# 2. ADM Übungstest

#### 12. Dezember 2022

# 1 Angabe Gruppe C1

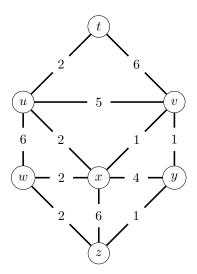
# 1.1 Aufgabe 1

Wie viele Zahlen n mit  $1 \ge n \ge 10^5$  gibt es, die keine dritte, vierte oder fünfte Potenz natürlichen Zahl sind?

Hinweis:  $\sqrt[3]{10^5} \approx 46.416$ ;  $\sqrt[4]{10^5} \approx 17.783$ ;  $\sqrt[5]{10^5} \approx 10$ ;  $\sqrt[7]{10^5} \approx 5.179$ ;  $\sqrt[8]{10^5} \approx 4.217$ ;  $\sqrt[9]{10^5} \approx 3.594$ ;  $\sqrt[12]{10^5} \approx 2.610$ ;  $\sqrt[15]{10^5} \approx 2.154$ ;  $\sqrt[20]{10^5} \approx 1.778$ ;  $\sqrt[60]{10^5} \approx 1.212$ 

# 1.2 Aufgabe 2

Man betrachte folgenden kantengewichteten, ungerichteten Graphen G:



Man bestimme mittels Dijkstra Algorithmus den kürzesten Weg aller Knoten zum Knoten z und stelle sie in einem Entfernungsbaum dar. Es müssen unbedingt alle Schritte des Dijkstra Algorithmus in einer Tabelle erkennbar sein.

(Anmerkung: Der hier gezeichnete Graph ist nicht genau der Graph aus dem Test, er sollte nach meinem Ermessen aber das gleiche Ergebnis liefern.)

#### 1.3 Aufgabe 3

Man betrachte die Gruppe ( $\mathbb{C}\setminus\{0\}$ , ·) (normale Multiplikation). Man zeige, dass  $U=\mathbb{R}^{>0}=\{x\in\mathbb{R}:x>0\}$  Normalteiler ist.

Weiters zeige man, dass  $f:\mathbb{C}\backslash\{0\}\to\mathbb{C}\backslash\{0\},z\mapsto|z|$  ein Gruppenhomomorphismus ist.

# 2 Angabe Gruppe C2

## 2.1 Aufgabe 1

Wie viele Zahlen n mit  $1 \ge n \ge 10^5$  gibt es, die keine zweite, dritte oder vierte Potenz einer natürlichen Zahl sind?

Hinweis: Auch hier standen die benötigten Wurzeln in der Angabe.

(Hinweis hierzu, der nicht in der Angabe stand: alle 4. Potenzen sind 2. Potenzen.)

# 2.2 Aufgabe 2

(Hier war der Graph anders als bei C1, aber das gleiche zu tun.)

### 2.3 Aufgabe 3

Man betrachte die Gruppe ( $\mathbb{C}\setminus\{0\}$ , ·) (normale Multiplikation). Man zeige, dass  $U=\{z\in\mathbb{C}\setminus\{0\}:|z|=1\}$  Normalteiler ist.

Weiters zeige man, dass  $f:\mathbb{C}\backslash\{0\}\to\mathbb{C}\backslash\{0\}, z\mapsto \frac{z}{|z|}$  ein Gruppenhomomorphismus ist.