

# 1. UE-Test in Analysis für Informatik und Wirtschaftsinformatik UE 2022W - Gruppe 9

27.04.2022

45 Minuten Arbeitszeit, keine Hilfsmittel erlaubt

Name: \_\_\_\_\_

Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

Aufgabe	Punkte	erreicht
1	7	
2	7	
3	6	
$\Sigma$	20	

1. (7 Punkte) Die Folge  $(s_n)_{n \in \mathbb{N}}$  sei rekursiv gegeben durch

$$s_0 = 0 \text{ und } s_{n+1} = s_n + \frac{1}{(n+1)(n+2)} \text{ für } n \in \mathbb{N}.$$

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion

$$s_n = 1 - \frac{1}{n+1} \text{ für } n \in \mathbb{N}$$

und bestimmen Sie  $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$ . Verwenden Sie das Ergebnis, um den Grenzwert der Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$

zu bestimmen.

2. Wir betrachten die Potenzreihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 + 1}.$$

- (a) (3 Punkte) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Reihe.
- (b) (2 Punkte) Beweisen Sie, dass die Reihe für  $x = 1$  konvergiert.
- (c) (2 Punkte) Beweisen Sie, dass die Reihe für  $x = -1$  konvergiert.

3. Geben Sie eine Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  an, die jede der folgenden Eigenschaften erfüllt und beweisen Sie, dass Ihre Folge die Eigenschaften erfüllt:
- (a) (2 Punkte)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ,
  - (b) (2 Punkte)  $\frac{1}{n} = o(a_n)$ ,
  - (c) (2 Punkte)  $a_n$  ist nicht monoton fallend.