

Runde 6, Beispiel 36

LVA 118.181, Übungsrunde 6, 24.11.

Markus Nemetz, markus.nemetz@tuwien.ac.at, TU Wien, 22.11.2006

1 Angabe

Das Faltungsprodukt $(f * g)(t)$ zweier Funktionen $f(t)$ und $g(t)$ ist definiert durch $(f * g)(t) := \int_{\tau=0}^t f(\tau) \cdot g(t - \tau) d\tau$. Für die Laplace-Transformation gilt nun die Produktformel $\mathcal{L}\{f * g(t)\} = \mathcal{L}\{f(t)\} \cdot \mathcal{L}\{g(t)\} = F(s) \cdot G(s)$, wenn $F(s)$ und $G(s)$ die Laplace-Transformierten von $f(t)$ resp. $g(t)$ bezeichnen. Man ermittle nun die folgenden Faltungsprodukte resp. ihre Laplace-Transformierten:

- (a) $1 * 2$,
- (b) $e^t * e^{2t}$.

2 Lösung des Beispiels

2.1 a

$$(1 * 2)(t) = \mathcal{L}\{1(t)\} \cdot \mathcal{L}\{2(t)\} = \frac{2}{s^2} = 2t$$

2.2 b

$$(e^t * e^{2t} = \mathcal{L}\{e^t(t)\} \cdot \mathcal{L}\{e^{2t}(t)\} = \underbrace{\frac{1}{s-1} \cdot \frac{1}{s-2}}_{\square} = \frac{1}{s-2} - \frac{1}{s-1} = e^{2t} - e^t$$

$$\square \quad \frac{1}{(s-1) \cdot (s-2)} = \frac{A}{s-1} + \frac{B}{s-2}$$