Analysis für Informatik & Wirtschaftsinformatik
(WS 2021/22 - Pinsker)
Prüfung am 4.2.2022

Name: Matrikelnummer:

Nickname:

Prüfungsbogen: 101

Ihre Antworten - bitte 1 (=WAHR), 0 (=FALSCH), oder 2 (=WEISS NICHT) eintragen!

Aufgabe	Antwort A	Antwort B	Antwort C
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			

- Bitte wählen Sie einen beliebigen Nickname - die Ergebnisse werden als für alle einsehbare Liste unter den Nicknamen veröffentlicht.
- Es sind 15 Aufgaben zu lösen, und jede Aufgabe besteht aus drei Teilfragen (A,B,C), welche jeweils mit 1 (=WAHR), 0 (=FALSCH), oder 2 (=WEISS NICHT) zu beantworten sind.
- **WICHTIG:** 1 (=WAHR) bedeutet, daß die jeweilige Behauptung für ALLE $X, f, K, \ldots$ aus der gegebenen Annahme folgt. Das heißt, daß die Behauptung notwendig ist (und nicht nur möglich).
- Sie bekommen für eine Aufgabe 4 Punkte, wenn Sie **ALLE** drei Teilfragen der Aufgabe richtig beantworten.
- Wenn Sie mindestens eine Teilfrage einer Aufgabe falsch beantworten, so bekommen Sie 0 Punkte.
- In allen anderen Fällen (also Aufgabe entweder gar nicht oder korrekt, aber unvollständig gelöst) bekommen Sie 1 Punkt.

(1) Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetig differenzierbar.

(A) Wenn $f(-1) = 0$ und $f(1) = 0$, so existiert $\xi \in (-1, 1)$ mit $f'(\xi) = 0$.

(B) Wenn $f(-1) < 0$ und $f(1) > 0$, so existiert $\xi \in (-1, 1)$ mit $f(\xi) = 0$.

(C) Wenn $f(-1) < 0$ und $f(1) > 0$, so existiert $\xi \in (-1, 1)$ mit $f'(\xi) = 0$.

(2) Gegeben sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ durch $x \mapsto xe^{-x^2}$.

?

(A) f ist auf $[1, \infty]$ monoton fallend.

(B) Das Integral $\int_1^\infty f(x)\, dx$ ist eigentlich konvergent.

(C) Die Reihe $\sum_{n \geq 1} n \cdot e^{-n^2}$ konvergiert nicht eigentlich.

(3) Gegeben sei die Folge $a_n = \frac{\ln n}{n}$, wobei $n \geq 1$.

(A) a_n ist monoton.

(B) a_n ist konvergent.

(C) a_n ist beschränkt.

(4) Sei $M \subseteq \mathbb{R}$ beschränkt.

- (A) $\mathbb{Q}$ enthält eine kleinste obere Schranke von M.
- (B) $\mathbb{R}$ enthält eine kleinste obere Schranke von M.
- (C) M enthält eine kleinste obere Schranke von M.

(5) Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeben durch $x \mapsto x \sin x$.

- (A) Die Fläche unter f über dem Intervall $[0, \frac{\pi}{2}]$ ist positiv.
- (B) $x \mapsto x \cos x + 1$ ist eine Stammfunktion von f.
- (C) f hat eine elementare Stammfunktion.

(6) Gegeben sei die Differentialgleichung $y' + x \cdot y = 0$.

- (A) Die Differentialgleichung hat unendlich viele verschiedene Lösungen.
- (B) Die Differentialgleichung hat keine Lösung.
- (C) Die Funktion $y = e^{\frac{-x^2}{5}}$ ist eine Lösung der Differentialgleichung.

(7) Sei $x \in \mathbb{R}$.

(A) Wenn die Dezimaldarstellung von x endlich ist, so gilt $x \in \mathbb{Q}$.

(B) Wenn $x \notin \mathbb{Q}$, so ist die Dezimaldarstellung von x unendlich.

(C) Wenn $x \in \mathbb{Q}$, so ist die Dezimaldarstellung von x endlich.

(8) Gegeben sei $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ durch $(x, y) \mapsto x \cdot y$.

(A) f hat bei $(0, 0)$ einen Sattelpunkt.

(B) f ist partiell differenzierbar.

(C) f hat bei $(0, 0)$ ein lokales Extremum.

(9) Gegeben sei die Folge $a_n = (-1)^n \cdot \frac{1+n}{n^2}$

(A) $a_n = O(\frac{1}{n})$.

(B) Die zugehörige Reihe ist absolut konvergent.

(C) Die zugehörige Reihe ist konvergent.

(10) Gegeben sei $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ durch $(x, y, z) \mapsto x^2 \cdot y^2 \cdot z^2$.

(A) Die Richtung des größten Anstiegs von f an der Stelle $(1, 1, 1)$ ist $(1, 1, 1)$.

(B) f hat bei $(1, 1, 1)$ ein lokales Extremum.

(C) Jede Richtungsableitung von f an der Stelle $(1, 1, 1)$ existiert und ist endlich.

(11) Gegeben sei $f\colon [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ durch $x \mapsto \frac{\sin x^2}{x \sin x}$.

(A) Der Grenzwert von $f(x)$ für $x \to 0$ ist gleich 1.

(B) Links- und rechtsseitiger Grenzwert von $f(x)$ für $x \to 0$ existieren, aber stimmen nicht überein.

(C) $f(x)$ konvergiert, für $x \to 0$ von rechts, gegen ∞.

(12) Gegeben sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ durch $x \mapsto e^x \sin x$.

(A) f ist stetig.

(B) f hat unendlich viele lokale Maxima.

(C) f ist beschränkt.

(13) Gegeben sei $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ durch $(x,y,z) \mapsto e^x \cdot y^2 \cdot \cos z$.

- (A) $\lim_{x\to 0} \lim_{y\to 0} \lim_{z\to 0} g(x,y,z)$ und $\lim_{z\to 0} \lim_{y\to 0} \lim_{x\to 0} g(x,y,z)$ stimmen für beliebiges stetiges $g\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ überein.
- (B) $\lim_{x\to 0} \lim_{y\to 0} \lim_{z\to 0} g(x,y,z)$ und $\lim_{z\to 0} \lim_{y\to 0} \lim_{x\to 0} g(x,y,z)$ stimmen für beliebiges $g\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ überein.
- (C) $\lim_{x\to 0} \lim_{y\to 0} \lim_{z\to 0} f(x,y,z)$ und $\lim_{z\to 0} \lim_{y\to 0} \lim_{x\to 0} f(x,y,z)$ stimmen überein.

(14) Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zweimal stetig differenzierbar.

- (A) Ist $f'(0) = 0$, so hat f an der Stelle 0 ein lokales Extremum.
- (B) Hat f an der Stelle 0 ein lokales Extremum, so ist $f'(0) = 0$.
- (C) Ist f auf einem Intervall um die Stelle 0 konvex, so ist $f''(0) \geq 0$.

(15) Sei $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ eine Funktion auf einem abgeschlossenen Intervall.

- (A) Ist f integrierbar, so ist f differenzierbar.
- (B) Ist f stetig, so ist f integrierbar.
- (C) Ist f differenzierbar, so ist f stetig.