

# 1 Armstrongs Axiome, Attributabschluss und kanonische Überdeckung

Gegeben ist das folgende relationale Schema

$$\{[A, B, C, D, E, F, G]\}$$

und die folgende Menge  $\mathcal{F}$  von funktionalen Abhängigkeiten (FDs):

- $A \rightarrow BC$
- $E \rightarrow CGA$
- $C \rightarrow DA$
- $CA \rightarrow F$
- $F \rightarrow CDGB$
- $CD \rightarrow BF$

1. Verwenden Sie die Armstrongs Axiome sowie die zusätzlichen Regeln, die in der Vorlesung eingeführt wurden, um zu zeigen, dass die folgende Regel korrekt ist:

$$\alpha \rightarrow \beta \wedge \alpha\beta \rightarrow \delta\gamma \Rightarrow \alpha \rightarrow \beta\delta\gamma$$

2. Bitte verwenden Sie die Armstrong Axiome, die zusätzlichen Regeln, die in der Vorlesung eingeführt wurden, um die folgenden FDs aus den oben angegebenen FDs abzuleiten

- a)  $F \rightarrow D$
- b)  $C \rightarrow B$
- c)  $A \rightarrow ABCDF$

Bitte geben Sie für jeden Schritt die angewendete Regel an.

3. Wenden Sie den Algorithmus  $\text{attrClosure}(\mathcal{F}, \alpha)$  an, um die Attributschließungen ( $\alpha^+$ ) der Attributmengen  $\alpha_1 = \{E\}$  und  $\alpha_2 = \{A\}$  bezüglich der oben angegebenen Menge  $\mathcal{F}$  von funktionalen Abhängigkeiten zu berechnen.

4. Berechnen Sie die kanonische Überdeckung von  $\mathcal{F}$ .

Bei funktionaler Abhängigkeit  $X \rightarrow Y$  } Funktion :=  
Wenn zwei Tupel den gleichen  $X$  haben, } jedes  $x \in X$  wird höchstens  
müssen sie den gleichen  $Y$  haben } einem  $y \in Y$  zugeordnet

Gegeben ist das folgende relationale Schema

{[ A, B, C, D, E, F, G ]}

und die folgende Menge  $\mathcal{F}$  von funktionalen Abhängigkeiten (FDs):

- $A \rightarrow BC$       $A \rightarrow B \wedge A \rightarrow C$       $A \rightarrow D$
- $E \rightarrow CGA$
- $C \rightarrow DA$       $C \rightarrow D \wedge C \rightarrow A$
- $CA \rightarrow F$       $A \rightarrow C \Rightarrow AA \rightarrow F \Rightarrow A \rightarrow C$
- $F \rightarrow CDGB$       $F \rightarrow C \wedge F \rightarrow D \wedge F \rightarrow G \wedge F \rightarrow B$
- $CD \rightarrow BF$

**Vereinigung:**  
Wenn  $\alpha \rightarrow \beta$  und  $\alpha \rightarrow \gamma$ , dann auch  $\alpha \rightarrow \beta\gamma$

**Dekomposition:**  
Wenn  $\alpha \rightarrow \beta\gamma$ , dann auch  $\alpha \rightarrow \beta$  und  $\alpha \rightarrow \gamma$

**Pseudotransitivität:**  
Wenn  $\alpha \rightarrow \beta$  und  $\gamma\beta \rightarrow \delta$ , dann auch  $\alpha\gamma \rightarrow \delta$

**Reflexivität:**  
Falls  $\beta \subseteq \alpha$ , dann  $\alpha \rightarrow \beta$      Insbesondere:  $\alpha \rightarrow \alpha$

**Erweiterung/Verstärkung:**  
Falls  $\alpha \rightarrow \beta$ , dann  $\alpha\gamma \rightarrow \beta\gamma$

**Transitivität:**  
Falls  $\alpha \rightarrow \beta$  und  $\beta \rightarrow \gamma$ , dann  $\alpha \rightarrow \gamma$

