

GDS Übungsblatt 3

Aufgabe 1a

0011 0101
 0110 1111
 1100 1010
 1011 0000

Aufgabe 1b

D = 2

Aufgabe 2

Annahme dass {AND, OR, NOT} funktional vollständig ist:

$$\neg x = x \text{ NAND } x$$

$$x \wedge y = \neg(x \text{ NAND } y) = (x \text{ NAND } y) \text{ NAND } (x \text{ NAND } y)$$

$$x \vee y = (\neg x) \text{ NAND } (\neg y) = (x \text{ NAND } x) \text{ NAND } (y \text{ NAND } y)$$

Aufgabe 3

	$\neg e_4$	e_4	$\neg e_4$	
$\neg e_3$	1	1	1	} e_2
e_3	1	0	0	
	0	0	0	} $\neg e_2$
$\neg e_3$	0	0	1	
	} e_1		} $\neg e_1$	

Minimale disjunktive Form: $(e_2 \wedge \neg e_3) \vee (\neg e_4 \wedge e_2 \wedge e_1) \vee (\neg e_4 \wedge \neg e_3 \wedge \neg e_1)$

Minimale konjunktive Form: $(\neg e_4 \vee \neg e_3) \wedge (\neg e_1 \vee e_2) \wedge (\neg e_3 \vee e_1) \wedge (\neg e_4 \vee e_2)$

Aufgabe 4

	$\neg e_4$	e_4	$\neg e_4$	
$\neg e_3$	0	0	1	} e_2
e_3	1	0	0	
	0	0	1	} $\neg e_2$
$\neg e_3$	0	0	0	
	} e_1		} $\neg e_1$	

Minimale disjunktive Form: $(\neg e_4 \wedge e_3 \wedge e_2) \vee (\neg e_3 \wedge \neg e_2 \wedge \neg e_1) \vee (e_4 \wedge \neg e_3 \wedge e_2 \wedge \neg e_1)$

Minimale konjunktive Form: $(e_3 \vee e_2) \wedge (e_2 \vee \neg e_1) \wedge (\neg e_4 \vee \neg e_1) \wedge (e_4 \vee e_3) \wedge (\neg e_4 \vee \neg e_3 \vee \neg e_2)$

Aufgabe 5

	$\neg e_4$	e_4	$\neg e_4$	
$\neg e_3$	X	1	0	} e_2
e_3	0	0	0	
	0	0	0	} $\neg e_2$
$\neg e_3$	1	X	X	
	} e_1		} $\neg e_1$	

$$(\neg e_3 \wedge e_1) \vee (\neg e_4 \wedge \neg e_2 \wedge \neg e_1)$$

Aufgabe 6

K_1	1	e_1	e_2	e_3	$\neg e_4$
K_2	2	$\neg e_1$	$\neg e_2$	e_3	e_4
K_3		$\neg e_1$	e_2	e_3	$\neg e_4$
K_4		$\neg e_1$	e_2	$\neg e_3$	e_4
K_5	3	$\neg e_1$	$\neg e_2$	e_3	$\neg e_4$
$R_1 = K_1, K_3$			e_2	e_3	$\neg e_4$
$R_2 = K_2, K_5$		$\neg e_1$	e_2	e_3	
$R_3 = K_3, K_5$		$\neg e_1$		e_3	$\neg e_4$
$R_4 = K_4$		$\neg e_1$	e_2	$\neg e_3$	e_4

R_3 ist entbehrlich, der Rest nicht.

$$R_1 \vee R_2 \vee R_3 = (e_2 \wedge e_3 \wedge \neg e_4) \vee (\neg e_1 \wedge \neg e_2 \wedge e_3) \vee (\neg e_1 \wedge e_2 \wedge \neg e_3 \wedge e_4)$$

Aufgabe 7

K_1	1	a	b	c	$\neg d$	e
K_2	2	a	b	$\neg c$	$\neg d$	e
K_3		$\neg a$	b	$\neg c$	d	e
K_4		a	b	$\neg c$	d	$\neg e$
K_5		$\neg a$	b	c	$\neg d$	e
K_6	3	$\neg a$	b	c	$\neg d$	$\neg e$
K_7		a	$\neg b$	$\neg c$	d	$\neg e$
K_8		a	$\neg b$	c	$\neg d$	$\neg e$
K_9	4	$\neg a$	$\neg b$	c	$\neg d$	$\neg e$
K_0		$\neg a$	b	$\neg c$	$\neg d$	$\neg e$

