TGI – UE 3

A1) $A = 8_{10}$ $\qquad$ $B = -3_{10}$

$= 1000_2$ $\qquad$ $= -11_2$

$= 11110111_2$ EK $\qquad$ $= 11111100_2$ EK

$= 11111000_2$ ZK $\qquad$ $= 11111101_2$ ZK

$C = -23_{10}$

$= 10111_2$

$= 11101000_2$ EK

$= 11101001_2$ ZK

a) $A \cdot B$

```
11111000 · 11111101
11111000
 11111000
  11111000
   11111000
    11111000
     11111000
      00000000
       11111000
  123
 1134443321
11110001000011000  ZK
```

~~= 1111100010000101111 ZEK~~

~~= 001101111010000_2 → 24~~

$= -00011000_2 = -24_{10}$

b) $B \cdot C$

```
11111101 · 11101001
11111101
 11111101
  11111101
   00000000
    11111101
     00000000
      00000000
       11111101
123333332211
111001100100010 1
```

$= 01000101_2 = 69_{10}$

c) $A \cdot C$

$$
\begin{array}{r}
11111000 \cdot 11101001 \\
11111000 \\
11111000 \\
11111000 \\
00000000 \\
11111000 \\
00000000 \\
00000000 \\
11111000 \\
\hline
1123321111 \\
1101000\boxed{1}10111000
\end{array}
$$

$= -10111000_2 = -184_{10}$

A2)

a) $A + B = C$

$$
\begin{array}{lr}
C_E & 01010011 \\
-A_E & 01011111 \\
\hline
B_E & -1100
\end{array}
= -12
$$

$A_E = 01011111_2 = 95_{10} \Rightarrow A = A_E - e = 55_{10}$

$C_E = 01010011_2 = 83_{10} \Rightarrow C = 43_{10}$

$B = C - A = \underline{-12_{10}} \Rightarrow B_E = 28_{10} = 00011100_2$

b) $D = F + E$

$F_e = 01001111_2 = 79_{10} \Rightarrow F = 39_{10}$

$E_e = 00000011_2 = 3_{10} \Rightarrow E = -37_{10}$

$D = F + E = 2_{10} \Rightarrow D_E = 42_{10} = 00101010_2$

A3) a)

i) $\forall x \in \mathbb{Z} : \square x = x$ (Projektivität)

$\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \Rightarrow \square x \leq \square y$ (Monotonie)

ii) $\square x =$ ~~$x_1 = \max\{z \in \mathbb{Z} : z \leq x\}$~~

~~$\square x = \begin{cases} x \geq 0 & \square x = x_1 = \max\{z \in \mathbb{Z} : z \leq x\} \\ x < 0 & \square x = x_1 = \min\{z \in \mathbb{Z} : z > x\} \end{cases}$~~

$\square x = x_1 = \max\{z \in \mathbb{Z} : z \leq x\}$

$2{,}5 \to 3$
$-2{,}5 \to -2$

b) $A = 1\ 11010\ 1000010100$ IEEE

$-\quad 13 - 15 = -2$

$= -1{,}0000101 00 \cdot 2^{-2}$

$B = 1\ 01010\ 1101100000$

$-\quad 10 - 15 = -5$

$= -1{,}1101100000 \cdot 2^{-5}$

$C = 0\ 11111\ 0000000000$

$+\quad 31 - 15 = 16$

$= +1{,} \cdot 2^{16}$

$D = 0\ 11100\ 0000000000$

$+\quad 28 - 15 = 13$

$= +1 \cdot 2^{13}$

i) $A + B$

$$\begin{array}{r} -0{,}0010000101 \\ + -0{,}0000111011 \\ \scriptstyle 111111 \\ \hline -0{,}0011000000 \end{array}$$

$\Rightarrow -1{,}1 \cdot 2^{3}$ Sci $= 1$

$1 - \quad 3 + 15 = 18$

$\Rightarrow 1\ 10010\ 1000000000$ IEEE

ii) A · C

−0,0010000101 · 10000000000000000

−0,0010000101

0

0

0

0

0

0

0

0

0

0

0

0

0

0

000

−110000010100000000 norm

$= -1{,}00000101 \cdot 2^{103}$ Sci

13 + 15 = 28

= 1 11100 0000101000 IEEE

iii) D / A

1000000000,00000 : −0,0010000101 = 1111000100011

0000...

16 Stellen

−0100000101

11111111

0010110

−1000000101

0111100010

−100000101

0101111010

−100000101

00110101000

−100000101

0100011110

−100000101

0001100101000

−100000101

0100000110

−100000101

0000000100000000

$= 1{,}1110011001100 0 \ldots \cdot 2^{15}$

⇒ − (15+15)=30 1110011001 0

⇒ 1 11110 1110011001

A4) a)

11000 | 0
11011 | 0
10010 | 0
10101 | 1
10100 | 1
10001 | 0

D = 3

b)

11000 | 0
10010 | 0
1 ← 01011 | 0 · 4×1 → 0
10101 | 1
10101 | 1
10001 | 0

5×1 → 1

D = 4

c) $\frac{4 - 1}{2} = 1$ Bit

1 00,21
56
2,8

A5) a)

