Technische Universität Wien
Institut für Computergraphik und Algorithmen
Arbeitsbereich für Algorithmen und Datenstrukturen

186.170 Algorithmen und Datenstrukturen 2 VO 2.0

Haupttermin WS 2007/08

30. Jänner 2008

Machen Sie die folgenden Angaben bitte in deutlicher Blockschrift:

Nachname: _____ Vorname: _____

Matrikelnummer: _____ Studienkennzahl: _____

Anzahl abgegebener Zusatzblätter: _____

Legen Sie während der Prüfung Ihren Ausweis für Studierende vor sich auf das Pult.

Sie können die Lösungen entweder direkt auf die Angabeblätter oder auf Zusatzblätter schreiben, die Sie auf Wunsch von der Aufsicht erhalten. Es ist nicht zulässig, eventuell mitgebrachtes eigenes Papier zu verwenden.

Die Verwendung von Taschenrechner, Mobiltelefonen, PDAs, Digitalkameras, Skripten, Büchern, Mitschriften, Ausarbeitungen oder vergleichbaren Hilfsmitteln ist unzulässig.

	A1:	A2:	A3:	A4:	A5:	Summe:
Erreichbare Punkte:	10	10	10	10	10	50
Erreichte Punkte:						

Viel Erfolg!

Aufgabe 1.A: Textsuche **(10 Punkte)**

Betrachten Sie den Algorithmus von *Boyer-Moore* (BM),
den Text $T = \mathsf{ABAAXBAAAABAAABAABA}$ und das Muster $P = \mathsf{ABAAABA}$.

a) (2 Punkte)

   Geben Sie das *last*[] Array an.

b) (4 Punkte)

   Geben Sie das *suffix*[] Array für P an.

c) (4 Punkte)

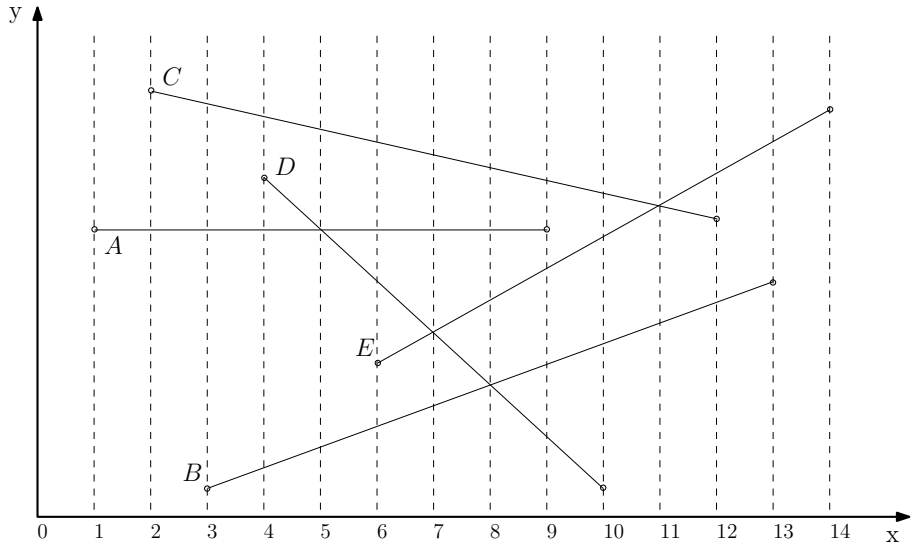
   Suchen Sie mittels BM in T nach P. Visualisieren Sie in jedem Schritt, wo das Muster angelegt wird. Geben Sie an

   - welche Zeichen gematcht werden,
   - welches Zeichen gegebenenfalls den Missmatch verursacht, und
   - mit welcher Regel (*last* oder *suffix*) verschoben wird.

