

101a)

für Normalverteilung:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)$$

$$\begin{aligned} l &= \sum_{i=1}^n -\ln(\sigma) - \frac{\ln(2\pi)}{2} - \frac{(x_i - \mu)^2}{2\cdot\sigma^2} \\ &= -n\cdot\ln(\sigma) - \frac{n\cdot\ln(2\pi)}{2} - \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{2\cdot\sigma^2} \end{aligned}$$

Ableiten und nullsetzen für beide Parameter:

$$\begin{aligned} &-\frac{1}{2\cdot\sigma^2} \cdot \sum_{i=1}^n -2x_i + 2\mu \\ &\rightarrow \frac{1}{\sigma^2} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \mu) = 0 \quad \text{d. h. für LN: } \hat{\mu} = \frac{S(\ln X)}{n} \\ &\sum_{i=1}^n x_i - n\cdot\mu = 0 \\ &\hat{\mu} = \frac{SX}{n} = \bar{x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &-\frac{n}{\sigma} + \sigma^{-3} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \\ &\rightarrow \hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n} \quad \text{d. h. für LN: } \hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\ln(x_i) - \mu)^2}{n} \end{aligned}$$

101b)

$$\hat{\mu} = 2,279818, \hat{\sigma}^2 = 0,01123385$$

101c)

$$\begin{aligned} EX &= e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} = 9,82996 \\ VarX &= e^{2\mu + \sigma^2} \cdot (e^{\sigma^2} - 1) = 1,09163 \end{aligned}$$