# Erster Test „Operations Research“

Stoff Wintersemester 2011

07.12.2011

**Matrikelnr.:** **Name:**

1. Gegeben sei das folgende LP-Problem:

$$Z = x_1 - 2x_2 + 3x_3 \to \max$$
$$x_1 + x_2 + 4x_3 = 5$$
$$4x_2 + 5x_3 \geq 6$$
$$x_i \geq 0 \forall i$$

   Man löse es mittels Zweiphasen-Methode (sofern es eine Lösung besitzt).

2. Eine Kaufhauskette unterhält in einer Region drei Warenlager mit je 8 Einheiten Kapazität und hat 4 Geschäfte mit wöchentlicher Nachfrage von 5, 11, 4 bzw. 4 Einheiten. Die Transportkosten pro Einheit von den einzelnen Warenlagern zu den einzelnen Geschäften sind durch die folgende Matrix gegeben:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

   Man bestimme einen Transportplan mit den kleinsten totalen Lieferkosten mittels der Transport-Simplex Methode. Ist die optimale Lösung eindeutig? Gilt für das optimale Lösungstableau ein “mehr für weniger”?

Erster Test „Operations Research" 07.12.2011
Stoff: WS 11/12

I

1.) geg. $z = x_1 - 2x_2 + 3x_3 \rightarrow max$

$$\left.\begin{aligned} z &= x_1 - 2x_2 + 3x_3 \rightarrow max \\ x_1 + x_2 + 4x_3 &= 5 \\ 4x_2 + 5x_3 &\geq 6 \end{aligned}\right\} x_i \geq 0 \;\forall i$$

LP-Problem mittels Zweiphasensimplex lösen

1. Schritt: neue Zielfunktion + neue Nebenbedingungen

$$\tilde{Z} = -\bar{x}_4 - \bar{x}_5 \rightarrow max$$

(Summe aller künstlichen zusätzlichen Variablen wird maximiert)

$\tilde{NB}$:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 4x_3 + \bar{x}_4 &= 5 \\ 4x_2 + 5x_3 - x_5 + \bar{x}_5 &= 6 \end{aligned}$$

2. Schritt: siehe Simplextabelle

$$z \cdot (-1) \Rightarrow Z = -x_1 + 2x_2 - 3x_3 \rightarrow min$$

Erster Test „Operations Research" 07.12.2011 WS 11/12

II

| Zeile | BV | $x_1$ $x_2$ $x_3$ | Erste Phase<br>$\bar{x}_4$ $x_5$ $\bar{x}_6$ | rechte Seite | Quotien. | Probe |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | Z | 0 0 0 | 1 0 1 | 0 | ← kein Maximum wählbar, daher $Zeile_0 - (\sum Zeile_1 + Zeile_2)$ | |
| 1 | $\bar{x}_4$ | 1 1 4 | 1 0 0 | 5 | | |
| 2 | $\bar{x}_5$ | 0 4 5 | 0 -1 1 | 6 | | |
| 3 | | | | | | |

| Zeile | BV | $x_1$ $x_2$ $x_3$ | $\bar{x}_4$ $x_5$ $\bar{x}_6$ | rechte Seite | Quotien. | Probe |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | Z | 0-(1+0) \| 0-(1+4) \| 0-(4+5) | 1-(1+0) 0-(0+~~1~~ (-1)) 1-(0+1) | 0-(5+6) | | |
| 1 | $\bar{x}_4$ | 1 1 4 | 1 0 0 | 5 | | |
| 2 | $\bar{x}_5$ | 0 4 5 | 0 -1 1 | 6 | | |
| 3 | | | | | | |

| Zeile | BV | Pivotspalte<br>$x_1$ $x_2$ $x_3$ | $\bar{x}_4$ $x_5$ $\bar{x}_5$ | rechte Seite | Quotien. | Probe |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | Z | -1 -5 -9 | 0 1 0 | -11 | | |
| 1 | $\bar{x}_4$ | 1 1 4 | 1 0 0 | 5 | $\frac{5}{4} = 1{,}25$ | |
| Pivotzeile 2 | $\boxed{\bar{x}_5}$ Basiswechsel | 0 4 5 | 0 -1 1 | 6 | $\frac{6}{5} = 1{,}2$ | ← Min. $Zeile_2 / : 5$ |
| 3 | | | | | | |

