

1. (20 Punkte) Eine Zufallsvariable X hat die folgende Dichtefunktion:

$$f_X(x) = \begin{cases} xe^{-x} & x > 0, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

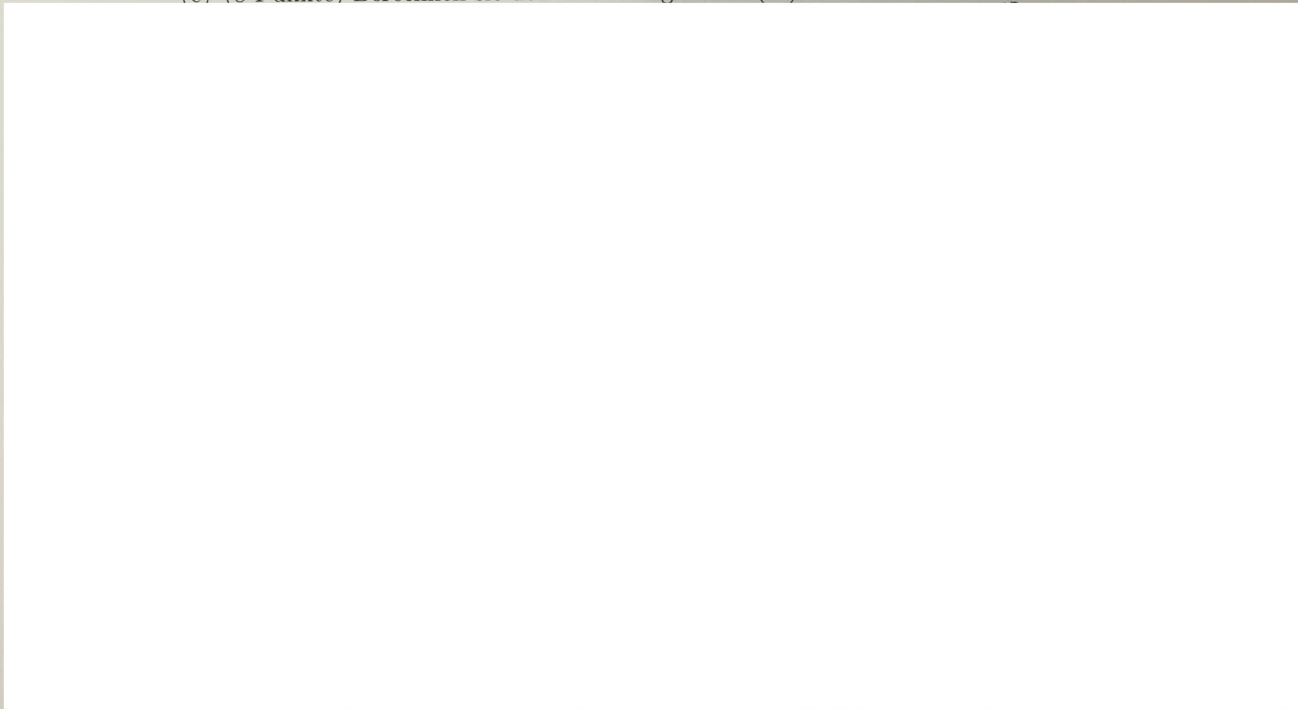
(a) (8 Punkte) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion, $F_X(x)$.



(b) (4 Punkte) Berechnen Sie $P(1 < X \leq 5)$.



(c) (8 Punkte) Berechnen sie den Erwartungswert $E(X)$.



2. (20 Punkte) Die Notenverteilung der Statistikprüfungen der letzten 10 Jahre sieht wie folgt aus:

Note	1	2	3	4	5
P(Note)	0.08	0.09	0.23	0.37	0.23

- (a) (7 Punkte) Berechnen sie die Durchschnittsnote (μ) und die Varianz (σ^2) dieser diskreten Verteilung.

- (b) (5 Punkte) Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Student einen 3er oder eine noch bessere Note hat?

- (c) (8 Punkte) Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Durchschnittsnote von 50 zufällig ausgewählten Studenten mindestens einem 3er oder einer noch besseren Note entspricht?

3. (20 Punkte) Ein Supermarkt erhält regelmäßig große Lieferungen von Obst und Gemüse von regionalen Landwirten. Jede Lieferung wird mittels einer Stichprobe untersucht. Der Supermarkt behält eine Lieferung wenn diese nicht mehr als 5% minderwertige Ware (zB verdorben, zerquetscht, unansehnlich, ...) enthält. Daher werden 20 Paletten der Lieferung untersucht und wenn mehr als 4 minderwertige Ware enthalten, wird die Lieferung abgelehnt. Ansonsten nimmt der Supermarkt die Lieferung an.

(a) (3 Punkte) Welche Hypothesen werden in diesem Fall getestet?

