Prüfung (Exam)
VU Einführung in wissensbasierte Systeme 2022W, 184.737
13.06.2023

Name:

Matrikelnummer (Student ID):

Kennzahl (Study Code):

Bitte leserlich mit Füllfeder oder Kugelschreiber schreiben. *Kein Bleistift*!
(Please give readable answers and use a fountain or ball pen. *No pencil*!)

Für die Multiple-Choice Fragen: Jede richtige Antwort zählt positiv, jede falsche Antwort negativ! Die minimale Punktezahl pro Multiple-Choice-Block beträgt 0 Punkte.
(Multiple-Choice Questions: Correct answers give positive points, but wrong answers give negative points! You cannot get less than 0 points per multiple-choice block.)

Beispiel (Subtask) 1: **17 Punkte (points)**
Logikbasierte Wissensrepräsentation
(Logic-based knowledge representation)

a) Geben Sie das "Equivalent Replacement Lemma" und das "Equivalent Replacement Theorem" an. Zeigen Sie mit Hilfe von *Interpretationsstrukturen* der Prädikatenlogik erster Stufe und dem "Equivalent Replacement Lemma", dass das "Equivalent Replacement Theorem" gültig ist.

(State the "equivalent replacement lemma" and the "equivalent replacement theorem". Using *first-order interpretation structures* and the "equivalent replacement lemma", show that the "equivalent replacement theorem" is valid.)

6 Punkte (points)

b) Kreuzen Sie Zutreffendes an:
(Check the correct answers:)

(i) $\forall x \exists y P(x,y)$ ist equivalent zu $\exists x \forall y P(x,y,$
($\forall x \exists y P(x,y)$ is equivalent to $\exists x \forall y P(x,y)$.)

□ richtig (true) □ falsch (false)

(ii) $F \cup \{\varphi\} \models \neg\psi$ genau dann, wenn $F \cup \{\psi\} \models \neg\varphi$.
($F \cup \{\varphi\} \models \neg\psi$ if and only if $F \cup \{\psi\} \models \neg\varphi$.)

□ richtig (true) □ falsch (false)

(iii) Für jede erfüllbare Formel der Prädikatenlogik gibt es ein geschlossenes TC1-Tableau.
(There is a closed TC1-tableau for every satisfiable formula in predicate logic.)

□ richtig (true) □ falsch (false)

(iv) $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x) \models \forall x (P(x) \vee Q(x))$

□ richtig (true) □ falsch (false)

2 Punkte (points)

c) (i) Übersetzen Sie folgende Formel in Negationsnormalform (NNF):
(Convert the following formula to negation normal form (NNF):)

$$(\neg \exists x \forall y (Q(x,y) \rightarrow P(y))) \wedge \exists z (\neg (Q(z) \vee P(z))).$$

(ii) Gegeben sei die folgende Formel:

$$\varphi : \left[\forall v \forall t [R(v,t) \to R(t,v)]\right] \to \forall x \forall y \forall z [(R(x,y) \land R(x,z)) \to \exists u (R(y,u) \land R(z,u))].$$

Die NNF der Negation dieser Formel ist:

$$\forall v \forall t [\neg R(v,t) \lor R(t,v)] \land \exists x \exists y \exists z [(R(x,y) \land R(x,z)) \land \forall u (\neg R(y,u) \lor \neg R(z,u))].$$

Verwenden Sie TC1 um zu zeigen, dass die gegebene Formel φ gültig ist. Erklären Sie den Zusammenhang der Schritte und der verwendeten Formeln.

(Consider the following formula:

$$\varphi : \left[\forall v \forall t [R(v,t) \to R(t,v)]\right] \to \forall x \forall y \forall z [(R(x,y) \land R(x,z)) \to \exists u (R(y,u) \land R(z,u))].$$

The NNF of the negation of this formula is:

$$\forall v \forall t [\neg R(v,t) \lor R(t,v)] \land \exists x \exists y \exists z [(R(x,y) \land R(x,z)) \land \forall u (\neg R(y,u) \lor \neg R(z,u))].$$

Use TC1 to show that the formula φ is valid. Explain the connection between the steps and the used formulas.)

