Unterschrift (signature):

Studierendenausweis (student id card)

B1	B2	B3	B4	$\sum_{\mathrm{B}i}$	UE	$\sum$	N

Prüfung (Exam)
VU Einführung in wissensbasierte Systeme 2021W, 184.737
14.01.2022

Name:

Matrikelnummer (Student ID):

Kennzahl (Study Code):

Bitte leserlich mit Füllfeder oder Kugelschreiber schreiben. *Kein Bleistift*!
(Please give readable answers and use a fountain or ball pen. *No pencil*!)

Für die Multiple-Choice Fragen: Jede richtige Antwort zählt positiv, jede falsche Antwort negativ! Die minimale Punktezahl pro Multiple-Choice-Block beträgt 0 Punkte.
(Multiple-Choice Questions: Correct answers give positive points, but wrong answers give negative points! You cannot get less than 0 points per multiple-choice block.)

Beispiel (Subtask) 1: **17 Punkte (points)**
Logikbasierte Wissensrepräsentation (Logic-based knowledge representation):

a) Man zeige, dass $W \cup \{\varphi\} \models \psi$ dann und nur dann gilt wenn $W \models \varphi \rightarrow \psi$ auch gilt (Deduktionstheorem). Wenn Sie zusätzliche Theoreme aus der Vorlesung verwenden, so müssen Sie diese beweisen.
(Show that $W \cup \{\varphi\} \models \psi$ holds if and only if $W \models \varphi \rightarrow \psi$ holds as well (Deduction theorem). If you use additional theorems from the lecture, you have to prove them.) **6 Punkte (points)**

$W \cup \{\varphi\} \models \psi \Leftrightarrow W \models \varphi \rightarrow \psi$

$Mod(W \cup \{\varphi\}) \subseteq Mod(\psi)$

$\Rightarrow Mod(W) \cup Mod(\varphi) \subseteq Mod(\psi)$

$\Rightarrow Mod(W) \subseteq Mod(\psi) \wedge$
$Mod(\varphi) \subseteq Mod(\psi) \Rightarrow \varphi \rightarrow \psi$ valid

$\Rightarrow W \models \varphi \rightarrow \psi$

Unterschrift (signature):

b) (i) Übersetzen Sie folgende Formel in Negationsnormalform (NNF):
(Convert the following formula to negation normal form (NNF):)

$$\forall x \exists y \big(P(x) \leftrightarrow \neg Q(y)\big) \wedge \neg\big(\exists u (P(u) \vee Q(u))\big)$$

$\forall x \exists y \big((P(x) \to \neg Q(y)) \wedge (Q(y) \to P(x))\big)$ $\wedge \neg \exists u (P(u) \vee Q(u))$

$\wedge \forall u \neg (P(u) \vee Q(u))$

$\forall x \exists y \big((\neg P(x) \vee Q(y)) \wedge (Q(y) \vee \neg P(x))\big)$ $\wedge \forall u \neg P(u) \wedge \neg Q(u)$

(ii) Gegeben ist die Formel $\varphi : \big(\exists x \exists y \big(P(x,y) \vee Q(y,y)\big)\big) \vee \big(\forall x \exists y (\neg P(x,y) \wedge \neg Q(x,x))\big)$.
Die NNF der Negation von φ ist folgende Formel:

$$\big(\forall x \forall y \big(\neg P(x,y) \wedge \neg Q(y,y)\big)\big) \wedge \big(\exists x \forall y (P(x,y) \vee Q(x,x))\big)$$

Verwenden Sie TC1 um zu zeigen, dass φ gültig ist.
(Given formula $\varphi : \big(\exists x \exists y \big(P(x,y) \vee Q(y,y)\big)\big) \vee \big(\forall x \exists y (\neg P(x,y) \wedge \neg Q(x,x))\big)$. The NNF of the negation of φ is the following:

$$\big(\forall x \forall y \big(\neg P(x,y) \wedge \neg Q(y,y)\big)\big) \wedge \big(\exists x \forall y (P(x,y) \vee Q(x,x))\big)$$

Use TC1 to show that φ is valid.)

5 Punkte (points)

c) Überprüfen Sie, welche Eigenschaften auf die nachfolgend angeführten aussagenlogischen Formeln zutreffen und kreuzen Sie jeweils alle zutreffenden Eigenschaften an:
(Which properties do the following propositional formulas have? Check all correct properties:)

p	q	$p \to q$	$\to$	$\neg(p \wedge q)$
0	0	1	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	1	1	0	0

i. $((p \vee q)) \leftrightarrow \neg q$

☒ erfüllbar (satisfiable) ☒ widerlegbar (refutable)
☐ Tautologie (tautology) ☐ Kontradiktion (contradiction)

ii. $(p \to q) \to \neg(p \wedge q)$

☒ erfüllbar (satisfiable) ☒ widerlegbar (refutable)
☐ Tautologie (tautology) ☐ Kontradiktion (contradiction)

