

# Beispiel 430 (MA1 Sammlung)

LVA 118.153, Übungsrunde 3, 30.03.

Markus Nemetz, [markus.nemetz@tuwien.ac.at](mailto:markus.nemetz@tuwien.ac.at), TU Wien, 03/2006

## 1 Angabe

Man untersuche, wo die Funktion  $f(x)$  differenzierbar ist und bestimme dort  $f'(x)$ :

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 2 \cdot x + 1}{x^2 - 4 \cdot x + 3}}$$

## 2 Lösung des Beispiels

Wir betrachten zuerst die quadratische Gleichung im Zähler, die kann nie negativ werden weil sie durch  $(x + 1) \cdot (x + 1)$  ausgedrückt werden kann - es existiert daher eine Doppelnullstelle.

Die quadratische Gleichung im Nenner selbst kann durch  $(x - 1) \cdot (x - 3)$  ausgedrückt werden. Somit existieren Nullstellen bei 1 und 3. Zwischen diesen ist der Rückgabewert der quadratischen Funktion kleiner als Null. Somit ist die gegebene Funktion stetig nur für alle  $x \in \mathbb{R}, \mathbb{R} \setminus 1 \leq x \leq 3$ .

Die erste Ableitung erfolgt nach dem Schema ( $A$  ist quadratische Gleichung im Zähler,  $B$  die im Nenner):

$$\left(\left(\frac{A}{B}\right)^{0.5}\right)' = 0.5 \cdot \left(\frac{A}{B}\right)^{-0.5} \cdot \frac{A'B - B'A}{B^2}$$

Die Ableitung nun im Detail:

$$f'(x) = 0.5 \cdot \left(\frac{x^2 + 2 \cdot x + 1}{x^2 - 4 \cdot x + 3}\right)^{-0.5} \cdot \left(\frac{(2 \cdot x + 2) \cdot (x - 1) \cdot (x - 3) - (x + 1)^2 \cdot (2 \cdot x - 4)}{(x - 1)^2 \cdot (x - 3)^2}\right)$$