1. Man finde eine explizite Darstellung für die Partialsummen der Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{n(n+1)}$$

und berechne damit – wenn möglich – die Summe.
(Hinweis: Führen Sie für die Summanden eine Partialbruchzerlegung durch.)

2. Man berechne eine Stammfunktion zur Funktion $f(x) = \dfrac{5\ln x - 3}{x^2}$. Ferner untersuche man damit die Konvergenz des uneigentlichen Integrals $\int_1^{\infty} f(x)\,dx$ und bestimme gegebenenfalls dessen Wert.
(Hinweis: Zum Integrieren erweist sich die Substitution $u = \ln x$ als nützlich.)

3. Gesucht sind alle lokalen Extrema und alle Sattelpunkte der Funktion

$$f(x,y) = 2y^3 + 3x^2 - 6xy - 3y^2$$

auf $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

4. Stetigkeit und Differenzierbarkeit reellwertiger Funktionen:
   - Wann heißt eine Funktion $f\colon D \to \mathbb{R}$ (mit $D \subseteq \mathbb{R}$) stetig auf D, wann heißt sie differenzierbar auf D?
   - Geben Sie je ein Beispiel für eine (i) nicht stetige, (ii) stetige aber nicht differenzierbare sowie (iii) differenzierbare Funktion an.
   - Nennen Sie zwei Eigenschaften (Sätze) für stetige Funktionen.

Fortsetzung auf der Rückseite!

5. Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y' - \frac{1-x}{x} y = 4x^2 .$$

Beantworten Sie dazu die folgenden Fragen bzw. überprüfen Sie die nachstehenden Aussagen (bitte ankreuzen; es können keine, genau eine oder auch mehrere Antworten zutreffend sein):

Diese Gleichung ist eine	☒ gewöhnliche Differentialgleichung, ○ partielle Differentialgleichung, ☒ lineare Differentialgleichung.
Die allgemeine Lösung obiger Differentialgleichung ist gegeben durch die Summe	☒ der allgemeinen Lösung der homogenen und einer partikulären Lösung der inhomogenen Gleichung, ○ einer partikulären Lösung der homogenen und einer partikulären Lösung der inhomogenen Gleichung.
Die allgemeine Lösung der Gleichung kann als zwei-parametrige Kurvenschar interpretiert werden.	○ ja ☒ nein
Die Funktion $4xe^{-x}$ stellt eine partikuläre Lösung der gegebenen Gleichung dar.	○ ja ☒ nein
Die Funktion $4x(x-1)$ stellt eine partikuläre Lösung der gegebenen Gleichung dar.	☒ ja ○ nein
Wie viele verschiedene partikuläre Lösungen besitzt diese Gleichung?	○ keine ○ 1 ○ 2 ☒ mehr als 2
Zur Bestimmung einer partikulären Lösung der Gleichung kann die Methode der „Variation der Konstanten“ angewendet werden.	☒ ja ○ nein
Zur Bestimmung einer partikulären Lösung der Gleichung kann die Methode der „Trennung der Variablen“ angewendet werden.	○ ja ☒ nein

Zeit: 100 Minuten

Prüfungsergebnisse bis Freitag, 15. 03. 2019, siehe TISS