2 Punkte (points)

d) Kreuzen Sie Zutreffendes an:
(Check the correct answers:)

(1) Für jede erfüllbare Aussage gibt es ein geschlossenes TC1-Tableau.
(There is a closed TC1-tableau for every satisfiable formula.)
☐ richtig (true) ☒ falsch (false)

(2) Für eine PL1-Formel φ gilt in einer Interpretation I entweder $I \models \varphi$ oder $I \models \neg\varphi$.
(For a PL1 formula φ it holds that in any interpretation I either $I \models \varphi$ or $I \models \neg\varphi$.)
☒ richtig (true) ☐ falsch (false)

(3) TC1 terminiert immer.
(TC1 always terminates.) ☐ richtig (true) ☒ falsch (false)

(4) $F \cup \{\varphi\} \models \neg\psi$ genau dann, wenn $F \cup \{\psi\} \models \neg\varphi$.
($F \cup \{\varphi\} \models \neg\psi$ if and only if $F \cup \{\psi\} \models \neg\varphi$.) ☐ richtig (true) ☒ falsch (false)

(5) Eine Formel ist genau dann erfüllbar wenn ihre Negation nicht gültig ist.
(A formula is satisfiable if and only if its negation is not valid.)
☐ richtig (true) ☒ falsch (false)

(6) $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \models \forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ ☐ richtig (true) ☒ falsch (false)

(7) TC1 kann für jede Formel ein Modell erzeugen.
(TC1 can produce a model for any formula.) ☐ richtig (true) ☒ falsch (false)

(8) Ist φ unerfüllbar, so ist $\exists x(\varphi \to \psi) \to \forall x(\varphi \to \psi)$ gültig für beliebiges ψ.
(If φ is unsatisfiable, then $\exists x(\varphi \to \psi) \to \forall x(\varphi \to \psi)$ is valid for any ψ.)
☒ richtig (true) ☐ falsch (false)

4 Punkte (points)

Beispiel (Subtask) 2: **16 Punkte (points)**

Nichtmonotones Schließen (Nonmonotonic reasoning):

a) Was versteht man unter dem *Monotonieprinzip*? Geben Sie eine formale Definition an. Zeigen Sie dass Default Logik diese Definition nicht erfüllt.

(What is the *monotonicity principle*? Provide a formal definition. Show that default logic violates this definition.)

3 Punkte (points)

if $S \models A \wedge S \subseteq S' \Rightarrow S' \models A$

Default Logic: $\varphi : \frac{\psi_1, \dots, \psi_n}{X}$

Let $W = \{Bird(x)\}$

$\Delta = \{ \theta = \frac{Bird(x) : Flies(x)}{Flies(x)} \}$

$E = \{ Bird(x), flies(x) \}$

$W' = W \cup \{ Penguin(x), \forall x (Penguin(x) \rightarrow \neg Flies(x)) \}$

$\Rightarrow E' = \{ Bird(x), Penguin(x), \forall x (Penguin(x) \rightarrow \neg Flies(x)), \neg Flies(x) \}$

$\Rightarrow W \subset W'$ but $E \not\subseteq E'$

b) Gegeben sei die Default Theorie $T = \langle \emptyset, \Delta \rangle$, wobei Δ wie folgt definiert ist. Weiters ist a ein Konstantensymbol; Q, R, T und P sind Prädikatensymbole:

(Let $T = \langle \emptyset, \Delta \rangle$ be the a default theory, where Δ is defined as follows. Moreover, a is a constant symbol; Q, R, T and P are predicate symbols:)

$$\Delta = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\top : \neg Q(a), \neg T(a)}{P(a)}, \frac{\top : \neg P(a), \neg T(a)}{Q(a)}, \frac{\top : \neg Q(a), \neg P(a)}{T(a)}, \\ \frac{P(a) : Q(a)}{R(a)}, \frac{Q(a) \wedge T(a) : \top}{R(a)} \end{array} \right\}$$

Zudem gilt

(Furthermore, let)

$$E_1 := Cn(\{Q(a), T(a), R(a)\}), \qquad E_2 := Cn(\{T(a), \neg Q(a)\}), \qquad E_3 := Cn(\{P(a), R(a)\}).$$

(i) Geben Sie die *klassischen Redukte* Δ^{E_i} von Δ bezüglich den Mengen E_i an, für $i = 1, 2, 3$.

(Provide the *classical reducts* Δ^{E_i} of Δ with respect to the sets E_i, for $i = 1, 2, 3$.