Aufgabe 2.A: Schnitt von allgemeinen Liniensegmenten (10 Punkte)

a) (4 Punkte)

Der aus der Vorlesung bekannter Algorithmus zum Schnitt von allgemeinen Liniensegmenten wird auf das folgende Beispiel ausgeführt:



Verbinden Sie die Fragen mit den richtigen Antworten

Wann wird der Schnittpunkt $A \cap D$ in die Ereignisstruktur eingefügt?	Beim Einfügen von E
Wann wird der Schnittpunkt $B \cap D$ in die Ereignisstruktur eingefügt?	Beim Einfügen von C
Wann wird der Schnittpunkt $C \cap E$ in die Ereignisstruktur eingefügt?	Beim Einfügen von D
Wann wird der Schnittpunkt $D \cap E$ in die Ereignisstruktur eingefügt?	Beim Schnittpunkt $A \cap D$
	Beim Schnittpunkt $D \cap E$
	Beim Schnittpunkt $B \cap D$
	Beim Entfernen von A
	Beim Entfernen von D

b) (3 Punkte)

Welche vereinfachende Annahmen sind notwendig, damit der Algorithmus zum Schnitt von allgemeinen Liniensegmenten reibungslos abläuft? Nennen Sie 3 davon!

c) (3 Punkte)

Was ist eine *Ereignisstruktur*? Was wird darin wie gespeichert? Womit wird sie initialisiert?

Aufgabe 3.A: Suchen in Texten: Tries **(10 Punkte)**

a) (6 Punkte)

Bauen Sie einen *Indexed Trie* auf, der die folgenden Wörter aufnehmen kann, wobei die Größe eines Knotens dieses Tries minimal sein soll:

CACE, CAE, AC, FCE, CFA, AEC, FAE

Zeichnen Sie den resultierenden Indexed Trie.

b) (2 Punkt)

Wenden Sie *Suffix Compression* auf Ihren unter Punkt a) erstellten Indexed Trie an und zeichnen Sie diesen neu.

c) (2 Punkt)

Können in einem Packed Trie zwei unterschiedliche Knoten den selben Anfangsindex erhalten? Begründen Sie Ihre Antwort in maximal 2-3 kurzen Sätzen.

Aufgabe 4.A: Lokale Suche: Zimmerzuteilung **(10 Punkte)**

Eine Schulklasse mit $n = 24$ Kindern fährt auf Schiwoche. Die Lehrer stehen vor dem Problem, alle Kinder auf $m = 6$ Vierbettzimmer aufzuteilen. Schwierig ist diese Aufgabe deshalb, weil sie die Wünsche der Kinder bestmöglich berücksichtigen wollen. Jedes Kind konnte angeben, mit welchen anderen Kindern es gerne zusammen in einem Zimmer wäre. Wir haben diese Information in Form eines gerichteten Graphen $G = (V, A)$ mit Knotenmenge V (entspricht den Kindern) und Kantenmenge A gegeben: Eine gerichtete Kante $(u, v) \in V \times V$ ist genau dann in A enthalten, wenn u gerne mit v zusammen wäre.

Eine mögliche Lösung des Zuteilungsproblems sei durch m Mengen $Z_1, \ldots, Z_m \subset V$ repräsentiert, wobei gelten muss:

$$|Z_i| = 4 \quad \forall i = 1, \ldots, m, \qquad Z_i \cap Z_j = \emptyset \quad \forall i \neq j, \qquad \bigcup_{i=1,\ldots,m} Z_i = V.$$

Die zu maximierende Zielfunktion ist die Gesamtanzahl der erfüllten Wünsche:

$$\max \quad f(Z_1, \ldots, Z_m) = |\{(u, v) \in A \mid \mathit{Zimmer}(u) = \mathit{Zimmer}(v)\}|,$$

wobei $\mathit{Zimmer}(u) = i \;\leftrightarrow u \in Z_i,\ u \in V,\ i = 1, \ldots, m.$

a) (3 Punkte)

Definieren Sie eine sinnvolle Nachbarschaftsstruktur für eine lokale Suche durch die genaue Angabe erlaubter Züge. Achten Sie darauf, dass immer nur gültige Lösungen erzeugt werden. (Eine Beschreibung in einfachen Worten reicht.)

b) (1 Punkt)

Wieviele Nachbarlösungen besitzt eine Lösung in der von Ihnen definierten Nachbarschaftsstruktur?

c) (6 Punkte)

Geben Sie einen ausführlichen Pseudocode für eine lokale Suche an, die die zuvor definierte Nachbarschaftsstruktur verwendet und der *first improvement* Strategie folgt.