5 Punkte (points)

d) Überprüfen Sie, welche Eigenschaften auf die nachfolgend angeführten aussagenlogischen Formeln zutreffen und kreuzen Sie jeweils alle zutreffenden Eigenschaften an:
(Which properties do the following propositional formulas have? Check all correct properties:)

(i) $(p \to q) \to \neg(p \wedge q)$

erfüllbar (satisfiable) □ widerlegbar (refutable)
Tautologie (tautology) □ Kontradiktion (contradiction)

(ii) $\forall x[P(x) \leftrightarrow Q(x)] \wedge \forall y[T(y) \to P(y)] \wedge \exists z[T(z) \wedge \neg Q(z)]$

erfüllbar (satisfiable) widerlegbar (refutable)
Tautologie (tautology) Kontradiktion (contradiction)

4 Punkte (points)

Beispiel (Subtask) 2: **16 Punkte (points)**

Nichtmonotones Schließen
(Nonmonotonic reasoning)

a) Gegeben ist folgende Wissensbasis T über einer Sprache mit den einzigen Konstantensymbolen a, b und c, den Variablensymbolen x und y und den einzigen Prädikatensymbolen P, Q und S.

(Let T be the following knowledge base over a language with the constant symbols a, b and c, the variable symbols x and y and the predicate symbols P, Q and S.)

$$T = \{\forall x(Q(x) \rightarrow S(x)), \forall y(P(y) \rightarrow Q(y)), Q(b) \vee S(b), \neg S(b), Q(c), \neg Q(a)\}.$$

(i) Geben Sie die *Closed World Assumption* $\mathrm{CWA}^{P,S}(T)$ von T an, indem Sie folgende Gleichungen ergänzen:
(Provide the elements of the *closed world assumption* $\mathrm{CWA}^{P,S}(T)$ of T by supplementing the following equations:)

$$T_{asm}^{P,S} = \{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\}$$

$$\mathrm{CWA}^{P,S}(T) = \{\psi \mid \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \models \psi, \psi \text{ closed}\}.$$

(ii) Welche der folgenden Eigenschaften treffen zu?
(Which of the following properties hold?)

- $T \cup T_{asm}^{P,S}$ *ist deduktiv abgeschlossen.*
  ($T \cup T_{asm}^{P,S}$ *is deductively closed.*) ☐ richtig (true) ☐ falsch (false)
- $\mathrm{CWA}^{P,S}(T)$ *ist eine endliche Menge.*
  ($\mathrm{CWA}^{P,S}(T)$ *is a finite set.*) ☐ richtig (true) ☐ falsch (false)

4 Punkte (points)

b) Beweisen oder widerlegen Sie, dass der deduktive Abschluss $Cn(T)$ einer Theorie T die folgenden Eigenschaften erfüllt:

(Prove or refute whether the deductive closure $Cn(T)$ of a theory T fulfills the following properties:)

(i) $T \subseteq Cn(T)$ ("inflationaryness")

(ii) if $T \subseteq T'$, then $Cn(T) \subseteq Cn(T')$ ("monotonicity")

4 Punkte (points)

c) Beweisen oder widerlegen Sie, dass jede Default Theorie eine Extension hat.

(Prove or refute whether every default theory has an extension.)

2 Punkte (points)

d) Gegeben seien folgende Defaults:
(Given are the following defaults:)

$$\Delta = \left\{ \frac{\top : R(x), \neg P(x)}{Q(x)}, \frac{P(x) : \neg R(x), \neg Q(x)}{R(x) \wedge P(x)}, \frac{P(x) \wedge R(x) : Q(x)}{Q(x)} \right\}$$

$$\begin{array}{lll} W_1 = \{P(a), Q(b)\}, & W_2 = \{Q(a), P(a)\}, & W_3 = \{R(a), \neg Q(a)\}. \\ E_1 = Cn(W_1), & E_2 = Cn(W_2), & E_3 = Cn(W_3 \cup \{\neg P(a)\}) \end{array}$$

(i) Geben Sie die *klassischen Redukte* Δ^{E_i} von Δ bezüglich den Mengen E_i an, für $i = 1, 2, 3$.
(Provide the *classical reducts* Δ^{E_i} of Δ with respect to the sets E_i, for $i = 1, 2, 3$.)

