

Bitte frei lassen!

Punkte:

Note:

Mathematik 2 für Informatik - Vorlesungsprüfung - (Panholzer)\*

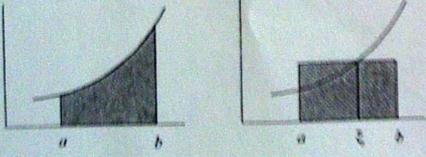
Familienname:

Vorname:

Matrikelnummer:

Studienkennzahl:

- (1) [8 = 2(a) + 2(b) + 2(c) + 2(d) Punkte]
- (a) Man gebe allgemein die definierende Gleichung einer "expliziten Differenzgleichung erster Ordnung" an.
  - (b) Man definiere den Begriff des "Gleichgewichtspunktes" (oder auch "Fixpunktes") einer expliziten autonomen Differenzgleichung erster Ordnung.
  - (c) Man definiere die Begriffe "stabil", "asymptotisch stabil" und "instabil" für einen Gleichgewichtspunkt  $x^*$  einer Differenzgleichung  $x_{n+1} = f(x_n)$ .
  - (d) Man formuliere ein Kriterium, mit welchem man für eine differenzierbare Funktion  $f(x)$  entscheiden kann, ob ein Gleichgewichtspunkt  $x^*$  der Differenzgleichung  $x_{n+1} = f(x_n)$  asymptotisch stabil bzw. instabil ist.
- (2) [8 Punkte] Beantworten Sie die folgenden Fragen bzw. überprüfen Sie die nachstehenden Aussagen zum Thema Integralrechnung (bitte ankreuzen; es können keine, genau eine oder auch mehrere Antworten zutreffend sein):

Das bestimmte Integral $\int_a^b f(x)dx$ ist definiert als	<input checked="" type="checkbox"/> Grenzwert Riemann'scher Zwischensummen <input type="checkbox"/> Umkehrung der Differentiation
Partielle Integration besitzt in der Differentialrechnung das Gegenstück:	<input type="checkbox"/> Kettenregel <input type="checkbox"/> Summenregel <input checked="" type="checkbox"/> Produktregel
Zur Integration rationaler Funktionen ist/sind die folgende Technik/en von besonderer Bedeutung	<input checked="" type="checkbox"/> Partialbruchzerlegung <input type="checkbox"/> Substitutionsregel <input type="checkbox"/> Partielle Integration
Für jede auf $[a, b]$ integrierbare Funktion $f(x)$ gilt:	<input checked="" type="checkbox"/> $f(x)$ stetig <input type="checkbox"/> $ f(x) $ integrierbar <input checked="" type="checkbox"/> $f(x)$ differenzierbar
Welche der folgenden Bedingungen sind hinreichend für die Integrierbarkeit einer Funktion $f(x)$ auf $[a, b]$ ?	<input type="checkbox"/> $f(x)$ monoton <input checked="" type="checkbox"/> $f(x)$ stückweise stetig
Welche Eigenschaft der Funktion $f(x)$ ist beim Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ essentiell?	<input checked="" type="checkbox"/> $f(x)$ stetig <input type="checkbox"/> $f(x)$ differenzierbar <input type="checkbox"/> $f(x)$ monoton
Welcher wichtige Satz wird durch folgende Zeichnung illustriert? 	<input checked="" type="checkbox"/> Mittelwertsatz der Integralrechnung <input type="checkbox"/> Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung
Für welche nachfolgend angegebenen Reihe/n kann Konvergenz mit Hilfe des Integralkriteriums entschieden werden, wohingegen das Quotientenkriterium versagt?	<input type="checkbox"/> Geometrische Reihe $\sum_{n \geq 0} q^n$ <input checked="" type="checkbox"/> Hyperharmonische Reihe $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^\alpha}$

\*Bitte Umblättern!

- (3) [8 Punkte] Mit Hilfe der Methode der Lagrange'schen Multiplikatoren bestimme man das (wie sich in den Rechnungen herausstellen wird) eindeutig bestimmte relative Extremum der Funktion  $f(x, y) = 2x^2 - 2xy + 3y^2$  unter der Nebenbedingung  $x + 2y = 3$ .

Man ermittle weiters (z.B. durch Auswerten der Funktion an anderen zulässigen Punkten), ob es sich dabei um ein relatives Maximum oder Minimum handelt.

- (4) [8 = 4(a)+4(b) Punkte] Man untersuche, ob die folgenden Vektorfelder Gradientenfelder darstellen und berechne gegebenenfalls alle möglichen Stammfunktionen:

(a)

$$\vec{f}(x, y) = \begin{pmatrix} \frac{xy^3}{3} \\ \frac{x^2y^2}{2} \end{pmatrix}$$

(b)

$$\vec{g}(x, y, z) = \begin{pmatrix} xye^{\frac{x^2}{2}} \\ ze^{\frac{x^2}{2}} + z \\ ye^{\frac{x^2}{2}} + z \end{pmatrix}$$

- (5) [8 = 4(a) + 4(b) Punkte]

✓(a) Man bestimme die allgemeine Lösung der folgenden homogenen linearen Differentialgleichung 2. Ordnung:

$$y''(x) + y'(x) - 2y(x) = 0.$$

✓(b) Man bestimme die allgemeine Lösung der folgenden inhomogenen linearen Differentialgleichung 2. Ordnung:

$$y''(x) + y'(x) - 2y(x) = 2 + 3e^x.$$