Um die Erzeugung einer gültigen Ausgangslösung brauchen Sie sich hierbei nicht zu kümmern.

Aufgabe 5.A: Verschiedenes **(10 Punkte)**

a) (3 Punkte)

Randomisierte Skiplisten:

- Gegeben sei die `Einfügen()`-Funktion für eine *Randomisierte Skipliste*. Beschreiben Sie grob, wie diese modifiziert werden muss, damit sie auf *Perfekte Skiplisten* anwendbar ist.
- Gegeben sei die `Suchen()`-Funktion für eine *Perfekte Skipliste*. Beschreiben Sie grob, wie diese modifiziert werden muss, damit sie auf *Randomisierte Skiplisten* anwendbar ist.

b) (3 Punkte)

Approximative Algorithmen:

- Was bedeutet es, wenn ein Algorithmus A für ein *Minimierungsproblem* Gütegarantie ε besitzt?
- Welche Gütegarantie besitzt die Spanning-Tree-Heuristik für das Euklidische Traveling Salesman Problem?

c) (4 Punkte)

Branch-and-Bound für das asymmetrische Traveling Salesman Problem:

- Führen Sie für die folgende Distanzmatrix Zeilen- und Spaltenreduktion durch. Zeichnen Sie die vollständige resultierende Matrix nach beiden Schritten.

$$D = \begin{pmatrix} \infty & 2 & 6 & 8 \\ 1 & \infty & 3 & 2 \\ 4 & 2 & \infty & 2 \\ 7 & 7 & 1 & \infty \end{pmatrix}$$

- Welche untere Schranke für die Tourlänge können Sie aus diesen Reduktionen ableiten?

Technische Universität Wien
Institut für Computergraphik und Algorithmen
Arbeitsbereich für Algorithmen und Datenstrukturen

186.170 Algorithmen und Datenstrukturen 2 VO 2.0

Haupttermin WS 2007/08

30. Jänner 2008

Machen Sie die folgenden Angaben bitte in deutlicher Blockschrift:

Nachname: _____ Vorname: _____

Matrikelnummer: _____ Studienkennzahl: _____

Anzahl abgegebener Zusatzblätter: _____

Legen Sie während der Prüfung Ihren Ausweis für Studierende vor sich auf das Pult.

Sie können die Lösungen entweder direkt auf die Angabeblätter oder auf Zusatzblätter schreiben, die Sie auf Wunsch von der Aufsicht erhalten. Es ist nicht zulässig, eventuell mitgebrachtes eigenes Papier zu verwenden.

Die Verwendung von Taschenrechner, Mobiltelefonen, PDAs, Digitalkameras, Skripten, Büchern, Mitschriften, Ausarbeitungen oder vergleichbaren Hilfsmitteln ist unzulässig.

	A1:	A2:	A3:	A4:	A5:	Summe:
Erreichbare Punkte:	10	10	10	10	10	50
Erreichte Punkte:						

Viel Glück!

Aufgabe 1.B: Textsuche **(10 Punkte)**

Betrachten Sie den Algorithmus von *Boyer-Moore* (BM),
den Text $T = \mathsf{AABABXAXBABAABABAAA}$ und das Muster $P = \mathsf{AABABAA}$.

a) (2 Punkte)

   Geben Sie das *last*[] Array an.

b) (4 Punkte)

   Geben Sie das *suffix*[] Array für P an.

c) (4 Punkte)