| Zeile | BV | $P_S$<br>$x_1$ $x_2$ $x_3$ | $\bar{x}_4$ $x_5$ $\bar{x}_5$ | rechte Seite | Quotien. | Probe |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | Z | -1 -5 -9 | 0 1 0 | -11 | | |
| 1 | $\bar{x}_4$ | 1 1 4 | 1 0 0 | 5 | | |
| $P_Z$ 2 | $\boxed{x_3}$ Basiswechsel fertig | 0 4/5 1 | 0 -1/5 1/5 | 6/5 | | |
| 3 | | | | | | |

| Zeile | BV | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ ($P_S$) | $\overline{x_4}$ | $x_5$ | $\overline{x_5}$ | rechte Seite | Quotien. | Probe |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | Z | $-1$ | $-5$ | $-9$ | $0$ | $1$ | $0$ | $-11$ | Pivospaltenelemente alle bis auf Pivotselement (=1) auf Null bringen | |
| 1 | $\overline{x_4}$ | $1$ | $1$ | $4$ | $1$ | $0$ | $0$ | $5$ | | |
| $P_Z$ 2 | $x_3$ | $0$ | $4/5$ | $1$ | $0$ | $-1/5$ | $1/6$ | $6/5$ | $\Sigma$ (Zeile + (-Zeile · Pivotzeile)) | |
| 3 | | | | | | | | | | |

| Zeile | BV | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $\overline{x_4}$ | $x_5$ | $\overline{x_5}$ | rechte Seite | Quotien. | Probe |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | Z | $-1+(9\cdot 0)$ | $-5+(9\cdot\frac{4}{5})$ | $-9+(9\cdot 1)$ | $0+(9\cdot 0)$ | $1+(9\cdot(-\frac{1}{5}))$ | $0+(9\cdot\frac{1}{5})$ | $-11+(9\cdot\frac{6}{5})$ | | |
| 1 | $\overline{x_4}$ | $1+(-4\cdot 0)$ | $1+(-4\cdot\frac{4}{5})$ | $4+(-4\cdot 1)$ | $1+(-4\cdot 0)$ | $0+(-4\cdot(-\frac{1}{5}))$ | $0+(-4\cdot\frac{1}{5})$ | $5+(-4\cdot\frac{6}{5})$ | | |
| 2 | $x_3$ | $0$ | $4/5$ | $1$ | $0$ | $-1/5$ | $1/5$ | $6/5$ | | |
| 3 | | | | | | | | | | |

| Zeile | BV | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $\overline{x_4}$ | $x_5$ | $\overline{x_5}$ | rechte Seite | Quotien. | Probe |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | Z | $-1$ | $-\frac{25}{5}+\frac{36}{5}$ | $0$ | $0$ | $\frac{5}{5}-\frac{9}{5}$ | $\frac{9}{5}$ | $-\frac{55}{5}+\frac{54}{5}$ | | |
| 1 | $\overline{x_4}$ | $1$ | $\frac{5}{5}-\frac{16}{5}$ | $0$ | $1$ | $\frac{4}{5}$ | $-\frac{4}{5}$ | $\frac{25}{5}+(-\frac{24}{5})$ | | |
| 2 | $x_3$ | $0$ | $4/5$ | $1$ | $0$ | $-1/5$ | $1/5$ | $6/5$ | | |
| 3 | | | | | | | | | | |

| Zeile | BV | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $\overline{x_4}$ | $x_5$ | $\overline{x_5}$ | rechte Seite | Quotien. | Probe |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | Z | $-1$ | $\frac{11}{5}$ | $0$ | $0$ | $-\frac{4}{5}$ | $\frac{9}{5}$ | $-\frac{1}{5}$ | | |
| 1 | $\overline{x_4}$ | $1$ | $-\frac{11}{5}$ | $0$ | $1$ | $\frac{4}{5}$ | $-\frac{4}{5}$ | $\frac{1}{5}$ | | $\frac{1}{5}\cdot 0 = 0$ ✓ |
| 2 | $x_3$ | $0$ | $4/5$ | $1$ | $0$ | $-\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{5}$ | $6/5$ | | $\frac{6}{5}\cdot 9 = \frac{54}{5}$ ✓ |
| 3 | | | | | | | | | | |

