

# 1. Übungsblatt

## 3.0 VU Formale Modellierung

Lara Spendier, Gernot Salzer

16. Oktober 2011

**Die Deadline für die Abgabe der Lösungen via TUWEL ist *Montag, 24. Oktober 2011, 6:55.***

**Aufgabe 1 (0.5 Punkte)** Gegeben seien die folgenden Aussagen:

- A*: Es regnet.
- B*: Das Thermometer zeigt mehr als 30 Grad an.
- C*: Susi geht in die Vorlesung.
- D*: Susi geht baden.

Drücken Sie die nachfolgenden Sätze als aussagenlogische Formeln mit Hilfe der Aussagenvariablen *A*, *B*, *C* und *D* aus.

- (a) Wenn das Thermometer mehr als 30 Grad anzeigt, geht Susi baden.
- (b) Susi geht in die Vorlesung, wenn das Thermometer mehr als 30 Grad anzeigt und es regnet.
- (c) Susi geht nie gleichzeitig baden und in die Vorlesung.

Geben Sie außerdem für jede der drei Formeln die zugehörige Wahrheitstafel an.

**Aufgabe 2 (0.5 Punkte)** Gegeben seien die folgenden Aussagen:

- A*: Der Täter wird ermittelt.
- B*: Der Täter hinterlässt eine Spur.
- C*: Sherlock Holmes hat eine geniale Idee.

Formulieren Sie die nachfolgenden aussagenlogischen Formeln als deutsche Sätze.

- (a)  $(B \vee C) \supset A$
- (b)  $(\neg B \wedge C) \supset A$
- (c)  $\neg A \equiv (\neg C \wedge \neg B)$

Geben Sie außerdem für jede der drei Formeln je eine erfüllende und eine widerlegende Variablenbelegung an.

**Aufgabe 3 (0.5 Punkte)** Zeigen Sie mit Hilfe von Wahrheitstafeln, dass die folgenden Gleichungen gelten.

(a)  $A \vee (A \wedge B) = A$  (Absorption)

(b)  $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$  (Distributivität)

**Aufgabe 4 (0.5 Punkte)** Welche der folgenden logischen Konsequenzen sind gültig? Begründen Sie Ihre Antworten!

(a)  $A, A \wedge B \models B$

(b)  $A \supset B, B \equiv A \models B$

**Aufgabe 5 (0.5 Punkte)** Geben Sie zu jeder der folgenden Formeln äquivalente Formeln in disjunktiver bzw. konjunktiver Normalform an. Weisen Sie in Ihrer Antwort explizit darauf hin, welche die DNF und welche die KNF ist.

(a)  $(A \supset \neg B) \wedge \neg(A \vee \neg C)$

(b)  $(A \vee \neg(B \vee \neg C)) \supset (C \wedge \neg B)$

**Aufgabe 6 (0.5 Punkte)** Daisy Duck kommt sonntags in der Nacht in ein Restaurant und möchte gerne noch etwas essen und trinken. Der Kellner erklärt ihr, dass aufgrund der fortgeschrittenen Stunde nur mehr Schnitzel, Fisch und Nudeln, beziehungsweise Rotwein und Bier serviert werden. Für die Zusammenstellung des Menüs müssen folgende Einschränkungen beachtet werden:

1. Der Kellner serviert niemals Fisch mit Rotwein.
2. Daisy Duck trinkt nie Bier zu einem Gericht, das Nudeln enthält.
3. Weiters kombiniert sie niemals Schnitzel mit Fisch.
4. Sie isst Schnitzel oder Fisch jedoch immer mit einer Beilage. Die Beilage ist dabei eine beliebige andere Speise, die serviert werden kann.

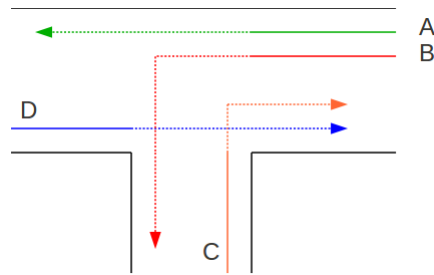
(a) Drücken Sie die beschriebene Situation inklusive der Einschränkungen durch aussagenlogische Formeln aus. Geben Sie dabei zu jeder Elementaraussage an, was sie bedeuten soll. Wählen Sie möglichst atomare<sup>1</sup> Elementaraussagen.

(b) Wird Daisy Duck in diesem Restaurant noch ein passendes Menü serviert? Wenn ja, welche(s)? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe Ihrer Modellierung aus Teil a.

---

<sup>1</sup>„atomar“ im Sinn von „nicht weiter unterteilbar“.

**Aufgabe 7 (0.5 Punkte)** Die Stadt Wien möchte die folgende Kreuzung analysieren und bittet deshalb einen Logiker um Hilfe.



- Formulieren Sie umgangssprachliche Anforderungen, die sicherstellen, dass die Verkehrsteilnehmer auf den Spuren *A*, *B*, *C* und *D* nicht zusammenstoßen. Sie brauchen dabei nur zwischen “fährt” und “fährt nicht” zu unterscheiden.
- Überführen Sie Ihre umgangssprachliche Anforderungen aus Teil a in eine aussagenlogische Formel. Begründen Sie, warum es in Ihrer Modellierung zu keinem Crash kommt.

**Aufgabe 8 (0.5 Punkte)** Die Fahrradfirma BikeCompany will die Auftragsabwicklung für Reparaturen optimieren und hält den Ist-Zustand schriftlich fest:

Ein Kunde *beauftragt* eine Reparatur. Zunächst wird das Fahrrad *überprüft*. Danach werden die benötigten *Ersatzteile aus dem Lager geholt* oder, falls sie nicht verfügbar sind, *bestellt* und *geliefert*. Das Fahrrad wird von einem Mitarbeiter der Firma *repariert*. Im letzten Schritt *bezahlt* der Kunde die Reparatur und nimmt das Fahrrad mit.

Entwerfen Sie einen endlichen Automaten, der die Reparatur- Auftragsabwicklung der Firma BikeCompany darstellt.

*Hinweis:* Signalwörter für (mögliche) Zustandsübergänge sind kursiv geschrieben.

**Aufgabe 9 (0.5 Punkte)** Am Institut für Computersprachen steht ein Kaffeeautomat. Eine Tasse Kaffee kostet 6 Cent, allerdings muss der Betrag genau bezahlt werden. Der Kaffeeautomat akzeptiert nur 1-, 2- und 5-Cent-Münzen. Konstruieren Sie einen deterministischen, endlichen Automaten, der den Bezahlvorgang des beschriebenen Kaffeeautomaten darstellt.

**Aufgabe 10 (0.5 Punkte)** Gesucht ist ein Mealy-Automat (bzw. Transducer), der als Eingabe nicht-negative ganze Dezimalzahlen akzeptiert und als Ausgabe eine Dezimalzahl liefert, die der Hälfte der Eingabe entspricht (das Ergebnis wird dabei auf den ganzzahligen Teil abgeschnitten).

*Beispiel:* Eingabe: 128 — Ausgabe: 064; Eingabe: 233 — Ausgabe: 116

Zeichnen Sie einen solchen Automaten und definieren Sie die Zustände, das Eingabealphabet und die Übergangsfunktion.