TU Wien - Geometrie für Informatik (104.319)

WS2016/17
Ersatztest, Gruppe A
24.03.2017

Name	
Matrikelnr.	

---

1 Aufgabe (4 Punkte)

In $\mathbb{R}^3$ gegeben seien der Punkt

$$P = (5, -2, 3)\,,$$

sowie die Ebene E in Parameterform

$$E\colon \mathbf{x}(u, v) = (1, -1, 1) + u(2, 2, 1) + v(2, 3, 2)\,.$$

(a) Bestimmen Sie die Hessesche Normalform von E **[2P]**.

(b) Berechnen Sie den Abstand des Punktes P von der Ebene E **[2P]**.

---

2 Aufgabe (6 Punkte)

In $\mathbb{P}^2$ gegeben sind der Punkt

$$\bar{A} = (-1, 4)$$

durch seine kartesischen Koordinaten, sowie der Punkt

$$B = (-1 : 4 : 2)$$

und die Gerade

$$h = [-4 : -1 : -3]$$

durch ihre homogenen Koordinaten.

(a) Geben Sie geeignete homogene Koordinaten A für $\bar{A}$ und begründen Sie warum $A \neq B$ ist **[2P]**.

(b) Berechnen Sie von der Geraden $g = AB$ die homogene und inhomogene Geradengleichung **[2P]**.

(c) Ermitteln Sie die homogenen Punktkoordinaten des Fernpunkts G von g und des Schnittpunkts S von g und h **[2P]**.

---

3 Aufgabe (12 Punkte)

Gegeben sei ein Kegel in $\mathbb{R}^3$:

$$\mathbf{x}(u,v) = \left(v\cos u, v\sin u, \sqrt{2}v\right), \quad 0 \le v \le r,\ 0 \le u \le 2\pi$$

(a) Bestimmen Sie die erste Fundamentalform des Kegels **[4P]**.

(b) Ermitteln Sie die Länge von der Flächenkurve

$$\mathbf{c}(t) = \mathbf{x}(t, e^t), \quad 0 \le t \le \pi,$$

auf dem Kegel (Spirale auf dem Kegelmantel) **[4P]** .

(c) Die Kurve hat einen konstanten Winkel mit den u-Parameterlinien des Kegels ($u = \text{const}$). Ermitteln sie diesen Winkel **[4P]**.

4 Aufgabe (8 Punkte)

Gegeben sei eine planare Kurve:

$$\mathbf{c}\colon t \mapsto \mathbf{c}(t) = (\cos t + t\sin t, \sin t - t\cos t)$$

(a) Bestimmen Sie die (jeweils normalisierte) Tangente $\mathbf{t}(t)$, die Normale $\mathbf{n}(t)$ und die Krümmung $\kappa(t)$ der Kurve **[6P]**.

(b) Bestimmen Sie die Evolute $\mathbf{e}(t)$ der Kurve **[2P]**.