1. Verwenden Sie die Armstrongs Axiome sowie die zusätzlichen Regeln, die in der Vorlesung eingeführt wurden, um zu zeigen, dass die folgende Regel korrekt ist:

$\alpha \rightarrow \beta \wedge \alpha\beta \rightarrow \delta\gamma \Rightarrow \alpha \rightarrow \beta\delta\gamma$

Dekomposition

Vereinigung

Transitivität

$\alpha\beta \rightarrow \delta \wedge \alpha\beta \rightarrow \gamma$

$\alpha \rightarrow \alpha \wedge \alpha \rightarrow \beta \quad \alpha \rightarrow \alpha\beta$

$\alpha \rightarrow \alpha\beta \rightarrow \delta$   
 $\alpha \rightarrow \alpha\beta \rightarrow \gamma$  }  $\alpha \rightarrow \delta$   
 $\alpha \rightarrow \gamma$

$\alpha \rightarrow \beta$   
 $\alpha \rightarrow \delta$   
 $\alpha \rightarrow \gamma$  }  $\alpha \rightarrow \beta\delta\gamma$

2. Bitte verwenden Sie die Armstrong Axiome, die zusätzlichen Regeln, die in der Vorlesung eingeführt wurden, um die folgenden FDs aus den oben angegebenen FDs abzuleiten

- a)  $F \rightarrow D$
- b)  $C \rightarrow B$
- c)  $A \rightarrow ABCDF$

Bitte geben Sie für jeden Schritt die angewendete Regel an.

a) Dekomposition

$F \rightarrow CDGB$   
 $F \rightarrow C \wedge F \rightarrow D \wedge F \rightarrow G \wedge F \rightarrow B$

b) Dekomposition \*

$A \rightarrow BC$       $C \rightarrow DA$   
 $A \rightarrow B \wedge A \rightarrow C$       $C \rightarrow D \wedge C \rightarrow A$   
 $C \rightarrow A \wedge A \rightarrow B$   
 $C \rightarrow B$

c) Reflexivität

$A \rightarrow A$

Transitivität

$CA \rightarrow F$   
 $A \rightarrow C \Rightarrow AA \rightarrow F \Rightarrow A \rightarrow F$   
 $A \rightarrow C \rightarrow D$   
 $A \rightarrow D$

$A \rightarrow A$   
 $A \rightarrow B$   
 $A \rightarrow C$   
 $A \rightarrow D$   
 $A \rightarrow F$  } Vereinigung  
 $A \rightarrow ABCDF$

3. Wenden Sie den Algorithmus  $\text{attrClosure}(\mathcal{F}, \alpha)$  an, um die Attributschließungen  $(\alpha^+)$  der Attributmengen  $\alpha_1 = \{E\}$  und  $\alpha_2 = \{A\}$  bezüglich der oben angegebenen Menge  $\mathcal{F}$  von funktionalen Abhängigkeiten zu berechnen.

F	{	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>A \rightarrow BC</math></li> <li>• <math>E \rightarrow CGA</math></li> <li>• <math>C \rightarrow DA</math></li> <li>• <math>CA \rightarrow F</math></li> <li>• <math>F \rightarrow CDGB</math></li> <li>• <math>CD \rightarrow BF</math></li> </ul>	<pre> result = <math>\alpha</math> repeat   for each <math>\beta \rightarrow \gamma</math> in <math>F</math> do     if <math>\beta \subseteq \text{result}</math> then       result = result <math>\cup</math> <math>\gamma</math>     end if   end for until result changes no more         </pre>
---	---	--	---

$\text{attrClosure}(F, \{E\})$

$E \rightarrow CGA$

$\{E\} \subseteq \text{result} \Rightarrow \text{result} = \{E, C, G, A\}$

$A \rightarrow BC$

$\{A\} \subseteq \text{result} \Rightarrow \text{result} = \{E, C, G, A, B\}$

$C \rightarrow DA$

$\{C\} \subseteq \text{result} \Rightarrow \text{result} = \{E, C, G, A, B, D\}$

$CA \rightarrow F$

$\{C, A\} \subseteq \text{result} \Rightarrow \text{result} = \{E, C, G, A, B, D, F\}$  ✓

