101a)

für Normalverteilung:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)$$

$$l=\sum_{i=1}^{n} -\ln(\sigma)-\frac{\ln(2\pi)}{2}-\frac{(x_i-\mu)^2}{2\cdot\sigma^2}$$

$$=-n\cdot\ln(\sigma)-\frac{n\cdot\ln(2\pi)}{2}-\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{2\cdot\sigma^2}$$

Ableiten und nullsetzen für beide Parameter:

$$-\frac{1}{2\cdot\sigma^2}\cdot\sum_{i=1}^{n} -2x_i+2\mu$$

$$\rightarrow\frac{1}{\sigma^2}\cdot\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)=0$$

d. h. für LN: $\hat{\mu}=\frac{S(lnX)}{n}$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i-n\cdot\mu=0$$

$$\hat{\mu}=\frac{SX}{n}=\bar{x}$$

$$-\frac{n}{\sigma}+\sigma^{-3}\cdot\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2$$

$$\rightarrow\hat{\sigma}^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{n}$$

d. h. für LN: $\hat{\sigma}^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(\ln(x_i)-\mu)^2}{n}$

101b)

$\hat{\mu}=2{,}279818\,,\ \hat{\sigma}^2=0{,}01123385$

101c)

$$EX=e^{\mu+\frac{\sigma^2}{2}}=9{,}82996$$

$$VarX=e^{2\mu+\sigma^2}\cdot(e^{\sigma^2}-1)=1{,}09163$$