

Übungsaufgaben zur Analysis für Informatik und Wirtschaftsinformatik

Blatt 10

49. (a) Für die Funktion $f(x,y) = \sqrt{1-x^2-y^2}$ berechne man die partiellen Ableitungen f_x , f_y und die Gleichung der Tangentialebene an der Stelle $(x_0, y_0) = (0.2, 0.3)$.

(b) Man berechne alle partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung für die Funktion $f(x,y) = x^2 \sin y + \cos(x+2y)$.

50. Das elektrostatische Potential einer Punktladung Q im Koordinatenursprung ist durch

$$\varphi_1(x, y, z) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

gegeben, für das Potential eines Dipols mit dem Dipolmoment $\vec{p} = (p, 0, 0)$ gilt

$$\varphi_2(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{px}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}.$$

(Dabei sind Q , p und ϵ_0 Konstante.) In beiden Fällen berechne man das zugehörige elektrische Feld \vec{E} nach der Formel $\vec{E} = -\text{grad}\varphi$.

51. Mit Hilfe der Kettenregel berechne man den Wert der partiellen Ableitung der Funktion $F(x,y) = f(g(x,y), h(x,y))$ nach y an der Stelle $(0,0)$, wobei $f(g,h) = g^2 + h^2$, $g(x,y) = \cos x + \sin y$ und $h(x,y) = x + y + 1$ ist.

52. Man bestimme dy/dx für folgende implizit gegebene Kurven:

(a) $x^{2/3} + y^{2/3} = 1$ für $x_0 = 0,5$

(b) $x^3 + y^3 - 2xy = 0$ für $x_0 = 1$

53. Man berechne die Ableitung von $f(x,y) = x^2 + 4y^2$ im Punkt $P_0(3,2)$

(a) in Richtung der Koordinatenachsen,

(b) in Richtung von $(-1, -1)$ sowie

(c) in Richtung von $\text{grad } f$.

54. In welcher Richtung erfolgt die maximale Änderung von

$$f(x,y,z) = x^2 \sin(yz) - y^2 \cos(yz)$$

vom Punkt $P_0(4, \pi/4, 2)$ aus und wie groß ist sie annähernd?