$\Delta^{E_1} = \frac{P(a)}{R(a)} \quad \frac{Q(a) \wedge T(a)}{R(a)}$

$\Delta^{E_2} = \frac{}{T(a)} \quad \frac{Q(a) \wedge T(a)}{R(a)}$

$\Delta^{E_3} = \frac{}{P(a)} \quad \frac{P(a)}{R(a)} \quad \frac{Q(a) \wedge T(a)}{R(a)}$

(ii) Markieren Sie die korrekten Aussagen:
(Check the correct statements:)

i. E_1 ist eine Extension der Default Theorie T.
(E_1 is an extension of the default theory T.)

☒ richtig (true) ☐ falsch (false)

ii. E_2 ist eine Extension der Default Theorie T.
(E_2 is an extension of the default theory T.)

☐ richtig (true) ☒ falsch (false)

iii. E_3 ist eine Extension der Default Theorie T.
(E_3 is an extension of the default theory T.)

☒ richtig (true) ☐ falsch (false)

6 Punkte (points)

c) Gegeben ist folgende Wissensbasis T über einer Sprache mit den einzigen Konstantensymbolen a und b, dem Variablensymbol x und den einzigen Prädikatensymbolen P, Q und S.

(Let T be the following knowledge base over a language with the constant symbols a and b, the variable symbol x and the predicate symbols P, Q and S.)

$$T = \{\forall x\big(P(x) \vee Q(x) \leftrightarrow S(x)\big), \forall x\big(S(x) \wedge \neg Q(x) \rightarrow P(x)\big), Q(b), P(a)\}.$$

i. Geben Sie die *generalisierte Closed World Assumption* $\mathrm{CWA}^{Q,P}(T)$ von T an, indem Sie folgende Gleichung ergänzen:
(Provide the elements of the *generalised closed world assumption* $\mathrm{CWA}^{Q,P}(T)$ of T by supplementing the following equation:)

$$\mathrm{CWA}^{Q,P}(T) = Cn(T \cup \{\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}\}).$$

$T_{asm} = \{\neg P \mid P$ ground Atom, $T \not\models P\}$

ii. Welche der folgenden Eigenschaften treffen zu?
(Which of the following properties hold?)

- $T \cup T^{Q,P}_{asm}$ ist *deduktiv abgeschlossen*. ($T \cup T^{Q,P}_{asm}$ is *deductively closed*.)

☐ richtig (true) ☒ falsch (false)

- $\mathrm{CWA}^{Q,P}(T)$ ist *eine endliche Menge*. ($\mathrm{CWA}^{Q,P}(T)$ is *a finite set*.)

☒ richtig (true) ☐ falsch (false)

4 Punkte (points)

d) Betrachten Sie die folgende Default Theorie. (Consider the following default theory.)

$$T_2 := \left\langle \emptyset, \left\{ \frac{\top : \neg P_2(a)}{P_1(a)}, \frac{\top : \neg P_1(a)}{P_2(a)} \right\} \right\rangle$$

Für eine Default Theorie T sei $\mathcal{E}(T)$ die Menge aller Extensions von T. Dann gilt für T_2, dass $|\mathcal{E}(T_2)| \geq 2$. Generalisieren Sie T_2, sodass für ein beliebiges $n \geq 2$, $|\mathcal{E}(T_n)| \geq n$ gilt.

(For some default theory T, let $\mathcal{E}(T)$ be the set of all extensions of T. Then for T_2, the statement $|\mathcal{E}(T_2)| \geq 2$ holds. Generalise T_2 such that for any $n \geq 2$, $|\mathcal{E}(T_n)| \geq n$ holds.)

3 Punkte (points)

$E_1 = (\emptyset)$
$E_2 = (P_1(a))$
$E_3 = (P_2(a))$
$E_4 = (P_1(a), P_2(a))$

$$T_n := \left\langle \emptyset, \left\{ \frac{T : \neg P_2(a)}{P_1(a)}, \frac{T : \neg P_1(a)}{P_2(a)}, \dots, \frac{T : \neg P_n(a)}{P_n(a)} \right\} \right\rangle$$

Unterschrift (signature):

Beispiel (Subtask) 3: **16 Punkte (points)**
Answer-Set Programming:

a) Gegeben ist folgendes Answer-Set Programm: (Consider the following answer-set program:)

$$\mathcal{P} := \left\{ \begin{array}{l} P(X) \vee Q(X) \leftarrow S(X). \\ S(b). \\ P(X) \leftarrow R(X). \\ Q(X) \leftarrow Q(X), not\ P(X). \\ Q(a). \end{array} \right\}.$$

i. Bestimmen Sie die Grundierung $grnd(\mathcal{P})$ von $\mathcal{P}$.
(Determine the grounding $grnd(\mathcal{P})$ of $\mathcal{P}$.)

