

## Übungsblatt 7 für Mathematik 3 für InformatikerInnen

43.) Man löse das RWP

$$y''(x) = 3x - 2, \quad y(0) = 2, \quad y'(1) = -3.$$

44.) Man löse das nichtlineare RWP

$$yy'' + (y')^2 = 0, \quad y(-1) = 0, \quad y'(1) = 1.$$

45.) Man betrachte das RWP

$$\ddot{y}(t) - y(t) = at + b, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0,$$

für  $a, b \in \mathbb{R}$ . Mit Hilfe des Alternativsatzes zeige man, daß das RWP für jede Wahl von  $a, b$  eindeutig lösbar ist.

46.) Man betrachte das inhomogene lineare RWP

$$L[y] := y^{(n)}(x) + a_{n-1}(x)y^{(n-1)}(x) + \cdots + a_0(x)y(x) = b(x), \quad R\vec{y}(a) + S\vec{y}(b) = \vec{p}.$$

Man zeige nun: falls eine Funktion  $\psi(x)$  die inhomogene Randbedingung erfüllt, also  $R\vec{\psi}(a) + S\vec{\psi}(b) = \vec{p}$ , dann führt die Substitution  $z(x) := y(x) - \psi(x)$  auf ein halbhomogenes lineares Randwertproblem für die Funktion  $z(x)$ .

47.) Man bestimme die Green-Funktion des Randwertproblems

$$y'' + y = b(x), \quad y(0) - y(\pi) = 0, \quad y'(0) - y'(\pi) = 0.$$

48.) Man bestimme die Green-Funktion des Randwertproblems

$$y'' = b(x), \quad y(0) + y(l) = 0, \quad y'(0) + y'(l) = 0.$$

49.) Man bestimme alle reellen Eigenwerte  $\lambda \in \mathbb{R}$  und die zugehörigen Eigenfunktionen des linearen Eigenwertproblems

$$y'' - \lambda^2 y = 0, \quad y(1) = y(-1), \quad y'(1) = y'(-1).$$