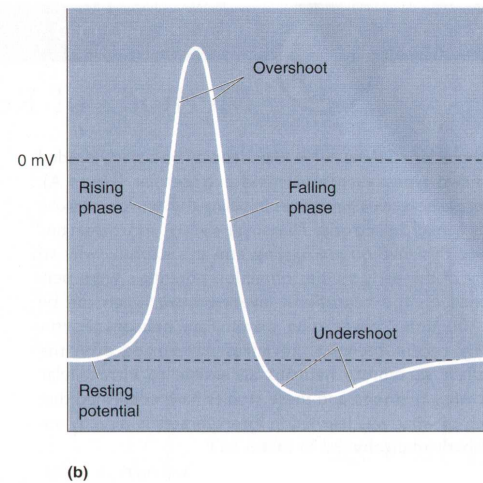
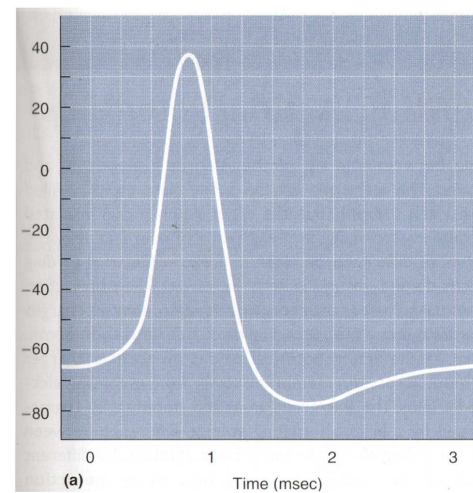
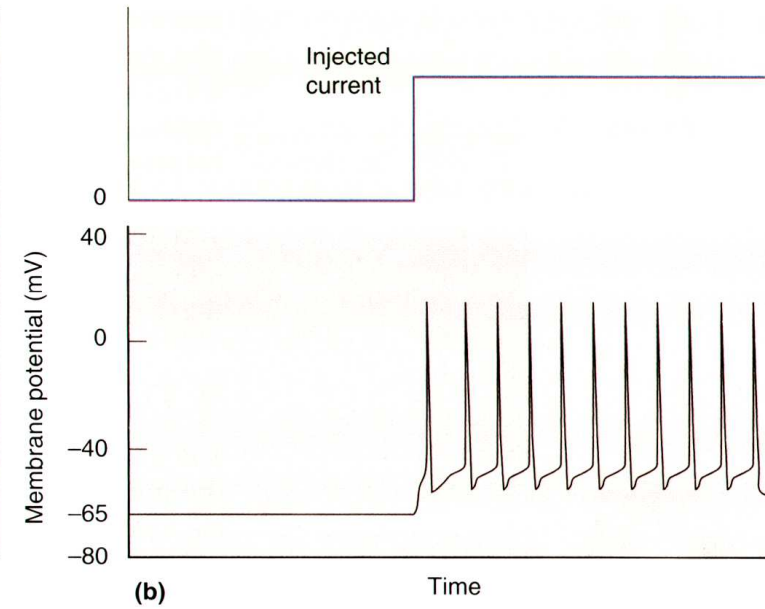
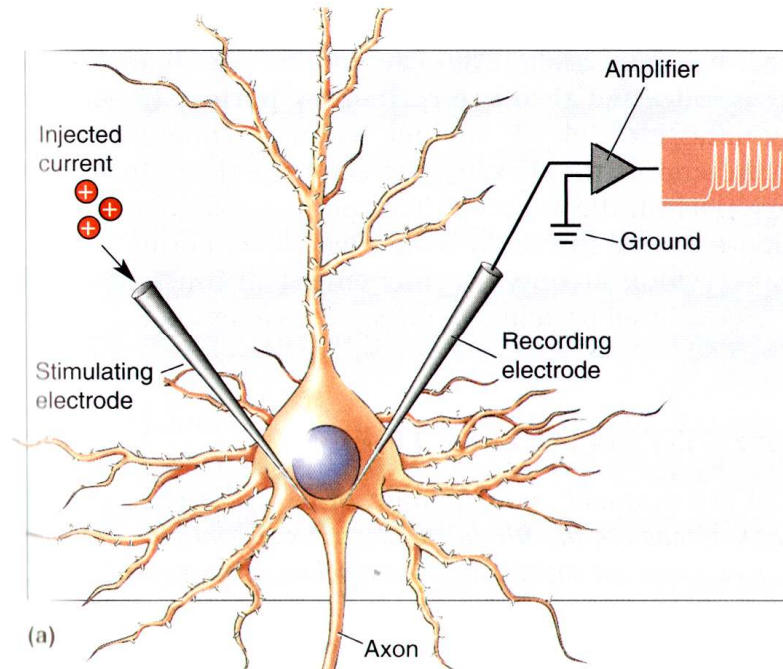
$$\Delta V_M(t) = \frac{I_M}{G_M} \cdot (1 - e^{\frac{-t}{T_M}})$$

$$T_M \approx \frac{C_M}{G_M} = \frac{C'_M}{G'_M} = \frac{C''_M}{G''_M}$$



Fasertyp	D μm	λ mm	T_M ms	G''_M mS/cm^2	C''_M $\mu\text{F}/\text{cm}^2$
Tintenfischnerv	500	5	0,7	1,5	1
Hummernerv	75	2,5	2	0,5	1
Krebsnerv	30	2,5	5	0,2	1

Das Aktionspotential (AP)





AP-Generierung, Film aus „Neuroscience, Exploring the Brain“