

Wahrscheinlichkeitstheorie und stochastische Prozesse für Informatik

10. Februar 2020

zweistündig mit Unterlagen

1. (X_1, \dots, X_n) ist eine Stichprobe einer Normalverteilung mit $\mu = \sigma = \theta > 0$. Bestimmen Sie den Momentenschätzer und den Maximum-Likelihood Schätzer für θ .
2. Von einer Krankheit sind 2% der Bevölkerung betroffen. Ein Test für diese Krankheit gibt bei einer kranken Person mit 98% Wahrscheinlichkeit ein positives Ergebnis, mit 2% ein falsch negatives, bei einer gesunden Person mit 95% ein negatives Ergebnis, mit 5% ein falsch positives. Eine Person wird zufällig ausgewählt und getestet.
 - (a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Testergebnis positiv ist.
 - (b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Person tatsächlich krank ist, wenn das Testergebnis positiv ist.
 - (c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Person tatsächlich gesund ist, wenn das Testergebnis negativ ist.
3. Eine Markovkette mit drei Zuständen hat die Übergangsmatrix

$$P = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.7 & 0.1 \\ 0.3 & 0.1 & 0.6 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die t -stufigen Übergangsmatrizen und ihren Grenzwert für $t \rightarrow \infty$.

4. $(X_n, n \in \mathbb{N})$ ist eine Folge von unabhängig exponentialverteilten Zufallsvariablen mit Parameter 1, $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$. Bestimmen Sie (näherungsweise) die Wahrscheinlichkeit $\mathbb{P}(S_{40} > 50)$.