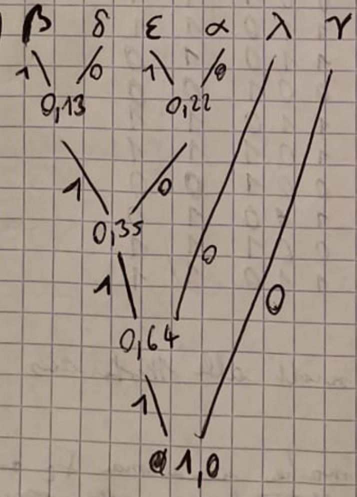
Mitt. Infgh. $H = \sum_i p_i \cdot h_i = 0{,}07 \cdot 3{,}84 + 0{,}32 \cdot 1{,}69 + 0{,}18 \cdot 2{,}47 + 0{,}21 \cdot 2{,}25 + 0{,}23 \cdot 2{,}12$
$= 2{,}2143$ Bit

Mitt. Wortlänge $L = \sum_i p_i \cdot l_i = 0{,}07 \cdot 2 + 0{,}32 \cdot 3 + 0{,}18 \cdot 3 + 0{,}21 \cdot 3 + 0{,}23 \cdot 2 = 0{,}14 + 0{,}96 + 0{,}54 + 0{,}63 + 0{,}46$
l_i = Länge des Codeworts
$= 2{,}73$ Bit

Rendundanz $R = L - H = 2{,}73 - 2{,}2143 = 0{,}5157$ Bit

b) Optimaler wäre eine geringere Rendundanz.
Das könnte man erreichen in dem man das Codewort von α und β tauscht

A6) a)



	Code	l	p·l	p
α	1100	4	0,48	0,12
β	1111	4	0,16	0,04
γ	0	1	0,36	0,36
δ	1110	4	0,36	0,09
ε	1101	4	0,4	0,10
λ	10	2	0,58	0,29

$L = 0{,}48 + 0{,}16 + 0{,}36 + 0{,}36 + 0{,}4 + 0{,}58$
$= 2{,}34$ Bit

b) i) $H = 0{,}403 + 0{,}466 + 0{,}41 = 1{,}277$ Bits

$L = 0{,}65 + 0{,}4 + 0{,}3 = 1{,}35$ Bits

$R = 1{,}35 - 1{,}277 = 0{,}023$ Bits

ii)

	p	l	Code	p·l	h·p
x x	0,4225	1	0	0,4225	0,5251
x y	0,13	3	101	0,39	0,3826
x z	0,0975	4	1110	0,39	0,3274
y x	0,13	3	110	0,39	0,3826
y y	0,04	5	10011	0,2	0,1857
y z	0,03	5	10001	0,15	0,1517
z x	0,0975	4	1111	0,39	0,3274
z y	0,03	5	10010	0,15	0,1517
z z	0,0225	5	10000	0,1125	0,1231

$(x_p \cdot x_p)$

iii) $L = 0{,}4225 + 0{,}39 \cdot 4 + 0{,}2 + 0{,}15 \cdot 2 + 0{,}1125 = 2{,}595$ Bits

$H = 2{,}5573$ Bits $\quad (H = \sum_i p_i \cdot h_i)$

$R = 2{,}595 - 2{,}5573 = 0{,}0377$ Bits

A7) a)

a	b	c	d	$(d \Rightarrow b)$	$\vee$	$(c \oplus b)$	$\equiv$	$(b \wedge$	$(d \uparrow a))$	$\vee$	$\neg(a \oplus c)$		$\vee$	$(d \Rightarrow b)$
0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1
1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0
0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1

		$\Rightarrow$	$\oplus$
1	1	1	0
1	0	0	1
0	1	1	1
0	0	1	0

Nicht äquivalent weil nicht alle Werte aus $\boxed{\equiv}$ wahr sind

Es würde keinen Unterschied machen wenn man F_2 anders klammert da ein $\vee$ ~~kein Unterschied~~ an beiden Teilen steht und das keinen Unterschied in der Reihenfolge macht b)

a	b	c	d	$(a \not\Rightarrow c)$	$\vee$	$(b \not\Rightarrow d)$	$\equiv$	$(c \oplus d)$	$\vee$	$\neg(a$	$\equiv$	$(b \uparrow c))$	$\vee$	$(b \not\Rightarrow d)$
0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0
1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0
1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	01	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1

~~Beide~~ F_1 und F_2 sind äquivalent

jeder Fall bei F_1 ist äquivalent zum jeweiligen F_2 Fall

A8) a)

• $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

• $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36} = 2{,}\overline{7}\,\%$

b) • $1 - Pr(6) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ $\quad \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{125}{216}$

• $1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216}$

• $(1 - Pr(6))^2 \cdot Pr(6) \cdot 3 = \frac{75}{216}$

c) • $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

• $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

d) • $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot 2 = \frac{2}{36}$ $\quad$ • $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$ $\quad$ • $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

e) $h = ld(6)$

f) $h = ld(6)$

g) $H = \sum_i p_i \cdot h_i = \left(\frac{1}{6} \cdot ld(6)\right) \cdot 6 = ld(6)$

h) $h \Rightarrow \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot 2 = \frac{2}{36} \Rightarrow -ld\left(\frac{2}{36}\right) = ld\left(\frac{36}{2}\right)$

i) $h = -ld\left(\frac{6}{36}\right) = ld\left(\frac{36}{6}\right)$ ~~(wenn Reihe irrelevant)~~

i) $h = - ld\left(\frac{10}{216}\right) = ld\left(\frac{216}{10}\right)$

2	3	1
1	3	2
3	2	1
1	2	3
1	6	1
1	1	4
2	1	3
~~3~~	~~1~~	~~2~~
~~4~~	~~1~~	~~1~~
2	2	2

·6	1
·5	2
·4	3
·1	6
·2	5
·3	6