$\Delta_{E_1} = \{$ $\}$

$\Delta_{E_2} = \{$ $\}$

$\Delta_{E_3} = \{$ $\}$

(ii) Markieren Sie die korrekten Aussagen:
(Check the correct statements:)

(1) E_1 ist eine Extension der Default Theorie $T_1 = \langle W_1, \Delta \rangle$.
(E_1 is an extension of the default theory $T_1 = \langle W_1, \Delta \rangle$.)

□ richtig (true) □ falsch (false)

(2) E_2 ist eine Extension der Default Theorie $T_2 = \langle W_2, \Delta \rangle$.
(E_2 is an extension of the default theory $T_2 = \langle W_2, \Delta \rangle$.)

□ richtig (true) □ falsch (false)

(3) E_3 ist eine Extension der Default Theorie $T_3 = \langle W_3, \Delta \rangle$.
(E_3 is an extension of the default theory $T_3 = \langle W_3, \Delta \rangle$.)

□ richtig (true) □ falsch (false)

6 Punkte (points)

Beispiel (Subtask) 3: **16 Punkte (points)**
Answer-Set Programming

a) Sei M eine Interpretation und P ein grundiertes Programm.
(Let M be an interpretation and P a ground program.)

(i) Definieren Sie den Begriff des *Reduktes* P^M.
(Define the *reduct* P^M.)

(ii) Wann ist M ein *Answer Set* von P?
(When is M an *answer set* of P?)

4 Punkte (points)

b) Sei $\mathcal{P}$ das logische Programm bestehend aus folgenden Regeln:
(Let $\mathcal{P}$ be the logic program consisting of the following rules:)

$$p(X) \vee q(X) \leftarrow r(X). \quad s \leftarrow p(X). \quad t \leftarrow q(X). \quad \leftarrow not\ s. \quad \leftarrow not\ t. \quad r(a). \quad r(b).$$

(i) Bestimmen Sie die Grundierung $grnd(P)$ von P.
(Determine the grounding $grnd(P)$ of P.) **3 Punkte (points)**

(ii) Welche der folgenden Interpretationen ist ein Answer Set von P?
(Which of the following interpretations is an answer set of P?)

- $\{r(a), r(b), p(a), q(b), s, t\}$ ja (yes) nein (no)
- $\{r(a), r(b), q(a), q(b), t\}$ ja (yes) nein (no)

3 Punkte (points)

c) Sei die Relation $\vdash$ folgendermaßen definiert:

> Für ein logisches Programm $\mathcal{P}$ und eine aussagenlogische Formel A gelte $\mathcal{P} \vdash A$ genau dann, wenn $I \models A$, für jedes Answer Set I von $\mathcal{P}$, wo $\models$ die übliche semantische Konsequenzrelation der klassischen Logik ist.

(Let the relation $\vdash$ be defined as follows:

> for a logic program $\mathcal{P}$ and a propositional formula A let $\mathcal{P} \vdash A$ hold iff $I \models A$, for every answer set I of $\mathcal{P}$, where $\models$ is the usual semantic consequence relation of classical logic.)

Beantworten Sie folgende Fragen:

(Answer the following questions:)

(i) Für jedes normale logische Programm $\mathcal{P}$, jede Atomformel A und jede aussagenlogische Formel B gilt $\mathcal{P} \cup \{A\} \vdash B$ genau dann, wenn $\mathcal{P} \vdash (A \rightarrow B)$ gilt.

(For every normal logic program $\mathcal{P}$, every atomic formula A, and every propositional formula B, the relation $\mathcal{P} \cup \{A\} \vdash B$ holds exactly in case $\mathcal{P} \vdash (A \rightarrow B)$ holds.)

□ richtig (true) □ falsch (false)

(ii) Falls $\mathcal{P} \vdash A$ und $\mathcal{Q} \vdash B$, dann $\mathcal{P} \cup \mathcal{Q} \vdash A \wedge B$, für jedes logische Programm $\mathcal{P}$, $\mathcal{Q}$ und jede propositionale Formel A, B.

(If $\mathcal{P} \vdash A$ and $\mathcal{Q} \vdash B$, then $\mathcal{P} \cup \mathcal{Q} \vdash A \wedge B$, for each logic program $\mathcal{P}$, $\mathcal{Q}$ and each propositional formula A, B.)

□ richtig (true) □ falsch (false)

(iii) Falls $\mathcal{P}$ kein Answer Set besitzt, dann gilt $\mathcal{P} \vdash A$ für jede propositionale Formel A.

