

<b>4.0 VU Theoretische Informatik und Logik – 3. Termin</b>			
<b>Teil 2</b>		<b>SS 2013</b>	<b>16.12.2013</b>
Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe <b>A</b>

6.) Formalisieren Sie folgende Aussagen als prädikatenlogische Formeln. Wählen Sie dabei zunächst eine geeignete Signatur und geben Sie die Kategorie und die intendierte Bedeutung aller Symbole der Signatur vollständig an.

- (1) Kein Pferd, das einem Bauern gehört, wird von einem Kind geritten.
- (2) Gustav ist ein Bauer und jeder Bauer reitet auf zumindest einem von Gustavs Pferden.

**(6 Punkte)**

7.) Erklären Sie alle Fehler im folgenden ND-Ableitungsversuch:

$$\frac{\frac{[Q(g(z))]^1 \quad \frac{\forall x Q(f(x))}{Q(f(x))} \forall\text{-elim}}{Q(g(z)) \wedge Q(f(x))} \wedge\text{-in}}{\exists z(Q(g(z)) \wedge Q(f(x)))} \exists\text{-in [1]}$$

Welche Konsequenzbehauptung wird durch diesen Ableitungsversuch ausgedrückt? Geben Sie (formal und vollständig) ein Gegenbeispiel  $\mathcal{I}$  zu dieser Konsequenzbehauptung an.  $\mathcal{I}$  soll einen möglichst kleinen Gegenstandsbereich haben. Erklären Sie warum  $\mathcal{I}$  ein Gegenbeispiel ist.

**(6 Punkte)**

8.) Untersuchen Sie mit dem Tableau-Kalkül, ob  $\forall x \exists y P(x, y)$  eine logische Konsequenz der Formel  $\exists x \neg \exists y \neg P(y, g(x))$  ist. Dabei sind  $\gamma$ - und  $\delta$ -Formeln zu markieren. (Nicht die Regelanwendungen, sondern die  $\gamma$ - und  $\delta$ -Formeln selbst sind also solche zu markieren!) Falls die Behauptung nicht gilt, geben Sie (formal und vollständig) ein Gegenbeispiel an.

**(6 Punkte)**

9.) Beweisen Sie folgende Korrektheitsaussage über dem Datentyp  $\mathbb{Z}$  mit dem Hoare-Kalkül:

$$v \leq u \{ \text{if } u > 0 \text{ then begin } v \leftarrow 2 \cdot u; u \leftarrow u + v \text{ end else } u \leftarrow u - v + 1 \} v < u$$

Benennen Sie die verwendeten Regeln und vergessen Sie nicht, die Gültigkeit der resultierenden Formeln im Datentyp  $\mathbb{Z}$  zu begründen.

**(6 Punkte)**

10.) Geben Sie an, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind, und begründen Sie Ihre Antworten. (Zwei Punkte für jede richtige Antworten mit richtiger Begründung; einen Punkt bei leicht fehlerhafter Begründung; keinen Punkt für falsche Antworten oder fehlerhafte bzw. fehlende Begründungen.)

- In der Formel  $\exists z Q(a, f(b, x), z) \vee \forall x \neg Q(u, x, f(y))$  kommen genau drei Variablen frei vor. (Beachten Sie die Schreibkonventionen.)

**Begründung:**  richtig  falsch

- Alle gültigen prädikatenlogischen Formeln haben auch Modelle mit unendlichem Gegenstandsbereich.

**Begründung:**  richtig  falsch

- Wenn eine geschlossene Formel  $F$  ein Model hat, so existiert auch ein geschlossenes Tableau mit Wurzel  $\mathbf{f} : F$ .

**Begründung:**  richtig  falsch

**(6 Punkte)**