$P(b) \vee Q(b) \leftarrow S(b)$
$P(a) \vee Q(a) \leftarrow S(a)$
$S(b)$
$P(a) \leftarrow R(a)$
$P(b) \leftarrow R(b)$
$Q(a) \leftarrow Q(a)$, not $P(a)$
$Q(b) \leftarrow Q(b)$, not $P(b)$
$Q(a)$

ii. Bestimmen Sie für $E := \{S(b), P(b), Q(a), R(b), R(a)\}$ das Gelfond-Lifschitz Redukt $\mathcal{P}^E$ von $\mathcal{P}$. Ist E ein Answer Set von $\mathcal{P}$? Begründen Sie Ihre Antwort!
(Given $E := \{S(b), P(b), Q(a), R(b), R(a)\}$, determine the Gelfond-Lifschitz reduct $\mathcal{P}^E$ of $\mathcal{P}$. Is E an answer set of $\mathcal{P}$? Justify your answer!) **6 Punkte (points)**

$$\mathcal{P} := \left\{ \begin{array}{l} P(X) \vee Q(X) \leftarrow S(X). \\ S(b). \\ P(X) \leftarrow R(X). \\ Q(X) \leftarrow Q(X), not\ P(X). \\ Q(a). \end{array} \right\}.$$

E ist kein answer set da nicht minimal

P^E:

$P(b) \vee Q(b) \leftarrow S(b)$
$P(a) \vee Q(a) \leftarrow S(a)$
$S(b)$
$P(a) \leftarrow R(a)$
$P(b) \leftarrow R(b)$
$Q(a) \leftarrow Q(a)$,
$Q(a)$

b) Kreuzen sie bei den folgenden Aussagen an, ob sie richtig sind oder nicht.
(Check whether the following propositions are true or not.)

i. Constraints können beim guess-and-check Paradigma nicht vorkommen.
(Constraints cannot appear in the guess-and-check paradigm.)
☐ richtig (true) ☒ falsch (false)

ii. Grundierte Literale enthalten Variablen.
(Ground literals contain variables.) ☐ richtig (true) ☒ falsch (false)

iii. $M \subseteq HB(P)$ ist ein Answer-Set von P, wenn M ein Answer-Set von $grnd(P)$ ist.
($M \subseteq HB(P)$ an answer set of P if M is an answer set of $grnd(P)$.)
☒ richtig (true) ☐ falsch (false)

iv. Das Programm $\mathcal{P} = \{a \vee c \leftarrow .,\ b \leftarrow\ not\ a.\}$ ist *normal*.
(The program $\mathcal{P} = \{a \vee c \leftarrow .,\ b \leftarrow\ not\ a.\}$ is *normal*.)
☐ richtig (true) ☒ falsch (false)

v. Die Disjunktion in Logikprogrammen ist minimal.
(The disjunction in logic programs is minial.) ☒ richtig (true) ☐ falsch (false)

5 Punkte (points)

c) Gegeben sei das folgende disjunktive Answer-Set Programm:
(Consider the following disjunctive answer-set program:)

$$\mathcal{P} := \{a \vee b \vee c \vee d\}.$$

Berechnen Sie die Answer Sets der folgenden Programme:
(Determine the answer sets of the following programs:)

(i) $AS(\mathcal{P} \cup \{a \vee b.\})$
(ii) $AS(\mathcal{P} \cup \{b \leftarrow not\ b.\})$ **5 Punkte (points)**

i) $P = \{a \vee b \vee c \vee d\} \cup \{a \vee b\}$

$As_1 = \{a\}$ $As_3 = \{c\}$
$As_2 = \{b\}$ $As_4 = \{d\}$

ii $P = \{a \vee b \vee c \vee d\} \cup \{b \leftarrow not\ b.\}$

$As = \{\}$ - unsatisfiable

Unterschrift (signature):

Beispiel (Subtask) 4: **16 Punkte (points)**

Probabilistisches Schließen (Probabilistic reasoning):

a) Leiten Sie das *Bayes'sche Gesetz* aus der Produktregel her.
(Derive *Bayes' rule* from the product rule.) **6 Punkte (points)**

$$\left.\begin{aligned} P(A,B) &= P(A \mid B)\, P(B) \\ P(A,B) &= P(B \mid A)\, P(A) \end{aligned}\right\} \text{Product rule}$$

$$\Rightarrow P(A \mid B)\, P(A) = P(B \mid A)\, P(B)$$

$$= P(A \mid B) = \frac{P(B \mid A)\, P(A)}{P(B)}$$

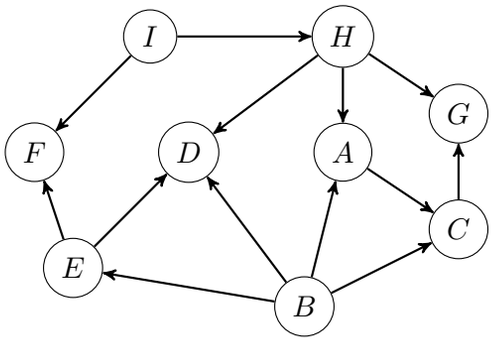
b) Bestimmen Sie die Richtigkeit oder Falschheit folgender Aussagen, für beliebige Boole'sche Zufallsvariablen A und B:

