Analysis für Informatik & Wirtschaftsinformatik (WS 2021/22 - Pinsker)

Prüfung am 6.5.2022

Name: Matrikelnummer:

Nickname:

Prüfungsbogen:

Ihre Antworten - bitte 1 (=WAHR), 0 (=FALSCH), oder 2 (=WEISS NICHT) eintragen!

Aufgabe	Antwort A	Antwort B	Antwort C
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			

- Bitte wählen Sie einen beliebigen Nickname - die Ergebnisse werden als für alle einsehbare Liste unter den Nicknamen veröffentlicht.
- Es sind 15 Aufgaben zu lösen, und jede Aufgabe besteht aus drei Teilfragen (A,B,C), welche jeweils mit 1 (=WAHR), 0 (=FALSCH), oder 2 (=WEISS NICHT) zu beantworten sind.
- **WICHTIG:** 1 (=WAHR) bedeutet, daß die jeweilige Behauptung für ALLE $X, f, K, \ldots$ aus der gegebenen Annahme folgt. Das heißt, daß die Behauptung notwendig ist (und nicht nur möglich).
- Sie bekommen für eine Aufgabe 4 Punkte, wenn Sie **ALLE** drei Teilfragen der Aufgabe richtig beantworten.
- Wenn Sie mindestens eine Teilfrage einer Aufgabe falsch beantworten, so bekommen Sie 0 Punkte.
- In allen anderen Fällen (also Aufgabe entweder gar nicht oder korrekt, aber unvollständig gelöst) bekommen Sie 1 Punkt.

Frage 1: Gegeben sei $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ durch $(x,y,z) \mapsto \frac{x^2y^2z^2}{x^2+y^2+z^2}$ falls $(x,y,z) \neq (0,0,0)$, und $f(0,0,0) = 0$.

(A) $\lim_{t\to 0+} f(t,t,t) = \lim_{t\to 0+} f(2t,t,t)$.

(B) f ist an der Stelle $(0,0,0)$ stetig.

(C) $\lim_{t\to 0+} f(t,0,0) = 1$.

Antwort:110

Frage 2: Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zweimal stetig differenzierbar.

(A) Ist $f'(0) = 0$ und $f''(0) \neq 0$, so hat f an der Stelle 0 ein lokales Extremum.

(B) Hat f an der Stelle 0 ein lokales Extremum, so ist $f'(0) = 0$ und $f''(0) \neq 0$.

(C) Ist $f''(0) = 0$, so ist $f'(0) = 0$.

Antwort:100

Frage 3: Sei $x \in \mathbb{R}$.

(A) Wenn die Dezimaldarstellung von x endlich ist, so gilt $x \in \mathbb{Q}$.

(B) Wenn $x \in \mathbb{Q}$, so ist die Dezimaldarstellung von x endlich.

(C) Wenn $x \notin \mathbb{Q}$, so ist die Dezimaldarstellung von x unendlich.

Antwort:101

Frage 4: Gegeben sei die Folge $a_n = \frac{\sqrt{n} \cdot \ln n}{n}$, wobei $n \geq 1$.

(A) a_n ist konvergent.

(B) a_n ist monoton.

(C) a_n ist beschränkt.

Antwort:101

Frage 5: Gegeben sei die Folge $a_n = (-1)^n \cdot (\frac{1}{\sqrt{5}})^n$

(A) Die zugehörige Reihe ist konvergent.

(B) Die zugehörige Reihe ist absolut konvergent.

(C) $a_n = o(e^{-n})$.

Antwort:110

Frage 6: Sei $M \subseteq \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ beschränkt und unendlich.

(A) M hat mindestens einen Häufungspunkt.

(B) M hat mindestens einen rationalen Häufungspunkt.

(C) M kann unendlich viele verschiedene rationale Häufungspunkte haben.

Antwort:101

Frage 7: Gegeben sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ durch $x \mapsto x^2 \cos x$.

(A) f hat unendlich viele Nullstellen.

(B) f hat unendlich viele lokale Maxima.

(C) f ist beschränkt.

Antwort:110

Frage 8: Gegeben sei $f\colon [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ durch $x \mapsto \frac{\sin(x^2)}{x \sin x}$.

(A) Der Grenzwert von $f(x)$ für $x \to 0$ ist gleich 1.

(B) $f(x)$ konvergiert, für $x \to 0$ von rechts, gegen ∞.

(C) Links- und rechtsseitiger Grenzwert von $f(x)$ für $x \to 0$ existieren, aber stimmen nicht überein.

Antwort:100

Frage 9: Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetig differenzierbar.

(A) Wenn $f(-1) < 0$ und $f(1) > 0$, so existiert $\xi \in (-1, 1)$ mit $f(\xi) = 0$.

(B) Wenn $f(-1) < 0$ und $f(1) > 0$, so existiert $\xi \in (-1, 1)$ mit $f'(\xi) = 0$.

(C) Wenn $f(-1) = 0$ und $f(1) = 0$, so existiert $\xi \in (-1, 1)$ mit $f'(\xi) = 0$.

Antwort:101

Frage 10: Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeben durch $x \mapsto x \cdot \cos x$.

(A) Die Fläche unter f über dem Intervall $[0, \pi]$ ist eine ganze Zahl.

(B) $x \mapsto x \cdot \cos x + \sin x$ ist eine Stammfunktion von f.

(C) Die Fläche unter f über dem Intervall $[0, c]$ ist gleich $O(c)$ für $c \to \infty$.

Antwort:101

Frage 11: Gegeben sei die Differentialgleichung $y'' - 2 \cdot y' + 1 \cdot y = 0$.

(A) Die Funktion $y = e^{-x}$ ist eine Lösung der Differentialgleichung.

(B) Ist f eine nichtkonstante Lösung der Differentialgleichung, so ist f unbeschränkt.

(C) Ist f eine nichtkonstante Lösung der Differentialgleichung, so ist $f(x) = O(e^x)$ für $x \to \infty$.

Antwort:010

Frage 12: Gegeben sei $f\colon \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ durch $(x, y) \mapsto x \cdot \ln y$.

(A) f hat bei $(0, 1)$ ein lokales Extremum.

(B) f ist partiell differenzierbar.

(C) f hat bei $(0, 1)$ einen Sattelpunkt.

Antwort:011

Frage 13: Gegeben sei $f\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ durch $x \mapsto \frac{\ln x}{x^2}$.

(A) Das Integral $\int_1^\infty f(x)\,dx$ ist eigentlich konvergent.

(B) Die Reihe $\sum_{n \geq 1} \frac{\ln n}{n^2}$ konvergiert eigentlich.

(C) $f = o(x^{-\frac{3}{2}})$ für $x \to \infty$.

Antwort:111

Frage 14: Gegeben sei die Folge $a_n = \sin(\frac{\pi}{2} \cdot n) + \cos(\frac{\pi}{2} \cdot n)$, wobei $n \geq 1$.

(A) a_n ist beschränkt.

(B) a_n konvergiert.

(C) a_n hat genau 2 Häufungspunkte.

Antwort:101

Frage 15: Gegeben sei $f\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ durch $x \mapsto \frac{(\ln x) \cdot e^{2x}}{x^2}$.

(A) $f(x) = O(x)$ für $x \to \infty$.

(B) $f(x) = o(e^{x^2})$ für $x \to \infty$.

(C) $e^x = O(f(x))$ für $x \to \infty$.

Antwort:011