

Musterbeispiele: Aussagenlogik

3.0 VU Formale Modellierung

Lara Spendier, Gernot Salzer

WS 2011

Aufgabe 1 Gegeben seien die folgenden Aussagen:

A: Es ist eiskalt.

B: Es schneit.

Drücken Sie die nachfolgenden Sätze als aussagenlogische Formeln mit Hilfe der Aussagenvariablen *A* und *B* aus. Geben Sie außerdem für jede der Formeln die zugehörige Wahrheitstafel an und kennzeichnen Sie die erfüllenden bzw. widerlegenden Variablenbelegungen als solche.

- (a) Es ist eiskalt und es schneit.
- (b) Es ist eiskalt, aber es schneit nicht.
- (c) Es ist nicht eiskalt und es schneit nicht.
- (d) Entweder es schneit oder es ist eiskalt (oder beides).
- (e) Entweder es schneit oder es ist eiskalt, aber es schneit nicht, wenn es eiskalt ist.
- (f) Wenn es schneit, ist es eiskalt.

Aufgabe 2 Gegeben sei die folgende Wahrheitstafel:

<i>A</i>	<i>B</i>	(<i>a</i>)	(<i>b</i>)	(<i>c</i>)
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
1	0	1	0	0
1	1	1	1	0

Finden Sie entsprechende Formeln für (*a*), (*b*) und (*c*), die nur die Konnektive \wedge , \vee und \neg enthalten.

Aufgabe 3 Geben Sie an, welche der folgenden Formeln äquivalent sind. Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe einer Wahrheitstafel!

(a) $\neg(A \wedge B \wedge \neg C) = \neg(A \wedge \neg B) \supset (\neg A \vee (B \supset C))$

(b) $\neg A \equiv (B \supset C) = \neg(A \supset \neg B) \vee C$

Aufgabe 4 Gegeben seien die folgenden Formeln. Vereinfachen Sie die Ausdrücke so weit wie möglich.

(a) $(A \wedge \neg A) \supset (B \vee \neg B)$

(b) $\neg((A \wedge B) \supset (A \wedge (B \vee C)))$

Aufgabe 5 Geben Sie an, welche der folgenden logischen Konsequenzen gültig sind.

(a) $\neg A \vee B, \neg B \vee A \models A \equiv B$

(b) $A \supset B, A \supset C \models B \supset C$

(c) $A \supset B, B \supset C \models A \supset C$

Aufgabe 6 Finden Sie zu jeder der folgenden Formeln äquivalente Formeln in disjunktiver und konjunktiver Normalform. Wenden Sie beide Methoden an, die Sie in der Vorlesung kennen gelernt haben (semantische und algebraische Methode).

(a) $(A \wedge \neg B) \vee \neg(A \supset \neg C)$

(b) $((A \equiv B) \supset (C \supset \neg(B \vee \perp))) \wedge (\perp \subset C)$

Aufgabe 7 Track hat Geburtstag. Tick und Trick wollen ihn mit einem selbstgemachten Kuchen überraschen und überlegen, welchen sie backen sollen. Zur Auswahl stehen Schokoladekuchen und Guglhupf. Das Rezept für den Schokoladekuchen sieht als Zutaten Mehl, Eier, Milch, Kakao und Marmelade vor. Für den Guglhupf benötigt man Eier, Mehl, Milch und Kakao.

Tick sagt: „Track isst nur Kuchen in dem Kakao enthalten ist.“

Trick entgegnet: „Ich weiß, dass Track den Kuchen nicht essen wird, wenn er Marmelade enthält.“

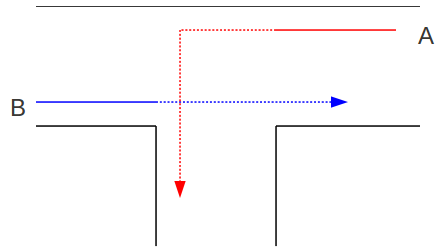
Tick sagt: „Alle anderen Zutaten des Kuchens sind Track jedenfalls egal.“

(a) Formulieren Sie die beschriebene Situation inklusive der Einschränkungen durch aussagenlogische Formeln aus. Geben Sie dabei zu jeder Elementaraussage an, was sie bedeuten soll. Wählen Sie möglichst atomare¹ Elementaraussagen.

(b) Welchen Kuchen werden Tick und Trick für Track backen? Begründen Sie Ihre Aussage!

Aufgabe 8 Die Stadt Wien möchte die folgende Kreuzung analysieren und bittet deshalb einen Logiker um Hilfe.

¹„atomar“ im Sinn von „nicht weiter unterteilbar“.



- (a) Formulieren Sie umgangssprachliche Anforderungen, die sicherstellen, dass die Verkehrsteilnehmer auf den Spuren *A* und *B* nicht zusammenstoßen. Sie brauchen dabei nur zwischen “fährt” und “fährt nicht” zu unterscheiden.
- (b) Überführen Sie Ihre umgangssprachliche Anforderungen aus Teil a in eine aussagenlogische Formel. Begründen Sie, warum es in Ihrer Modellierung zu keinem Crash kommt.

Hinweis: Werfen Sie auch einen Blick auf das Programm `logictraffic`² mit dem man diese und ähnliche Kreuzungen modellieren kann!

²<http://www.swisseduc.ch/informatik/infotraffic/logictraffic/>