(Determine which of the following relations hold, for any Boolean random variable A and B:)

(i) $\mathrm{P}(A \mid B) + \mathrm{P}(A \mid \neg B) = P(A)$.	☒ richtig (true)	☐ falsch (false)
(ii) $\mathrm{P}(A \mid B) = \frac{\mathrm{P}(A)}{\mathrm{P}(A,B)}$.	☐ richtig (true)	☒ falsch (false)
(iii) $\mathrm{P}(A \mid \neg B) + \mathrm{P}(\neg A \mid \neg B) = 1$.	☒ richtig (true)	☐ falsch (false)
(iv) $\mathrm{P}(A \mid B) \leq 1$.	☒ richtig (true)	☐ falsch (false)

6 Punkte (points)

c) Gegeben ist folgender Graph eines *Bayes'schen Netzes*:
(Consider the following graph of a *Bayes network*:)



Welche der folgenden Eigenschaften treffen zu?
(Which of the following properties hold?)

(i) E ist bedingt unabhängig von I bei Evidenz F und H.
(E is conditionally independent from I given evidence F and H.)

☒ richtig (true) ☐ falsch (false)

(ii) D ist bedingt unabhängig von C bei Evidenz A und B.
(D is conditionally independent from C given evidence A and B.)

☐ richtig (true) ☒ falsch (false)

4 Punkte (points)

6 Punkte (points)

c) Gegeben ist folgende Wissensbasis T über einer Sprache mit den einzigen Konstantensymbolen a und b, dem Variablensymbol x und den einzigen Prädikatensymbolen P, Q und S.

(Let T be the following knowledge base over a language with the constant symbols a and b, the variable symbol x and the predicate symbols P, Q and S.)

$$T = \{\forall x\big(P(x) \vee Q(x) \leftrightarrow S(x)\big), \forall x\big(S(x) \wedge \neg Q(x) \rightarrow P(x)\big), Q(b), P(a)\}.$$

i. Geben Sie die *generalisierte Closed World Assumption* $\mathrm{CWA}^{Q,P}(T)$ von T an, indem Sie folgende Gleichung ergänzen:

(Provide the elements of the *generalised closed world assumption* $\mathrm{CWA}^{Q,P}(T)$ of T by supplementing the following equation:)

$$\mathrm{CWA}^{Q,P}(T) = Cn(T \cup \{\underline{\neg P(S), \neg Q(a)}\}).$$

$T_{asm} = \{\neg P \mid P$ ground term, $T \not\models P\}$

$P(S)$ $Q(a)$

$T \not\models P(S) \Rightarrow \neg P(S) \in T_{asm}$

$T \not\models Q(a) \Rightarrow \neg Q(a) \in T_{asm}$

Unterschrift (signature):

Studierendenausweis (student id card)

B1	B2	B3	B4	$\sum_{\mathrm{B}i}$	UE	$\sum$	N

Prüfung (Exam)
VU Einführung in wissensbasierte Systeme 2021W, 184.737
12.01.2022

Name:

Matrikelnummer (Student ID):

Kennzahl (Study Code):

Bitte leserlich mit Füllfeder oder Kugelschreiber schreiben. *Kein Bleistift*!
(Please give readable answers and use a fountain or ball pen. *No pencil*!)

Für die Multiple-Choice Fragen: Jede richtige Antwort zählt positiv, jede falsche Antwort negativ! Die minimale Punktezahl pro Multiple-Choice-Block beträgt 0 Punkte.
(Multiple-Choice Questions: Correct answers give positive points, but wrong answers give negative points! You cannot get less than 0 points per multiple-choice block.)

Beispiel (Subtask) 1: **17 Punkte (points)**
Logikbasierte Wissensrepräsentation (Logic-based knowledge representation):

a) Geben Sie das "Equivalent Replacement Lemma" und das "Equivalent Replacement Theorem" an. Zeigen Sie mit Hilfe von *Interpretationsstrukturen* der Prädikatenlogik erster Stufe und dem "Equivalent Replacement Lemma", dass das "Equivalent Replacement Theorem" gültig ist.

   (State the "equivalent replacement lemma" and the "equivalent replacement theorem". Using *first-order interpretation structures* and the "equivalent replacement lemma", show that the "equivalent replacement theorem" is valid.)