Erster Test „Operations Research" 07.12.2011 WS 11/12

III

| Zeile | BV | $x_1$ | $x_2$ | Ps $x_3$ | $\overline{x_4}$ | $x_5$ | $\overline{x_5}$ | rechte Seite | Quotien. | Probe |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | Z | $-1$ | $11/5$ | $0$ | $0$ | $-4/5$ | $9/5$ | $-1/5$ | | |
| 1 | $\overline{x_4}$ | $1$ | $-11/5$ | $0$ | $1$ | $4/5$ | $-4/5$ | $1/5$ | | |
| Pz 2 | $x_3$ | $0$ | $4/5$ | $1$ | $0$ | $-1/5$ | $1/5$ | $6/5$ | | |
| 3 | | | | | | | | | | |

| Zeile | BV | Ps $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $\overline{x_4}$ | $x_5$ | $\overline{x_5}$ | rechte Seite | Quotien. | Probe |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | Z | $-1$ | $11/5$ | $0$ | $0$ | $-4/5$ | $9/5$ | $-1/5$ | | |
| Pz 1 | $\overline{x_4}$ | PE $1$ | $-11/5$ | $0$ | $1$ | $4/5$ | $-4/5$ | $1/5$ | | |
| 2 | Basiswechsel $x_3$ | $0$ | $4/5$ | $1$ | $0$ | $-1/5$ | $1/5$ | $6/5$ | | |
| 3 | | | | | | | | | | |

| Zeile | BV | Ps $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $\overline{x_4}$ | $x_5$ | $\overline{x_5}$ | rechte Seite | Quotien. | Probe |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | Z | $-1$ | $11/5$ | $0$ | $0$ | $-4/5$ | $9/5$ | $-1/5$ | | |
| Pz 1 | $x_1$ | PE $1$ | $-11/5$ | $0$ | $1$ | $4/5$ | $-4/5$ | $1/5$ | | |
| 2 | Basiswechsel fertig $x_3$ | $0$ | $4/5$ | $1$ | $0$ | $-1/5$ | $1/5$ | $6/5$ | | |
| 3 | | | | | | | | | | |

| Zeile | BV | Ps $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $\overline{x_4}$ | $x_5$ | $\overline{x_5}$ | rechte Seite | Quotien. | Probe |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | Z | $-1+(1\cdot 1)$ | $\frac{11}{5}+(-\frac{11}{5}\cdot 1)$ | $0+(1\cdot 0)$ | $0+(1\cdot 1)$ | $-\frac{4}{5}+(1\cdot\frac{4}{5})$ | $\frac{9}{5}+(1\cdot(-\frac{4}{5}))$ | $-\frac{1}{5}+(1\cdot\frac{1}{5})$ | | |
| Pz 1 | $x_1$ | $1$ | $-\frac{11}{5}$ | $0$ | $1$ | $4/5$ | $-4/5$ | $1/5$ | | |
| 2 | $x_3$ | $0$ | $4/5$ | $1$ | $0$ | $-1/5$ | $1/5$ | $6/5$ | | |
| 3 | | | | | | | | | | |

Erste Phase ENDE

| Zeile | BV | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $\bar{x}_4$ | $x_5$ | $\bar{x}_5$ | rechte Seite | Quotien. | Probe |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | Z | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | ← da in Zielfunktionszeile keine negativen Werte mehr enthalten → fertig | |
| 1 | $x_1$ | 1 | $-11/5$ | 0 | 1 | $4/5$ | $-4/5$ | $1/5$ | Erste Phase fertig | |
| 2 | $x_3$ | 0 | $4/5$ | 1 | 0 | $-1/5$ | $1/5$ | $6/5$ | | |
| 3 | ← da keine künstlichen Variablen mehr enthalten → fertig | | | | | | | | | |

Zweite Phase (alle künstlichen Variablen $\bar{x}_i$ streichen)

| Zeile | BV | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_5$ | rechte Seite | Quotien. | Probe |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| orig. Basisvariablen | | 1 | $-2$ | 3 | | | | |
| 0 | Z | $-1$ | 2 | $-3$ | 0 | 0 | ← original Zielfunktionszeile invertieren ($\rightarrow min = \cdot(-1)$) ⇓ orig. geg. $z = x_1 - 2x_2 + 3x_3 \rightarrow max$; $z' = -x_1 + 2x_2 - 3x_3 \rightarrow min$ | |
| 1 | $x_1$ | 1 | $-11/5$ | 0 | $4/5$ | $1/5$ | | |
| 2 | $x_3$ | 0 | $4/5$ | 1 | $-1/5$ | $6/5$ | | |
| 3 | | | | | | | Rechengang immer laut Formel: | |