$F \rightarrow CDGB$

$\{A, B, C, D, E, F, G\}$

$CD \rightarrow BF$

$\{A, B, C, D, E, F, G\}$

alles enthalten

$\Rightarrow \{E\}$  ist ein Superschlüssel

$\text{attrClosure}(F, \{A\})$

$A \rightarrow BC$

$\{A\} \subseteq \text{result} \Rightarrow \text{result} = \{A, B, C\}$

$C \rightarrow DA$

$\{C\} \subseteq \text{result} \Rightarrow \text{result} = \{A, B, C, D\}$

$CA \rightarrow F$

$\{C, A\} \subseteq \text{result} \Rightarrow \text{result} = \{A, B, C, D, F\}$

$F \rightarrow CDGB$

$\{F\} \subseteq \text{result} \Rightarrow \text{result} = \{A, B, C, D, F, G\}$

$CD \rightarrow BF$  bereits vorhanden

$\{C, D\} \subseteq \text{result} \Rightarrow \text{result} = \{A, B, C, D, F, G\}$

$E \rightarrow CGA$

$\{E\} \not\subseteq \text{result}$

$\{A\}$  ist kein Superschlüssel

$\{E\} \subseteq \alpha \Rightarrow \alpha$  Superschlüssel

$E$  kann durch keine funktionale Abhängigkeit erreicht werden

$\Rightarrow E$  wird nie zur Menge  $\text{result}$  eingefügt

$\Rightarrow$  Man braucht vom Anfang an  $E$  in  $\text{result}$ ,  
damit alles erreichbar ist

## 4a Kanonische Überdeckung von F berechnen

$A \rightarrow BC$   
 $E \rightarrow CGA$   
 $C \rightarrow DA$   
 $CA \rightarrow F$   
 $F \rightarrow CDGB$   
 $CD \rightarrow BF$

Hauptschritte:

- 1 Führe FDs mit der gleichen linken Seite zusammen:  
 $\alpha \rightarrow \beta_1, \dots, \alpha \rightarrow \beta_n$  zu  $\alpha \rightarrow (\beta_1 \cup \dots \beta_n)$
- 2 Für jede FD  $(\alpha \rightarrow \beta) \in F$  führe **Linksreduktion** durch:  
Überprüfe für jedes  $A \in \alpha$ , ob  $A$  überflüssig ist, d.h., ob  $\beta \subseteq \text{attrClosure}(F, \alpha - A)$   
Wenn ja, entferne  $A$ , indem  $\alpha \rightarrow \beta$  durch  $(\alpha - A) \rightarrow \beta$  ersetzt wird.
- 3 Für jede FD  $(\alpha \rightarrow \beta) \in F$  führe **Rechtsreduktion** durch:  
Überprüfe für jedes  $B \in \beta$ , ob  $B$  überflüssig ist, d.h., ob  $B \in \text{attrClosure}((F - \{\alpha \rightarrow \beta\}) \cup \{\alpha \rightarrow (\beta - B)\}, \alpha)$   
Wenn ja, entferne  $B$ , indem  $\alpha \rightarrow \beta$  durch  $\alpha \rightarrow (\beta - B)$  ersetzt wird.
- 4 Entferne FDs der Form  $\alpha \rightarrow \emptyset$  (sind möglicherweise in Schritt 3 entstanden).
- 5 Gehe zu Schritt 1  
*Im Allgemeinen ist eine Runde plus ein weiteres mal Schritt 1 genug.*

### 1) Vorbereitung:

Rechte Seite aufspalten

$A \rightarrow B$     $A \rightarrow C$

$E \rightarrow C$     $E \rightarrow G$     $E \rightarrow A$

$C \rightarrow D$     $C \rightarrow A$     $C \rightarrow F$     $C \rightarrow BF$

