“ADM” - UE-Test 2 - Gruppe N

Name: Matrikelnummer:

(1) [7 Punkte] Bezeichnen wir für eine positive natürliche Zahl $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ mit T_n die Menge der natürlichen Zahlen, die n teilen, also $T_n = \{k \in \mathbb{N} \ : \ k \,|\, n\}$. Betrachten wir nun als binäre Relation R die Teilbarkeitsrelation $|$ auf T_n, also $a \, R \, b :\Leftrightarrow a \,|\, b$.

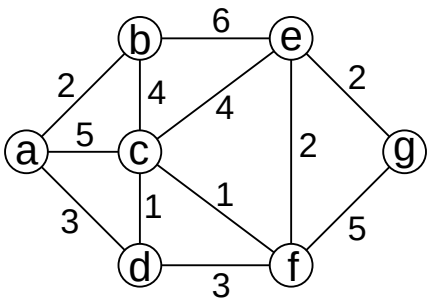
(a) Zeigen Sie durch Nachweisen der definierenden Eigenschaften, dass $(T_n, |)$ eine Halbordnung darstellt.

(b) Geben Sie das Hassediagramm der Halbordnung $(T_p, |)$ an, wobei $p \in \mathbb{P}$ eine Primzahl ist.

(c) Bestimmen Sie das Hassediagramm der Halbordnung $(T_{12}, |)$.

(2) [6 Punkte] Man bestimme mit Hilfe einer in der Vorlesung kennengelernten kombinatorischen Methode (kein “Herumprobieren”, dies wird nicht gewertet!) die Anzahl aller Anordnungen (Permutationen) der Buchstaben `a`, `b`, `c`, `d`, `e`, in denen weder der Block “`abc`”, noch der Block “`bcd`”, noch der Block “`cde`” vorkommt.

(3) [7 Punkte] Gegeben sei der folgende kantenbewertete Graph G:



Man bestimme für G mit dem Algorithmus von Dijkstra kürzeste Wege und ihre Längen von allen Knoten zum Knoten a. Geben Sie dabei bitte unbedingt die Ergebnisse der Iterationsschritte des Dijkstra-Algorithmus in einer Tabelle an. Außerdem veranschauliche man den Entfernungsbaum (= Abstandsgraph) bzgl. a in einem eigenen Graphen.

Iteration	a	b	c	d	e	f	g	ausgewählter Knoten	Vorgänger
Initialisierung: 0									
1									
2									
3									
4									
5									
6									

“ADM” - UE-Test 2 - Gruppe O

Name: Matrikelnummer:

(1) [7 Punkte] Bezeichnen wir für eine positive natürliche Zahl $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ mit T_n die Menge der natürlichen Zahlen, die n teilen, also $T_n = \{k \in \mathbb{N} \ : \ k \,|\, n\}$. Betrachten wir nun als binäre Relation R die Teilbarkeitsrelation $|$ auf T_n, also $a \, R \, b :\Leftrightarrow a \,|\, b$.

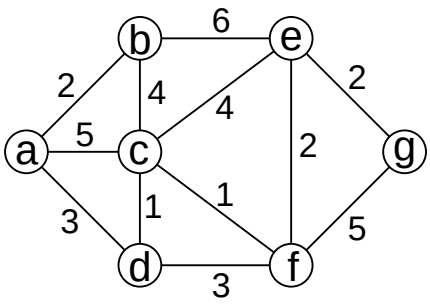
(a) Zeigen Sie durch Nachweisen der definierenden Eigenschaften, dass $(T_n, |)$ eine Halbordnung darstellt.

(b) Geben Sie das Hassediagramm der Halbordnung $(T_p, |)$ an, wobei $p \in \mathbb{P}$ eine Primzahl ist.

(c) Bestimmen Sie das Hassediagramm der Halbordnung $(T_{12}, |)$.

(2) [6 Punkte] Man bestimme mit Hilfe einer in der Vorlesung kennengelernten kombinatorischen Methode (kein “Herumprobieren”, dies wird nicht gewertet!) die Anzahl aller Anordnungen (Permutationen) der Buchstaben `a`, `b`, `c`, `d`, `e`, in denen weder der Block “`abc`”, noch der Block “`bcd`”, noch der Block “`cde`” vorkommt.