Zweite Phase

sei $z_{(i)}$ $\forall$ $i = 1, \dots, k$

Transformation: $Zeile_{(zk)} - \sum_{1..k}^{i} z_{(i)} \cdot Zeile_{(i)}$

| Zeile | BV | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_5$ | rechte Seite | Quotien. | Probe |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | Z | $-1-((-1\cdot 1)+(-3\cdot 0))$ | $2-((-1\cdot(-\frac{11}{5}))+(-3\cdot\frac{4}{5}))$ | $-3-((-1\cdot 0)+(-3\cdot 1))$ | $0-((-1\cdot\frac{4}{5})+(-3\cdot(-\frac{1}{5})))$ | $0-((-1\cdot\frac{1}{5})+(-3\cdot\frac{6}{5}))$ | | |
| 1 | $x_1$ | 1 | $-11/5$ | 0 | $4/5$ | $1/5$ | Da nur die Zeilen $x_1$ und $x_3$ betrachtet werden, wird als $z_{(i)}$ die jeweilig zugehörige Basisvariable verwendet. | |
| 2 | $x_3$ | 0 | $4/5$ | 1 | $-1/5$ | $6/5$ | | |
| 3 | | | | | | | | |

Zweite Phase

| Zeile | BV | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_5$ | rechte Seite | Quotien. | Probe |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | Z | 0 | $\frac{11}{5}$ | 0 | $1/5$ | $\frac{19}{5}$ | ← da in Zielfunktionszeile keine negativen Werte mehr enthalten → fertig | |
| 1 | $x_1$ | 1 | $-11/5$ | 0 | $4/5$ | $1/5$ | | |
| 2 | $x_3$ | 0 | $4/5$ | 1 | $-1/5$ | $6/5$ | | |
| 3 | | | | | | | | |

ENDE

Erster Test „Operations Research“ 07.12.2011

Stoff: WS 11/12

IV

IV

2) a) 1. Schritt: Nordweststreckenregel – Basiszellen

| | | | | $s_i$ | $u_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1; 5 | 2; 3 | 1 | 2 | 8 | |
| 3 | 3; 8 | 3; 0 | 3 | 8 | |
| 1 | 1 | 6; 4 | 7; 4 | 8 | |
| $d_j$: 5 | 11 | 4 | 4 | $24_\Sigma$ ← | |
| $v_j$: | | | | ↑ Angabe | |

(i) $x_{11} = 5$ (Minimum) $\Leftrightarrow d_1 = 5$

(ii) $x_{12} = 3 + x_{11} = 3+5 = 8 \Leftrightarrow s_1 = 8$

(iii) $x_{22} = 8 + x_{12} = 8+3 = 11 \Leftrightarrow d_2 = 11$

(iv) $x_{23} = 0 + x_{22} = 0+8 = 8 \Leftrightarrow s_2 = 8$

(v) $x_{33} = 4 + x_{23} = 4+0 = 4 \Leftrightarrow d_3 = 4$

(vi) $x_{34} = 4 + x_{33} = 4+4 = 8 \Leftrightarrow s_3 = 8$

~~88~~ $x_{34} = 4 \Leftrightarrow d_4 = 4$

2. Schritt: faire Preise f. Basiszellen (wie in VO-Folien)

allg. $c_{ij} = u_i + v_j \Rightarrow v_j = c_{ij} - u_i$

$u_i = c_{ij} - v_j$

| | | | | $s_i$ | $u_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1; 5 | 2; 3 | 1 | 2 | 8 | 0 |
| 3 | 3; 8 | 3; 0 | 3 | 8 | 1 |
| 1 | 1 | 6; 4 | 7; 4 | 8 | 4 |
| $d_j$: 5 | 11 | 4 | 4 | $24_\Sigma$ | |
| $v_j$: 1 | 2 | 2 | 3 | | |

$u_1 = 0$ (immer)

$v_1 = 1-0 = 1$

$v_2 = 2-0 = 2$

$u_2 = 3-2 = 1$

$v_3 = 3-1 = 2$

$u_3 = 6-2 = 4$

$v_4 = 7-4 = 3$

3. Schritt: Nichtbasiszellen berechnen + H bestimmen

| | | | | $s_i$ | $u_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1; 5 | 2; 3 | 1; −1 | 2; −1 | 8 | 0 |
| 3; 1 | 3; 8 | 3; 0 | 3; −1 | 8 | 1 |
| 1; −4 | 1; −5 | 6; 4 | 7; 4 | 8 | 4 |
| $d_j$: 5 | 11 | 4 | 4 | $24_\Sigma$ | |
| $v_j$: 1 | 2 | 2 | 3 | | |