(b) (7 Punkte) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers erster Art.

(c) (7 Punkte) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers zweiter Art.

(d) (3 Punkte) Welcher dieser beiden Fehler betrifft Sie als regelmäßiger Kunde des Supermarktes mehr? Begründen Sie Ihre Wahl.

4. (20 Punkte) Eine medizinische Forschungsgruppe des Wiener AKHs will feststellen, ob es einen Unterschied in der Pulsfrequenz von identischen Zwillingen gibt. Zu diesem Zweck wurden 8 Zwillingspaare untersucht und die Pulsfrequenzen aufgezeichnet. Der erstgeborene Zwilling wurde mit TWIN A, der zweitgeborene mit TWIN B bezeichnet. Die entsprechenden Hypothesen waren $H_0: \mu_A - \mu_B = 0$ $H_1: \mu_A - \mu_B \neq 0$, wobei μ_A die mittlere Pulsfrequenz des erstgeborenen Zwillingen bezeichnet und μ_B jene des zweitgeborenen Zwillingen bezeichnet. Zwei mögliche Outputs für dieses Testproblem sind unten abgedruckt:

Abhängige Stichproben: $\mu_D = \mu_A - \mu_B$					
	Differenz.	Standardfehler	FG	T-Stat	p-value
TWIN A - TWIN B	1.25	3.62	7	0.98	0.361

Unabhängige Stichproben: $\mu = \mu_A - \mu_B$					
	Differenz	Standardfehler	FG	T-Stat	p-value
TWIN A - TWIN B	1.25	5.40	14	0.46	0.651

- (a) (5 Punkte) Welchen der beiden Tests würden Sie wählen? Den T-Test für abhängige oder unabhängige Stichproben? Begründen Sie Ihre Wahl.

- (b) (5 Punkte) Was ist das Resultat des Hypothesentests für Ihren gewählten Output. Geben Sie ein p-value und Ihre Entscheidung an

- (c) (5 Punkte) Interpretieren sie das Resultat sodass es für jemanden der statistisch unkundig ist verständlich ist.

- (d) (5 Punkte) Mit Ihrem Output berechnen sie ein 95%-Konfidenzintervall für den Unterschied der Pulsfrequenzen in identischen Zwillingen.

Bestimmen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Kreisen sie die richtige Antwort ein.

5. (2 Punkte) Eine Verteilung mit zwei Modalwerten kann nicht symmetrisch sein.

6. (2 Punkte) Der Stichprobenmedian teilt die Stichprobe in zwei gleich große Teile.

7. (2 Punkte) Zieht man mit Zurücklegen von einem gut gemischten Deck mit 52 Spielkarten, so verändert sich $P(\clubsuit)$ bei jedem Zug.

8. (2 Punkte) Der Korrelationskoeffizient nimmt Werte zwischen -1 und 1 an.

9. (2 Punkte) Ein Student wird zufällig ausgewählt und das Merkmal „Anzahl der Geschwister“ wird beobachtet. Die Ereignisse „Einzelkind“ und „hat eine Schwester/einen Bruder“ sind komplementär.

Für die untenstehende Beispiele wählen Sie die korrekte Antwort.

10. (2 Punkte) Eine Wahrscheinlichkeitsfunktion ist gegeben als

$$f_X(x) = k|x|, \quad x \in \{-3, -2, -1, 1, 2\}.$$

Der Wert von k ist

$\frac{1}{9},$

$-\frac{1}{3},$

$\frac{1}{12},$

$\frac{1}{3}.$

11. (2 Punkte) Welche der folgenden Größen ist ein Streuungsmaß?

Stichprobenmittel

Stichprobenvarianz

Stichprobenmodus

1. Quartil

12. (2 Punkte) Die Quartile der Verteilung der Körpergrößen von TU-Studentinnen sind $Q_1 = 157.48\text{cm}$, $\tilde{x} = 162.56\text{cm}$, und $Q_3 = 172.72\text{cm}$. 50% der TU-Studentinnen sind

(a) größer als 162.56 cm.

(b) zwischen 162.56cm und 172.72 cm groß.

(c) zwischen 152.4cm und 172.72 cm groß.

(d) größer als 172.72 cm.

13. (2 Punkte) Welche der folgenden Aussagen gilt nicht?

$P(A) + P(A^c) = 1$

$P(A) + P(B) = P(A \cup B) - P(A \cap B)$

$P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B)$

$P((A \cup B)^c) = P(A^c \cap B^c)$

14. (2 Punkte) Wenn $P(A) = 0.2$, $P(B) = 0.3$ und $P(A \cap B) = 0.08$, dann sind die Ereignisse A und B

disjunkt und unabhängig.

disjunkt und abhängig.

nicht disjunkt und unabhängig.

weder disjunkt noch unabhängig.