   6 Punkte (points)

Unterschrift (signature):

A	B	$A \to B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

A	B	$\neg A \vee B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

b) (i) Übersetzen Sie folgende Formel in Negationsnormalform (NNF):
(Convert the following formula to negation normal form (NNF):)

$$\exists x \forall y \big(\neg P(x,y) \to Q(y)\big) \wedge \exists u \big(\neg(P(u) \vee Q(u))\big).$$

$\exists x \forall y (\neg \neg P(x,y) \vee Q(y))) \wedge \exists u (\neg P(u) \wedge \neg Q(u)))$

$\exists x \forall y (P(x,y) \vee Q(y)) \wedge \exists u (\neg P(u) \wedge \neg Q(u)))$

(ii) Gegeben ist die Formel φ : $\big(\forall x \exists y \big((\neg P(x,y) \wedge \neg Q(x,x)) \vee (P(x,y) \vee Q(y,y))\big)\big)$. Die NNF der Negation von φ ist folgende Formel:

$$\big(\exists x \forall y \big((P(x,y) \vee Q(x,x)) \wedge (\neg P(x,y) \wedge \neg Q(y,y))\big)\big)$$

Verwenden Sie TC1 um zu zeigen, dass φ gültig ist.
(Given formula φ : $\big(\forall x \exists y \big((\neg P(x,y) \wedge \neg Q(x,x)) \vee (P(x,y) \vee Q(y,y))\big)\big)$. The NNF of the negation of φ is the following:

$$\big(\exists x \forall y \big((P(x,y) \vee Q(x,x)) \wedge (\neg P(x,y) \wedge \neg Q(y,y))\big)\big)$$

Use TC1 to show that φ is valid.)

5 Punkte (points)

$\exists x \forall y \big((P(x,y) \vee Q(x,x)) \wedge (\neg P(x,y) \wedge \neg Q(y,y))\big)$ 1

$(P(a,a) \vee Q(a,a)) \wedge (\neg P(a,a) \wedge \neg Q(a,a))$ 2

$\neg P(a,a) \wedge \neg Q(a,a)$ 3

$\neg P(a,a)$ 4

$\neg Q(a,a)$ 5

$\to 2$

$P(a,a) \vee Q(a,a)$

$P(a,a)$ $\qquad$ $Q(a,a)$

$\times$ $\qquad$ $\times$

$\Rightarrow$ NNF($\neg\varphi$) is unsatisfiable

$\Rightarrow \varphi$ is valid.

c) Überprüfen Sie, welche Eigenschaften auf die nachfolgend angeführten Formeln in Aussagenlogik und PL1 zutreffen und kreuzen Sie jeweils alle zutreffenden Eigenschaften an:
(Which properties do the following formulas in propositional logic and FOL have? Check all correct properties:)

i. $\forall x\big((P(x) \vee Q(x)) \rightarrow \neg P(x)\big)$

☒ erfüllbar (satisfiable) ☒ widerlegbar (refutable)
☐ Tautologie (tautology) ☐ Kontradiktion (contradiction)

ii. $\exists x \forall y\big(F(x) \rightarrow F(y)\big)$

☒ erfüllbar (satisfiable) ☒ widerlegbar (refutable)
☐ Tautologie (tautology) ☐ Kontradiktion (contradiction)

2 Punkte (points)

d) Kreuzen Sie Zutreffendes an:
(Check the correct answers:)

i. Ist φ unerfüllbar, so ist $\exists x(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \forall x(\varphi \rightarrow \psi)$ gültig für beliebiges ψ.
(If φ is unsatisfiable, then $\exists x(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \forall x(\varphi \rightarrow \psi)$ is valid for any ψ.)

☒ richtig (true) ☐ falsch (false)

ii. $\forall x \exists y P(x, y)$ ist equivalent zu $\exists y \forall x P(x, y)$.
($\forall x \exists y P(x, y)$ is equivalent to $\exists y \forall x P(x, y)$.)

☐ richtig (true) ☒ falsch (false)

iii. Eine Formel ist genau dann unerfüllbar wenn ihre Negation gültig ist.
(A formula is unsatisfiable if and only if its negation is valid.)

☒ richtig (true) ☐ falsch (false)

iv. Die leere Disjunktion ist in allen Interpretationsstrukturen falsch.
(The empty disjunction is false in every interpretation structure)

☒ richtig (true) ☐ falsch (false)

4 Punkte (points)

Unterschrift (signature):

Beispiel (Subtask) 2: **16 Punkte (points)**

Nichtmonotones Schließen (Nonmonotonic reasoning):

a) Gegeben ist folgende Wissensbasis T über einer Sprache mit den einzigen Konstantensymbolen a, b und c, dem Variablensymbol x und den einzigen Prädikatensymbolen P, Q und R.