$R_1 = K_1, K_2$	a	b		$\neg d$	e
$R_2 = K_0, K_6$	$\neg a$	b		$\neg d$	$\neg e$
$R_3 = K_1, K_5$		b	c	$\neg d$	e
$R_4 = K_8, K_9$		$\neg b$	c	$\neg d$	$\neg e$
$R_5 = K_5, K_6$	$\neg a$	b	c	$\neg d$	
$R_6 = K_4, K_7$	a		$\neg c$	d	$\neg e$
$R_7 = K_6, K_9$	$\neg a$		c	$\neg d$	$\neg e$
$R_8 = K_3$	$\neg a$	b	$\neg c$	d	e

	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇	K ₈	K ₉	K ₀
R ₁	x	x								
R ₂						x				x
R ₃	x				x					
R ₄								x	x	
R ₅					x	x				
R ₆				x			x			
R ₇						x			x	
R ₈			x							

Entscheidung zwischen R₃ und R₅: Wir nehmen R₃

$$\begin{aligned}
 &R_1 \vee R_2 \vee R_3 \vee R_4 \vee R_6 \vee R_8 = \\
 &(a \wedge b \wedge \neg d \wedge e) \vee \\
 &(\neg a \wedge b \wedge \neg d \wedge \neg e) \vee \\
 &(b \wedge c \wedge \neg d \wedge e) \vee \\
 &(\neg b \wedge c \wedge \neg d \wedge \neg e) \vee \\
 &(a \wedge \neg c \wedge d \wedge \neg e) \vee \\
 &(\neg a \wedge b \wedge \neg c \wedge d \wedge e)
 \end{aligned}$$

Aufgabe 8

K ₀	0	a	b	c	d	e
K ₁	2	¬a	¬b	c	d	e
K ₂		a	b	¬c	d	¬e
K ₃		¬a	b	c	d	¬e
K ₄	3	a	¬b	¬c	d	¬e
K ₅		¬a	b	c	¬d	¬e
K ₆		a	¬b	c	¬d	¬e
K ₇		¬a	¬b	c	¬d	e
K ₈		¬a	¬b	¬c	d	e
K ₉	4	a	¬b	¬c	¬d	¬e
K ₁₀		¬a	¬b	¬c	¬d	e

K_0	a	b	c	d	e
K_2, K_4	a		$\neg c$	d	$\neg e$
K_1, K_7	$\neg a$	$\neg b$	c		e
K_1, K_8	$\neg a$	$\neg b$		d	e
K_4, K_9	a	$\neg b$	$\neg c$		$\neg e$
K_6, K_9	a	$\neg b$		$\neg d$	$\neg e$
K_7, K_{10}	$\neg a$	$\neg b$		$\neg d$	e
K_8, K_{10}	$\neg a$	$\neg b$	$\neg c$		e
K_5, K_3	$\neg a$	b	c		$\neg e$

$R_0 = K_0$	a	b	c	d	e
$R_1 = K_2, K_4$	a		$\neg c$	d	$\neg e$
$R_2 = K_1, K_7, K_8, K_{10}$	$\neg a$	$\neg b$			e
$R_3 = K_1, K_8$	$\neg a$	$\neg b$		d	e
$R_4 = K_4, K_9$	a	$\neg b$	$\neg c$		$\neg e$
$R_5 = K_6, K_9$	a	$\neg b$		$\neg d$	$\neg e$
$R_6 = K_7, K_{10}$	$\neg a$	$\neg b$		$\neg d$	e
$R_7 = K_5, K_3$	$\neg a$	b	c		$\neg e$

	K_0	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	K_9	K_{10}
R_0	x										
R_1			x		x						
R_2		x						x	x		x
R_3					x					x	
R_4	x								x		
R_5							x			x	
R_6								x			x
R_7				x		x					

$$\begin{aligned}
&R_0 \vee R_1 \vee R_2 \vee R_3 \vee R_4 \vee R_5 \vee R_6 \vee R_7 = \\
&(a \wedge b \wedge c \wedge d \wedge e) \vee \\
&(a \wedge \neg c \wedge d \wedge \neg e) \vee \\
&(\neg a \wedge \neg b \wedge e) \vee \\
&(a \wedge \neg b \wedge \neg d \wedge \neg e) \vee \\
&(\neg a \wedge b \wedge c \wedge \neg e)
\end{aligned}$$