(3) [7 Punkte] Gegeben sei der folgende kantenbewertete Graph G:



Man bestimme für G mit dem Algorithmus von Dijkstra kürzeste Wege und ihre Längen von allen Knoten zum Knoten a. Geben Sie dabei bitte unbedingt die Ergebnisse der Iterationsschritte des Dijkstra-Algorithmus in einer Tabelle an. Außerdem veranschauliche man den Entfernungsbaum (= Abstandsgraph) bzgl. a in einem eigenen Graphen.

Iteration	a	b	c	d	e	f	g	ausgewählter Knoten	Vorgänger
Initialisierung: 0									
1									
2									
3									
4									
5									
6									

ALGEBRA UND DISKRETE MATHEMATIK, 2. ÜBUNGSTEST

1) Gegeben ist der Graph $(a, b, c, d, e, \{ab, ad, bc, be, ce, de\})$ und eine Gewichtsfunktion w mit $w(ab) = 5$, $w(ad) = 1$, $w(bc) = 4$, $w(be) = 4$, $w(ce) = 2$, $w(de) = 1$. Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Dijkstra einen kürzesten Weg von a nach b.
2) Seien $f : A \to B$ und $g : B \to C$ Funktionen, sodass die Verkettung
$$g \circ f : A \to C, \quad a \mapsto g(f(a))$$
bijektiv ist. Zeigen Sie, dass f surjektiv und g injektiv ist.
3) Sei $n \geq 1$ eine positive ganze Zahl. Auf wieviele Arten können sich n Fans des FC Barcelona und n Fans von Real Madrid an einen runden Tisch setzen, sodass nie Fans des gleichen Fußballclubs nebeneinander sitzen. (Im Rahmen der Aufgabe wird davon ausgegangen, dass jede Person nur Fan von einem Club ist.)

Key words and phrases. Insert keywords.

“ADM” - UE-Test 2 - Gruppe Q

Name: Matrikelnummer:

(1) [7 Punkte] Bezeichnen wir für eine positive natürliche Zahl $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ mit T_n die Menge der natürlichen Zahlen, die n teilen, also $T_n = \{k \in \mathbb{N} \ : \ k \,|\, n\}$. Betrachten wir nun als binäre Relation R die Teilbarkeitsrelation $|$ auf T_n, also $a \, R \, b :\Leftrightarrow a \,|\, b$.

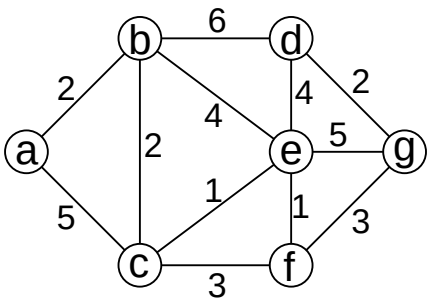
(a) Zeigen Sie durch Nachweisen der definierenden Eigenschaften, dass $(T_n, |)$ eine Halbordnung darstellt.

(b) Geben Sie das Hassediagramm der Halbordnung $(T_p, |)$ an, wobei $p \in \mathbb{P}$ eine Primzahl ist.

(c) Bestimmen Sie das Hassediagramm der Halbordnung $(T_{20}, |)$.

(2) [6 Punkte] Man bestimme mit Hilfe einer in der Vorlesung kennengelernten kombinatorischen Methode (kein “Herumprobieren”, dies wird nicht gewertet!) die Anzahl aller Anordnungen (Permutationen) der Buchstaben `v`, `w`, `x`, `y`, `z`, in denen weder der Block “`vw`”, noch der Block “`wxy`”, noch der Block “`xyz`” vorkommt.

(3) [7 Punkte] Gegeben sei der folgende kantenbewertete Graph G:



Man bestimme für G mit dem Algorithmus von Dijkstra kürzeste Wege und ihre Längen von allen Knoten zum Knoten g (nicht vom Knoten a!). Geben Sie dabei bitte unbedingt die Ergebnisse der Iterationsschritte des Dijkstra-Algorithmus in einer Tabelle an. Außerdem veranschauliche man den Entfernungsbaum (= Abstandsgraph) bzgl. g in einem eigenen Graphen.

Iteration	a	b	c	d	e	f	g	ausgewählter Knoten	Vorgänger
Initialisierung: 0									
1									
2									
3									
4									
5									
6									