$w_{ij} := c_{ij} - (u_i + v_j)$

$w_{13} = 1 - (0+2) = -1$

$w_{14} = 2 - (0+3) = -1$

$w_{21} = 3 - (1+1) = 1$

$w_{24} = 3 - (1+3) = -1$

$w_{31} = 1 - (4+1) = -4$

$w_{32} = 1 - (4+2) = -5$

↳ Minimum = H

## 4. Schritt: Zyklus

| | | | | $s_i$ | $u_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 (5) | 2 (3) | 1 | 2 | 8 | |
| 3 | 3 (8) $-\Theta$ | 3 (0) $+\Theta$ | 3 | 8 | |
| 1 | 1 $\Theta$ | 6 (4) $-\Theta$ | 7 (4) | 8 | |
| $d_j$: 5 | 11 | 4 | 4 | 24 | |
| $v_j$: | | | | | |

Minimum im Zyklus

für $-\Theta = 4$

## 5. Schritt faire Preise f. neue Basiszellen

| | | | | $s_i$ | $u_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 (5) | 2 (3) | 1 | 2 | 8 | 0 |
| 3 | 3 (4) | 3 (4) | 3 | 8 | 1 |
| 1 | 1 (4) | 6 | 7 (4) | 8 | $-1$ |
| $d_j$: 5 | 11 | 4 | 4 | 24 | |
| $v_j$: 1 | 2 | 2 | 8 | | |

allg. $c_{ij} = u_i + v_j$

$\rightarrow u_i = c_{ij} - v_j$

$v_j = c_{ij} - u_i$

$u_1 = 0$ (immer)

$v_1 = 1 - 0 = 1$

$v_2 = 2 - 0 = 2$

$u_2 = 3 - 2 = 1$

$v_3 = 3 - 1 = 2$

$u_3 = 1 - 2 = -1$

$v_4 = 7 - (-1) = 8$

## 6. Schritt: Nichtbasiszellen berechnen + $\Theta$ bestimmen

| | | | | $s_i$ | $u_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 (5) | 2 (3) | 1 $-1$ | 2 $-6$ | 8 | 0 |
| 3 $1$ | 3 (4) | 3 (4) | 3 $-6$ | 8 | 1 |
| 1 $1$ | 1 (4) | 6 $5$ | 7 (4) | 8 | $-1$ |
| $d_j$: 5 | 11 | 4 | 4 | 24 | |
| $v_j$: 1 | 2 | 2 | 8 | | |

$w_{ij} := c_{ij} - (u_i + v_j)$

$w_{13} = 1 - (0 + 2) = -1$

$w_{14} = 2 - (0 + 8) = -6$

$w_{21} = 3 - (1 + 1) = 1$

$w_{24} = 3 - (1 + 8) = -6$

$w_{31} = 1 - (-1 + 1) = 1$

$w_{33} = 6 - (-1 + 2) = 5$

beide würden für $\Theta$ in Frage kommen,

~~aber nur $w_{24}$ kann einen Zyklus bilden!~~

nur eines wird ausgewählt!

Erster Test „Operations Research" 07.12.2011 Stoff: WS 11/12

2) a) 7. Schritt: Zyklus

| | | | | | $s_i$ | $u_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | [1] 5 | [2] 3 | [1] | [2] | 8 | |
| | [3] | [3] 4 + H | [3] 4 | [3] H | 8 | |
| | [1] | [1] 4 + H | [6] | [7] 4 − H | 8 | |
| $d_j$ | 5 | 11 | 4 | 4 | 24 | |
| $v_j$ | | | | | | |

Minimum im Zyklus für − H = 4

8. Schritt: fiktive Preise für neue Basiszellen

| | | | | | $s_i$ | $u_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | [1] 5 | [2] 3 | [1] | [2] | 8 | ϕ |
| | [3] | [3] ϕ | [3] 4 | [3] 4 | 8 | 1 |
| | [1] | [1] 8 | [6] | [7] | 8 | −1 |
| $d_j$ | 5 | 11 | 4 | 4 | 24 | |
| $v_j$ | 1 | 2 | 2 | 2 | | |

allg. $c_{ij} = u_i + v_j$

↳ $u_i = c_{ij} - v_j$

$v_j = c_{ij} - c_i$

$u_1 = ϕ$ (immer)