$(CA \rightarrow F)$

$C \rightarrow B$

$C \rightarrow F$

$F \rightarrow C$

$F \rightarrow D$

$F \rightarrow G$

$F \rightarrow B$

$(CD \rightarrow BF)$

### 2) Linksreduktion

$CA \rightarrow F$  Kann man C oder A entfernen

Test A:  $\text{attrClosure}(\{F\}, A)$

$\{A\}^+ = \{A, B, C\}$

man kann F nicht erreichen

Test C:

$\{C\}^+ = \{C, D, A\} \Rightarrow CA \rightarrow F \checkmark$

$\Rightarrow A$  ist überflüssig  $C \rightarrow F$

$CD \rightarrow BF$

Test C:  $C^+ = \{C, D, A\}$

$CD \rightarrow BF \checkmark$

$\Rightarrow D$  ist überflüssig  $C \rightarrow BF$

### 3) Rechtsreduktion

$C \rightarrow BF$

$C \rightarrow B$

$C \rightarrow F$

Dekomposition

### 4) Entferne $\alpha \rightarrow \emptyset \checkmark$

### 5) WDH 1)

$A \rightarrow B$     $A \rightarrow C$

$E \rightarrow C$     $E \rightarrow G$     $E \rightarrow A$

$C \rightarrow D$     $C \rightarrow A$     $C \rightarrow F$     $C \rightarrow B$

$F \rightarrow C$

$F \rightarrow D$

$F \rightarrow G$

$F \rightarrow B$

Minimale kanonische Überdeckung

$A \rightarrow BC$

$E \rightarrow CGA$

$C \rightarrow DA \underline{FB}$

$F \rightarrow CDGB$

## 2 Normalformen

Gegeben sind die folgenden relationalen Schemata und funktionalen Abhängigkeiten. Für jedes von ihnen,

- (a) bestimmen Sie die Menge der Kandidatenschlüssel. *alle Attribute bestimmen, die alles andere bestimmen können + minimal*
- (b) bestimmen Sie, welche Normalformen erfüllt sind (beschränken Sie Ihre Betrachtung auf 3NF und BCNF). Bitte erklären Sie Ihre Antwort für jedes relationale Schema.

1.  $R : \{[A, B, C, D]\}$

$B \rightarrow C$

$AB \rightarrow D$

$\overline{C} \rightarrow B$

$(AB)^+ = \{A, B, C, D\}$  es gibt nichts kleineres  
 $(A)^+ = \{A\}$   $(B)^+ = \{B, C\}$   $(C)^+ = \{C, B\}$

MUST  
HAVE

2.  $R : \{[A, B, C, D, E, F]\}$

$\overline{BC} \rightarrow EF$

$F \rightarrow A$

$E \rightarrow D$

$(BC)^+ = \{A, B, C, D, E, F\}$   
 $(F)^+ = \{F, A\}$   $(E)^+ = \{E, D\}$

3.  $R : \{[A, B, C, D, E, F]\}$

$\overline{AF} \rightarrow CE$

$\overline{B} \rightarrow D$

$EF \rightarrow B$

$(AF)^+ = \{A, B, C, D, E, F\}$

4.  $R : \{[A, B, C, D, E]\}$  *Zyklus => alle gehen*

$A \rightarrow B$

$B \rightarrow C$

$C \rightarrow D$

$D \rightarrow E$

$E \rightarrow A$

$(A)^+, (B)^+, (C)^+, (D)^+, (E)^+$

5.  $R : \{[A, B, C, D, E]\}$

$\overline{B} \rightarrow C$

$\overline{A} \rightarrow D$

$\overline{ABC} \rightarrow ED$

$(AB)^+ = \{A, B, C, D, E\}$

## BCNF

Für alle  $\alpha \rightarrow \beta$  gilt  
 $\alpha$  ist Superschlüssel

## 3NF

Für alle  $\alpha \rightarrow \beta$  gilt  
 $\alpha$  ist Superschlüssel

ODER

jedes Attribut in  $\beta$   
ist Teil des Kandidatenschlüssels

1.  $R: \{[A, B, C, D]\}$   $(AB)^+$   
 $B \rightarrow C$   $\times$  kein Superschlüssel  
 $AB \rightarrow D$   $\checkmark$  Superschlüssel  $(AB)^+$   
 $C \rightarrow B$   $\times$  } kein BCNF  
C und D sind nicht Teil KS  
 $\Rightarrow$  kein 3NF