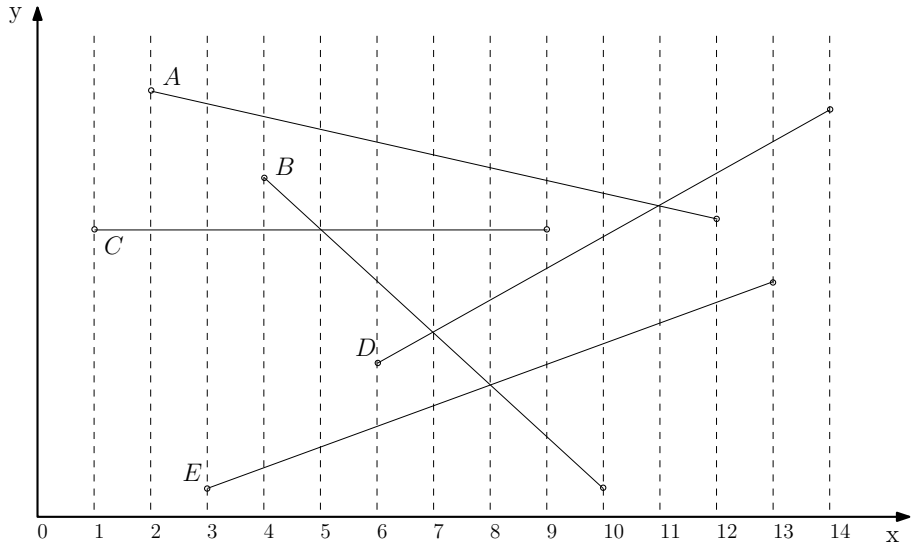
   Suchen Sie mittels BM in T nach P. Visualisieren Sie in jedem Schritt, wo das Muster angelegt wird. Geben Sie an

   - welche Zeichen gematcht werden,
   - welches Zeichen gegebenenfalls den Missmatch verursacht, und
   - mit welcher Regel (*last* oder *suffix*) verschoben wird.

Aufgabe 2.B: Schnitt von allgemeinen Liniensegmenten (10 Punkte)

a) (4 Punkte)

Der aus der Vorlesung bekannter Algorithmus zum Schnitt von allgemeinen Liniensegmenten wird auf das folgende Beispiel ausgeführt:



Verbinden Sie die Fragen mit den richtigen Antworten

Wann wird der Schnittpunkt $A \cap D$ in die Ereignisstruktur eingefügt?	Beim Einfügen von B
	Beim Einfügen von D
Wann wird der Schnittpunkt $B \cap C$ in die Ereignisstruktur eingefügt?	Beim Einfügen von E
	Beim Schnittpunkt $B \cap E$
Wann wird der Schnittpunkt $B \cap D$ in die Ereignisstruktur eingefügt?	Beim Schnittpunkt $B \cap C$
	Beim Schnittpunkt $B \cap D$
Wann wird der Schnittpunkt $B \cap E$ in die Ereignisstruktur eingefügt?	Beim Entfernen von B
	Beim Entfernen von C

b) (3 Punkte)

Welche vereinfachende Annahmen sind notwendig, damit der Algorithmus zum Schnitt von allgemeinen Liniensegmenten reibungslos abläuft? Nennen Sie 3 davon!

c) (3 Punkte)

Was ist eine *Scan-Line-Status Struktur*? Was wird darin wie gespeichert? Womit wird sie initialisiert?

Aufgabe 3.B: Suchen in Texten: Tries **(10 Punkte)**

a) (6 Punkte)

Bauen Sie einen *Indexed Trie* auf, der die folgenden Wörter aufnehmen kann, wobei die Größe eines Knotens dieses Tries minimal sein soll:

BAC, CEB, ACE, BCBE, BCE, CB, ABE

Zeichnen Sie den resultierenden Indexed Trie.

b) (2 Punkt)

Wenden Sie *Suffix Compression* auf Ihren unter Punkt a) erstellten Indexed Trie an und zeichnen Sie diesen neu.

c) (2 Punkt)

Erläutern Sie in maximal 2-3 kurzen Sätzen, was einen *Linked Trie* von einem Indexed Trie unterscheidet.

