Name:

Matrikelnummer:

1.
2.
3.
4.
5.

Analysis für Inf. und Winf. (Prof. Karigl)

Schriftliche Prüfung am 26. 11. 2021

---

1. Man zeige mittels Differenzieren, dass für $|x| < 1$ gilt

$$\frac{1}{2}\arcsin x + \arctan\left(\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}\right) = \frac{\pi}{4}.$$

2. Der Ladestrom i(t) (in A) in Abhängigkeit von der Zeit t (in h) beim IU-Ladevorgang einer Autobatterie sei gegeben durch

$$i(t) = \begin{cases} 10 & 0 \le t \le 4 \\ 10e^{-t+4} & 4 \le t \le 8 \end{cases}$$

Skizzieren Sie die Funktion i(t) in einem (t,i)-Diagramm und bestimmen Sie den Mittelwert $\overline{i}$ der Stromstärke i(t) während der 8-stündigen Ladezeit, d.h. im Intervall [0, 8], gemäß dem Mittelwertsatz der Integralrechnung.

3. Man bestimme die allgemeine Lösung der inhomogenen linearen Differentialgleichung

$$y' - y\tan(x) = 1$$

sowie die partikuläre Lösung zur Anfangsbedingung $y(0) = \pi$.

4. Konvergenz von unendlichen Reihen:
   - Wie lautet die Definition für die Konvergenz, die absolute Konvergenz und die bedingte Konvergenz einer unendlichen Reihe?
   - Geben Sie je ein Beispiel für eine absolut konvergente, eine bedingt konvergente und eine divergente Reihe an.
   - Geben Sie je eine notwendige und eine hinreichende Konvergenzbedingung für unendliche Reihen an.

Fortsetzung auf der Rückseite!

5. Beantworten Sie die nachstehenden Fragen zu den Extrema der Funktion

$$f(x,y) = e^x\,(x^3 - 5x^2 + 7x + y^2 - 7)$$

(bitte ankreuzen; es können keine, genau eine oder auch mehrere Antworten zutreffend sein):

Für das Aufsuchen von lokalen Extrema von f ist die Bedingung grad f = **0**	○ notwendig ○ hinreichend ○ notwendig und hinreichend
In stationären Punkten von f gilt	○ $f = 0$ ○ $f_x = f_y = 0$ ○ $f_{xx} = f_{xy} = f_{yy} = 0$
Im Punkt (0,0) liegt ein *)	○ lokales Maximum ○ lokales Minimum ○ Sattelpunkt der Funktion f.
Im Punkt (3,0) liegt ein *)	○ lokales Maximum ○ lokales Minimum ○ Sattelpunkt der Funktion f.
Im Punkt (−1,0) liegt ein *)	○ lokales Maximum ○ lokales Minimum ○ Sattelpunkt der Funktion f.
In einem lokalen Minimum von f ist die Hesse-Matrix	○ positiv definit ○ negativ definit ○ indefinit
Ein lokales Extremum ist immer auch ein globales Extremum:	○ ja ○ nein
Ein globales Extremum liegt stets am Rand des vorgegebenen Definitionsbereichs von f:	○ ja ○ nein

*) Hinweis: Die Funktion besitzt drei stationäre Punkte (0,0), (3,0), (−1,0),
ferner ist $f_{yy} = 2e^x$ und die Determinante D der Hesse-Matrix beträgt
$D = 2e^{2x}\,(x^3 + x^2 - 7x - y^2 - 3)$.

Zeit: 100 Minuten

Prüfungsergebnisse bis Freitag, 17. 12. 2021, siehe TISS