(Let T be the following knowledge base over a language with the constant symbols a, b, and c, the variable symbol x and the predicate symbols P, Q and R.)

$$T = \{P(b) \vee Q(b), \neg Q(a), P(c), R(a), \neg P(a), \forall x\big(P(x) \to Q(x)\big), \forall y\big(R(y) \to P(y)\big)\}.$$

i. Geben Sie die *generalisierte Closed World Assumption* $\mathrm{CWA}^{R,Q}(T)$ von T an, indem Sie folgende Gleichung ergänzen:

(Provide the elements of the *generalised closed world assumption* $\mathrm{CWA}^{R,Q}(T)$ of T by supplementing the following equation:)

$$\mathrm{CWA}^{R,Q}(T) = Cn(T \cup \{\underline{T_{asm}^{R,Q}}\}).$$

$T_{asm}^{R,Q} = \{\neg Q(a), \neg R(b), \neg R(c)\}$

ii. Welche der folgenden Eigenschaften treffen zu?

(Which of the following properties hold?)

- $T \cup T_{asm}^{R,Q}$ ist *deduktiv abgeschlossen*. ($T \cup T_{asm}^{R,Q}$ is *deductively closed*.)

  ☐ richtig (true) ☒ falsch (false)
- $\mathrm{CWA}^{R,Q}(T)$ ist *eine endliche Menge*. ($\mathrm{CWA}^{R,Q}(T)$ is *a finite set*.)

  ☐ richtig (true) ☒ falsch (false)

4 Punkte (points)

b) Welche der folgenden Aussagen treffen zu?

(Which of the following statements hold?)

(i) Für den deduktiven Abschluss einer Theorie $Cn(T)$ gilt: $Cn(T) \not\models P$ impliziert $Cn(T) \models \neg P$.

(For the deductive closure of a theory $Cn(T)$ it holds that $Cn(T) \not\models P$ implies $Cn(T) \models \neg P$.)

☒ richtig (true) ☐ falsch (false)

(ii) $Cn(\emptyset) = \emptyset$.

☐ richtig (true) ☒ falsch (false)

2 Punkte (points)

c) Beweisen oder widerlegen Sie, dass jede Default Theorie eine Extension hat.
(Prove or refute whether every default theory has an extension.)

4 Punkte (points)

Counter example :

$W = \emptyset$, $\Delta = \left\{ \frac{\top : a}{a} , \frac{\top : b}{\neg b} \right\}$

$Cn \subseteq \{ x \mid (\varphi : \psi_1 \ldots \psi_n / x) \in \Delta \}$

$\Rightarrow$ $E_1 = \{a\}$ $E_3 = \{a, \neg b\}$
$E_2 = \{\neg b\}$ $E_4 = \emptyset$ } Candidates

$\Delta_{E_1} = \{ \frac{a}{a}, \frac{b}{b} \}$ $\Gamma_T(E_1) = \{a, b\} \neq E_1$ $\Delta_{E_3} = \{ \frac{a}{a} \}$ $\Gamma_T = \{a\} \neq E_3$

$\Delta_{E_2} = \{ \frac{a}{a} \}$ $\Gamma_T(E_2) = \{a\} \neq E_2$ $\Delta_{E_4} = \{ \frac{a}{a}, \frac{b}{\neg b} \} \neq E_4$

alle Extensionen sind $|\text{Candidates}| \leq 2^n \Rightarrow \neg$ Extension für T

d) Gegeben seien folgende Defaults:
(Consider the following defaults:)

$$\Delta = \left\{ \frac{P(x) : Q(x)}{Q(x)}, \frac{Q(x) : P(x), R(x)}{P(x)}, \frac{\top : \neg P(x), \neg R(x)}{P(x) \wedge Q(x)} \right\}$$

$W_1 = \{Q(a), P(a), P(b), Q(b)\}$, $W_2 = \{\neg P(a), R(a), Q(a)\}$, $W_3 = \{R(a)\}$.
$E_1 = Cn(W_1)$, $E_2 = Cn(W_2)$, $E_3 = Cn(W_3)$.

(1) Geben Sie die *klassischen Redukte* Δ^{E_i} von Δ bezüglich den Mengen E_i an, für $i = 1, 2, 3$.
(Provide the *classical reducts* Δ^{E_i} of Δ with respect to the sets E_i, for $i = 1, 2, 3$.)

$\Delta^{E_1} = \{ \frac{P(a)}{Q(a)}, \frac{Q(a)}{P(b)}, \frac{P(b)}{Q(b)}, \frac{Q(b)}{R(b)} \}$
$\Delta^{E_2} = \{ \frac{P(a)}{Q(a)}, \frac{P(b)}{Q(b)}, \frac{Q(b)}{P(b)}, \frac{}{P(b) \wedge Q(b)} \}$
$\Delta^{E_3} = \{ \frac{Q(a)}{Q(a)}, \frac{Q(b)}{Q(b)}, \frac{Q(a)}{P(a)}, \frac{Q(b)}{P(b)}, \frac{}{P(b) \wedge Q(b)} \}$

