

1. Übung Wahrscheinlichkeit und stochastische Prozesse WS15

1. Die Ereignisse A , B und C erfüllen die Bedingungen

$$\mathbb{P}(A) = 0.7, \mathbb{P}(B) = 0.6, \mathbb{P}(C) = 0.5,$$

$$\mathbb{P}(A \cap B) = 0.4, \mathbb{P}(A \cap C) = 0.3, \mathbb{P}(B \cap C) = 0.2,$$

$$\mathbb{P}(A \cap B \cap C) = 0.1.$$

Bestimmen Sie $\mathbb{P}(A \cup B)$, $\mathbb{P}(A \cap C)$, $\mathbb{P}(B \cup C)$, $\mathbb{P}(A \cup B \cup C)$.

2. Die symmetrische Differenz von zwei Mengen ("exklusives Oder") ist

$$A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

Bestimmen Sie Ausdrücke für $\mathbb{P}(A \triangle B)$ und $\mathbb{P}(A \triangle B \triangle C)$ (Zusatzaufgabe: raten Sie, wie die Formel für n Mengen aussieht).

3. In einer Urne liegen 3 weiße und 2 schwarze Kugeln. Es wird zweimal ohne Zurücklegen gezogen.

- (a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die zweite gezogene Kugel weiß ist.
- (b) Bestimmen Sie die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass die erste Kugel weiß war, wenn die zweite Kugel weiß ist.

4. (Geometrische Wahrscheinlichkeit) Anna und Bill frühstücken jeden Tag im selben Café. Sie treffen (unabhängig gleichverteilt) zwischen 8 und 9 dort ein, Anna bleibt 20 Minuten, Bill 15. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie einander treffen?

5. (Geometrische Wahrscheinlichkeit) Ein Stab von 1 Meter Länge wird an zwei zufällig gewählten Punkten durchgeschnitten. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass aus den drei Stücken ein Dreieck zusammengesetzt werden kann?

6. Aus einer Urne mit drei weißen und zwei schwarzen Kugeln wird dreimal *mit* Zurücklegen gezogen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass unter den gezogenen Kugeln

- (a) 3
- (b) 2

weiße sind.

7. Eine Münze wird so lange geworfen, bis Kopf erscheint.

- (a) A sei das Ereignis, dass die Anzahl der Würfe ungerade ist, B das Ereignis, dass die erste Münze Kopf zeigt. Zeigen Sie mit dem Satz von der vollständigen Wahrscheinlichkeit die Gleichung

$$\mathbb{P}(A) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(1 - \mathbb{P}(A)).$$

- (b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der Würfe durch drei teilbar ist.