

1. Zeigen Sie, dass die Potenzreihe für $|x| < (1/9)$ konvergiert und für $|x| > (1/9)$ divergiert. Zeigen Sie außerdem wie sich die Reihe bei $x = \pm (1/9)$ verhält.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n} * x^n}{n^2}$$

2. Zeige mittels Differenzieren, dass Folgendes für alle $|x| < 1$

$$\arcsin(x) + 2 \arctan\left(\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\right) = \frac{\pi}{2}$$

3. Man bestimme die partikuläre Lösung der Differentialgleichung zur Anfangsbedingung $y(1) = 0$

$$x y' - y = 3 * x^2 + 2$$

4. Uneigentliche Integrale

- Was versteht man unter einem uneigentlichen Integral erster bzw. zweiter Art (Skizze und Definition)?
- Geben Sie je ein Beispiel für ein konvergentes sowie ein divergentes uneigentliches Integral an.
- Formulieren Sie das Integralkriterium für unendliche Reihen.

5. Geben Sie eine (differenzierbare) Funktion $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $D \subseteq \mathbb{R}^2$ durch $z = f(x,y)$. Beantworten Sie die folgenden Fragen bzw. überprüfen Sie die nachstehenden Aussagen (bitte ankreuzen; es können keine, genau eine oder auch mehrere Antworten zutreffend sein):

Der Graph der Funktion f ist	<input type="checkbox"/> ein Intervall in \mathbb{R} <input type="checkbox"/> eine Kurve im \mathbb{R}^2 <input type="checkbox"/> eine Fläche im \mathbb{R}^3
Wie viele partielle Ableitungen zweiter Ordnung besitzt die Funktion f im Allgemeinen?	<input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 4 <input type="checkbox"/> 8 <input type="checkbox"/> ∞
Die totale Differenzierbarkeit von f ist für die Existenz ihrer partiellen Ableitungen	<input type="checkbox"/> notwendig, <input type="checkbox"/> hinreichend.
Die Richtungsableitung von f	<input type="checkbox"/> beschreibt, in welcher Richtung sich f am stärksten ändert, <input type="checkbox"/> gibt den größten Funktionswert von f an, <input type="checkbox"/> ist ein Sonderfall der partiellen Ableitung.
Der Gradient $\text{grad } f$ gibt die Richtung des größten Anstiegs von f an.	<input type="checkbox"/> Ja <input type="checkbox"/> Nein
Der Betrag $ \text{grad } f $ gibt den Wert des größten Anstiegs von f an.	<input type="checkbox"/> Ja <input type="checkbox"/> Nein
Der Gradient $\text{grad } f$ ist in jedem Punkt von D in Bezug auf die Tangentialebene ein	<input type="checkbox"/> Richtungsvektor <input type="checkbox"/> Normalvektor
Der Gradient $\text{grad } f$ verschwindet im Allgemeinen	<input type="checkbox"/> genau <input type="checkbox"/> zumindest <input type="checkbox"/> höchstens an jenen Stellen, an denen die Funktion f ein relatives Extremum besitzt.