Aufgabe 4.B: Lokale Suche: Zimmerzuteilung **(10 Punkte)**

Eine Schulklasse mit $n = 24$ Kindern fährt auf Schiwoche. Die Lehrer stehen vor dem Problem, alle Kinder auf $m = 6$ Vierbettzimmer aufzuteilen. Schwierig ist diese Aufgabe deshalb, weil sie die Wünsche der Kinder bestmöglich berücksichtigen wollen. Jedes Kind konnte angeben, mit welchen anderen Kindern es gerne zusammen in einem Zimmer wäre. Wir haben diese Information in Form eines gerichteten Graphen $G = (V, A)$ mit Knotenmenge V (entspricht den Kindern) und Kantenmenge A gegeben: Eine gerichtete Kante $(u, v) \in V \times V$ ist genau dann in A enthalten, wenn u gerne mit v zusammen wäre.

Eine mögliche Lösung des Zuteilungsproblems sei durch m Mengen $Z_1, \ldots, Z_m \subset V$ repräsentiert, wobei gelten muss:

$$|Z_i| = 4 \quad \forall i = 1, \ldots, m, \qquad Z_i \cap Z_j = \emptyset \quad \forall i \neq j, \qquad \bigcup_{i=1,\ldots,m} Z_i = V.$$

Die zu maximierende Zielfunktion ist die Gesamtanzahl der erfüllten Wünsche:

$$\max \quad f(Z_1, \ldots, Z_m) = |\{(u, v) \in A \mid \mathit{Zimmer}(u) = \mathit{Zimmer}(v)\}|,$$

wobei $\mathit{Zimmer}(u) = i \;\leftrightarrow u \in Z_i,\ u \in V,\ i = 1, \ldots, m.$

a) (3 Punkte)

Definieren Sie eine sinnvolle Nachbarschaftsstruktur für eine lokale Suche durch die genaue Angabe erlaubter Züge. Achten Sie darauf, dass immer nur gültige Lösungen erzeugt werden. (Eine Beschreibung in einfachen Worten reicht.)

b) (1 Punkt)

Wieviele Nachbarlösungen besitzt eine Lösung in der von Ihnen definierten Nachbarschaftsstruktur?

c) (6 Punkte)

Geben Sie einen ausführlichen Pseudocode für eine lokale Suche an, die die zuvor definierte Nachbarschaftsstruktur verwendet und der *first improvement* Strategie folgt.

Um die Erzeugung einer gültigen Ausgangslösung brauchen Sie sich hierbei nicht zu kümmern.

Aufgabe 5.B: Verschiedenes **(10 Punkte)**

a) (3 Punkte)

Randomisierte Skiplisten:

- Gegeben sei die `Suchen()`-Funktion für eine *Perfekte Skipliste*.
  Beschreiben Sie grob, wie diese modifiziert werden muss, damit sie auf *Randomisierte Skiplisten* anwendbar ist.
- Gegeben sei die `Entfernen()`-Funktion für eine *Randomisierte Skipliste*.
  Beschreiben Sie grob, wie diese modifiziert werden muss, damit sie auf *Perfekte Skiplisten* anwendbar ist.

b) (3 Punkte)

Approximative Algorithmen:

- Was bedeutet es, wenn ein Algorithmus A für ein *Maximierungsproblem* Gütegarantie ε besitzt?
- Welche Gütegarantie besitzt die Christophides-Heuristik für das Euklidische Traveling Salesman Problem?

c) (4 Punkte)

Branch-and-Bound für das asymmetrische Traveling Salesman Problem:

- Führen Sie für die folgende Distanzmatrix Zeilen- und Spaltenreduktion durch. Zeichnen Sie die vollständige resultierende Matrix nach beiden Schritten.

$$D = \begin{pmatrix} \infty & 7 & 3 & 2 \\ 2 & \infty & 3 & 5 \\ 8 & 2 & \infty & 2 \\ 5 & 1 & 2 & \infty \end{pmatrix}$$

- Welche untere Schranke für die Tourlänge können Sie aus diesen Reduktionen ableiten?