(If P has no answer set, then $P \vdash A$ holds for any propositional formula A.)

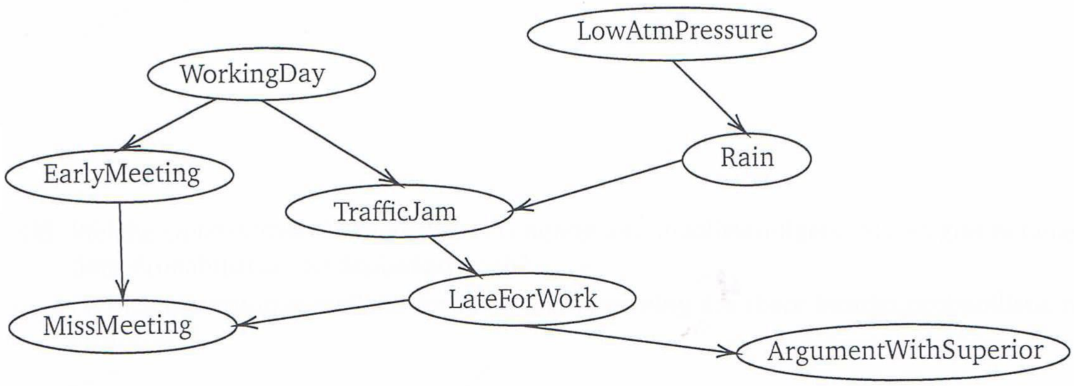
richtig (true) □ falsch (false) □

6 Punkte (points)

Beispiel (Subtask) 4: **16 Punkte (points)**

Probabilistisches Schließen
(Probabilistic reasoning)

a) Gegeben sei das folgende Bayes'sche Netz:
(Consider the following Bayesian network:)



Vereinfachen Sie die folgenden Gleichungen bezüglich der zugrunde liegenden Unabhängigkeitsbeziehungen in dem gegebenen Bayes'schen Netzwerk.
Wenn Sie der Meinung sind, dass die Evidenz weggelassen werden kann, tragen Sie $\emptyset$ ein.

(Simplify the equalities below regarding the underlying independence relations in the given Bayesian network.
If you think that the evidence can be left out, fill in with $\emptyset$.)

$P(\text{EarlyMeeting} \mid \text{Rain}, \text{WorkingDay}) =$
$P(\text{EarlyMeeting} \mid$ ____________________ $)$

$P(\text{Rain} \mid \text{WorkingDay}, \text{EarlyMeeting}, \text{TrafficJam}) =$
$P(\text{Rain} \mid$ ____________________ $)$

$P(\text{TrafficJam} \mid \text{EarlyMeeting}, \text{Rain}, \text{WorkingDay}) =$
$P(\text{TrafficJam} \mid$ ____________________ $)$

$P(\text{WorkingDay} \mid \text{LowAtmPressure}, \text{Rain}) =$
$P(\text{WorkingDay} \mid$ ____________________ $)$

6 Punkte (points)

b) (i) Welche Logik bildet die Basis des *Probabilistischen Schließens* wie es in der Vorlesung betrachtet wurde?
(Which logic is used as underlying basis for *probabilistic reasoning* as discussed in the lecture?)

(ii) Welche *quantitativen Methoden* zum Umgang mit unvollständigem Wissen gibt es neben dem Probabilistischen Schließen noch?
(Which *quantitative methods* for uncertain reasoning are there besides probabilistic reasoning?)

4 Punkte (points)

c) (i) Atomare Ereignisse sind immer gegenseitig ausschliessend.
(Atomic events are always mutually exclusive.)

□ richtig (true) □ falsch (false)

(ii) Ein Bayes'sches Netz kann aus einem einzigen Knoten bestehen, der mit sich selbst verbunden ist.
(A Bayesian network can consist of only one node which is linked to itself.)

□ richtig (true) □ falsch (false)

(iii) $\mathrm{P}(B, \neg T \mid \neg A, W) = \frac{\mathrm{P}(B, \neg T, \neg A, W)}{\mathrm{P}(\neg A, W)}$.

□ richtig (true) □ falsch (false)

(iv) $\mathrm{P}(A \mid B) + \mathrm{P}(\neg A \mid \neg B) = 1$.

□ richtig (true) □ falsch (false)

6 Punkte (points)