2.  $R: \{[A, B, C, D, E, F]\}$   
 $BC \rightarrow EF$   $\checkmark$   
 $F \rightarrow A$   $\times$   
 $E \rightarrow D$   $\times$  } kein BCNF  $(BC)^+$   
D nicht Teil KS  
 $\Rightarrow$  kein 3NF

3.  $R: \{[A, B, C, D, E, F]\}$   
 $AF \rightarrow CE$   $\checkmark$   
 $B \rightarrow D$   $\times$   
 $EF \rightarrow B$   $\times$  } kein BCNF  $(AF)^+$   
D nicht Teil KS  
 $\Rightarrow$  kein 3NF

4.  $R: \{[A, B, C, D, E]\}$   $(A)^+, \dots, (E)^+$   
 $A \rightarrow B$   $\checkmark$   
 $B \rightarrow C$   $\checkmark$   
 $C \rightarrow D$   $\checkmark$   
 $D \rightarrow E$   $\checkmark$   
 $E \rightarrow A$   $\checkmark$  } BCNF und 3NF

5.  $R: \{[A, B, C, D, E]\}$   $(AB)^+$   
 $B \rightarrow C$   $\times$   
 $A \rightarrow D$   $\times$   
 $ABC \rightarrow ED$   $\checkmark$  } kein BCNF  
C nicht Teil KS  
 $\Rightarrow$  kein 3NF

$(ABC)^+$  ist Superschlüssel

aber  $(AB)^+$  ist Kandidatenschlüssel



### 3 Verlustlose Zerlegung und Abhängigkeitserhaltung

Gegeben ist das folgende relationale Schema

$\mathcal{R}$ : {[ISBN, title, authorName, price, bookshelfID, shelfNumber]},  
das jedem Buch ein Bücherregal und ein bestimmtes Regal zuweist.

Angenommen, die folgenden beiden FDs (und nur diese) gelten in diesem Szenario:

- $\{A, B\} \rightarrow C$   $AB \rightarrow C$
- $\{A\} \rightarrow \{E, F, G\}$   $A \rightarrow EFG$

Um Redundanz zu vermeiden, wird das Schema in zwei Teile  $\mathcal{R}_1$  und  $\mathcal{R}_2$  zerlegt mit

$\mathcal{R}_1$ : {[A, B, E, F, G]}  $A \rightarrow EFG$  ✓  
 $\mathcal{R}_2$ : {[B, C]}  $B \rightarrow C \neq AB \rightarrow C$  ✗

Abhängigkeit  
bleibt NICHT  
erhalten

Bitte beantworten Sie die folgenden Fragen:

1. Ist die Zerlegung verlustlos? Bitte erläutern Sie Ihre Antwort.
2. Ist die Zerlegung abhängigkeitserhaltend? Bitte erläutern Sie Ihre Antwort.

2)

Abhängigkeitserhaltend

Alle funktionalen Abhängigkeiten der Ursprungsrelation  
sollen auch aus den Teilrelationen hergeleitet werden können

trifft nicht zu

1)

$$R_1 \bowtie R_2 = R$$

Eine Zerlegung ist verlustlos, wenn man aus den Teilrelationen durch Join wieder alle Daten exakt rekonstruieren kann

✓ Wenn  $R_1 \cap R_2$  ein Schlüssel in einer der Teilrelationen ist

$$R_1 \cap R_2 = \{\text{bookshelf}\}$$

bookshelf ist kein Superschlüssel in  $R_1$  oder  $R_2$

=> Zerlegung ist nicht verlustlos

Man kann mit bookshelf auf  $R_1$  oder  $R_2$  nicht kommen