$v_1 = 1 - 0 = 1$

$v_2 = 2 - 0 = 2$

$u_2 = 3 - 2 = 1$

$v_3 = 3 - 1 = 2$

$u_3 = 1 - 2 = -1$

$v_4 = 3 - 1 = 2$

9. Schritt: Nichtbasiszellen berechnen + H bestimmen

| | | | | | $s_i$ | $u_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | [1] 5 | [2] 3 | [1] −1 | [2] ϕ | 8 | ϕ |
| | [3] 1 | [3] ϕ | [3] 4 | [3] 4 | 8 | 1 |
| | [1] 1 | [1] 8 | [6] 5 | [7] 6 | 8 | −1 |
| $d_j$ | 5 | 11 | 4 | 4 | 24 | |
| $v_j$ | 1 | 2 | 2 | 2 | | |

$w_{ij} := c_{ij} - (u_i + v_j)$

$w_{13} = 1 - (0+2) = -1$

$w_{14} = 2 - (0+2) = ϕ$

$w_{21} = 3 - (1+1) = 1$

$w_{31} = 1 - (-1+1) = 1$

$w_{33} = 6 - (-1+2) = 5$

$w_{34} = 7 - (-1+2) = 6$

Minimum = H

10. Schritt: Zyklus

2)a)

| | | | | $s_i$ | $u_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 (5) | 2 (3 −Θ) | 1 (Θ) | 2 | 8 | |
| 3 | 3 (0 +Θ) | 3 (4 −Θ) | 3 (4) | 8 | |
| 1 | 1 (8) | 6 | 7 | 8 | |
| $d_j$: 5 | 11 | 4 | 4 | 24 | |
| $v_j$: | | | | | |

Minimum im Zyklus für −Θ = 3

11. Schritt: faire Preise für neue Basiszellen

| | | | | $s_i$ | $u_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 (5) | 2 | 1 (3) | 2 | 8 | $\phi$ |
| 3 | 3 (3) | 3 (1) | 3 (4) | 8 | 2 |
| 1 | 1 (8) | 6 | 7 | 8 | $\phi$ |
| $d_j$: 5 | 11 | 4 | 4 | 24 | |
| $v_j$: 1 | 1 | 1 | 1 | | |

allg. $c_{ij} = u_i + v_j$

$u_i = c_{ij} - v_j$

$v_j = c_{ij} - u_i$

$u_1 = \phi$ (immer)

$v_1 = 1 - 0 = 1$

$v_2 = 1 - 0 = 1$

$u_2 = 3 - 1 = 2$

$v_3 = 3 - 2 = 1$

$v_4 = 3 - 2 = 1$

$u_3 = 1 - 1 = 0$

12. Schritt: Nichtbasiszellen berechnen

| | | | | $s_i$ | $u_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 (5) | 2 (1) | 1 (3) | 2 (1) | 8 | $\phi$ |
| 3 ($\phi$) | 3 (3) | 3 (1) | 3 (4) | 8 | 2 |
| 1 ($\phi$) | 1 (8) | 6 (5) | 7 (6) | 8 | $\phi$ |
| $d_j$: 5 | 11 | 4 | 4 | 24 | |
| $v_j$: 1 | 1 | 1 | 1 | | |

$w_{ij} := c_{ij} - (u_i + v_j)$

$w_{12} = 2 - (0+1) = 1$

$w_{14} = 2 - (0+1) = 1$

$w_{21} = 3 - (2+0) = 0$

$w_{31} = 1 - (0+1) = 0$

$w_{33} = 6 - (0+1) = 5$

$w_{34} = 7 - (0+1) = 6$

keine negativen Nichtbasiszellen ⇒ optimale Lösung ($x_{11} = 5$; $x_{13} = 3$; $x_{21} = 3$; $x_{23} = 1$; $x_{24} = 4$; $x_{32} = 8$)

⇒ Optimale Lösung ist NICHT eindeutig, da ~~es~~ Maßzahlen $c_{ij} - (u_i + v_j)$ ~~gibt~~ existieren, welche gleich „$\phi$" sind.

2)b) ∃ KEIN „mehr für weniger", da die Summen $(u_i, v_j) \geq \phi$ sind.