

Im Folgenden findet sich eine Wiedergabe aus dem Gedächtnis mehrerer Studierender.

- 1) Man erläutere das Prinzip der vollständigen Induktion anhand eines Beweises: Zeigen Sie, dass $9^n - 2^n$ für jedes n der natürlichen Zahlen durch 7 teilbar ist.
- 2)
 - a) Man bestimme alle reellen a , für die folgende Matrix singular ist, d.h. nicht invertierbar ist:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & a \end{pmatrix}$$
 - b) Man setze $a = 0$ und berechne mithilfe des erweiterten Gauß-Algorithmus die Inverse Matrix
- 3)
 - a) Formulieren Sie das Schubfachprinzip. Zeigen sie mit ebendem, dass von je 12 natürlichen Zahlen die Differenz von mindestens 2 dieser Zahlen durch 11 teilbar ist.
 - b) Formulieren Sie die Siebformel für zwei Mengen. Sei W_n die Menge der Wörter über dem Alphabet $\{A, B\}$ der Länge n , d.h. $W_n = \{w_1 w_2 w_3 \dots w_n \mid w_i \text{ aus } \{A, B\}\}$. Wir nennen ein Wort zerlegbar, wenn es als Potenz eines kürzeren Wortes dargestellt werden kann also für ein w der Länge k : $w = u u u u$ (also k mal u). Gibt es keine solche Zerlegung, so nennen wir ein Wort unzerlegbar. Beispiele: ABAB ist zerlegbar (in AB), AAAA ist ebenfalls zerlegbar (in AA bzw sogar A), ABBA ist unzerlegbar. Berechnen Sie, wie viele unzerlegbare Wörter der Länge 6 es gibt. (Hinweis: Wörter der Länge 6 können als 2fache oder als 3fache Kopie kürzerer Wörter gebildet werden).
- 4)
 - a) Was zeichnet eine Gruppe $(A, *)$ aus?
 - b) Was ist eine Linksnebenklasse einer Gruppe? Wann hat eine Gruppe einen Normalteiler?
 - c) Formulieren Sie den Satz von Lagrange.
 - d) Geben Sie die Operationstafel einer beliebigen Gruppe mit $|G| = 4$ an.
- 5)
 - a) Der Graph G_1 besitzt wie viele schwache Zusammenhangskomponenten? 1 / 2 / 3 / 4 / 5 / >5
 - b) Der Graph G_1 besitzt wie viele starke Zusammenhangskomponenten? 1 / 2 / 3 / 4 / 5 / >5
 - c) Ein Baum ist sicherlich: Kreisfrei / Hamiltonsch / Eulersch / Zusammenhängend
 - d) Der Graph G_2 ist...? Eulerusch / Hamiltonsch
 - e) Welche Eigenschaften gelten in einem schlichten planeren Graphen? eulersche Polyederformel / Handschlaglemma / Es gibt einen weg von v nach w wenn v ungleich w
 - f) Betrachten wir ein Netzwerk. Für die minimalen Gesamtkosten im gesamten Graphen kann der-Algorithmus verwendet werden. Kruskal / Eulersche / Gauß / Dijkstra
 - g) Betrachten wir ein Netzwerk. Für die minimalen Kosten von x nach einem Knoten y kann der-Algorithmus verwendet werden. Kruskal / Eulersche / Gauß / Dijkstra



(Man verzeihe mir die grauenhafte Formatierung und Zeichnung. Lg, dlaxar)