(2) Kreuzen Sie die korrekten Aussagen an:
(Check the correct statements:)

i. E_1 ist eine Extension der Default Theorie $T_1 = \langle W_1, \Delta \rangle$.
(E_1 is an extension of the default theory $T_1 = \langle W_1, \Delta \rangle$.)
☐ richtig (true) ☒ falsch (false)

ii. E_2 ist eine Extension der Default Theorie $T_2 = \langle W_2, \Delta \rangle$.
(E_2 is an extension of the default theory $T_2 = \langle W_2, \Delta \rangle$.)
☐ richtig (true) ☒ falsch (false)

iii. E_3 ist eine Extension der Default Theorie $T_3 = \langle W_3, \Delta \rangle$.
(E_3 is an extension of the default theory $T_3 = \langle W_3, \Delta \rangle$.)
☐ richtig (true) ☒ falsch (false)

6 Punkte (points)

Unterschrift (signature):

Beispiel (Subtask) 3: **16 Punkte (points)**

Answer-Set Programming:

a) Gegeben ist folgendes ASP Core-2 Programm: (Consider the following ASP Core-2 program:)

$$\mathcal{P} := \left\{ \begin{array}{l} p(a). \quad p(b). \quad q(1). \quad q(3). \quad r(2,5). \quad r(4,7). \quad s(2,5,3). \\ sm(X,Y,Z) :- p(X),\ q(Y),\ Z = \#sum\{A,B\ :\ r(A,B)\ ;\ D,E\ :\ s(D,E,F).\} \end{array} \right\}.$$

i. Bestimmen Sie für welche Grund-Instanzen über $sm(X,Y,Z)$ die Regel mit dem Aggregat feuern wird. Erklären Sie ihre Antwort.
(Determine for which ground instances over $sm(X,Y,Z)$ the rule with the aggregate fires. Explain your solution.)

sm(a, 1, Z) sm(b, 1, Z)
sm(a, 3, Z) sm(b, 3, Z)

da nur für diese Instanzen p(X), q(Y) erfüllt sind und diese Vor Z überprüft werden.

ii. Bestimmen Sie alle Answer Sets von $\mathcal{P}$. (Determine all answer sets of $\mathcal{P}$.)

6 Punkte (points)

$$:= \left\{ \begin{array}{l} sm(X,Y,Z) :- p(X),\ q(Y),\ Z = \#sum\{A,B\ :\ r(A,B)\ ;\ D,E\ :\ s(D,E,F).\} \end{array} \right\}.$$

sm(a, 1, 7) sm(b, 1, 7)
sm(a, 3, 7) sm(b, 3, 7)

Unterschrift (signature):

b) Kreuzen sie bei den folgenden Aussagen an, ob sie richtig sind oder nicht.

(Check whether the following propositions are true or not.)

i. Ein Programm ohne Constraints hat genau ein Answer Set.
(A program without constraints has exactly one answer set.)

☐ richtig (true) ☒ falsch (false)

ii. Das Programm $\mathcal{P} = \{a \leftarrow .,\ b \leftarrow\ not\ a.\}$ ist *normal*.
(The program $\mathcal{P} = \{a \leftarrow .,\ b \leftarrow\ not\ a.\}$ is *normal*.)

☒ richtig (true) ☐ falsch (false)

iii. Leere Programme (Programme ohne Regeln) haben (ein oder mehr) Answer Sets.
(Empty programs (programs without rules) have (one or more) answer sets.)

☐ richtig (true) ☒ falsch (false)

iv. Wenn M_1 und M_2 unterschiedliche Answer Sets eines Programms P sind, dann ist weder M_1 eine echte Teilmenge von M_2 noch M_2 eine echte Teilmenge von M_1.
(If M_1 and M_2 are distinct answer sets of a program P_1, then neither M_1 is a proper subset of M_2 nor is M_2 a proper subset of M_1.) ☒ richtig (true) ☐ falsch (false)

6 Punkte (points)

c) Gegeben sei das folgende disjunktive Answer-Set Programm:

(Consider the following disjunctive answer-set program:)

$$\mathcal{P} := \left\{ \begin{array}{l} a \vee b \vee c \vee e. \\ d \leftarrow b. \end{array} \right\}.$$

Berechnen Sie die Answer Sets der folgenden Programme:

(Determine the answer sets of the following programs:)

i. $\mathcal{P} \cup \{\leftarrow a, e.\}$ $\{c\}$

ii. $\mathcal{P} \cup \{\leftarrow b.\}$ $\{c\}, \{a\}, \{e\}$

4 Punkte (points)

Beispiel (Subtask) 4: **16 Punkte (points)**

Probabilistisches Schließen (Probabilistic reasoning):

a) Welche Arten von Zufallsvariablen haben wir in der Vorlesung unterschieden? Geben Sie jeweils ein kurzes Beispiel zur Erläuterung an!

(Which kinds of random variables did we distinguish in the lecture? Illustrate each with a short example!) **(6 Punkte)**

- Boolsche ZV: $X \in \{true, false\}$
- diskrete ZV: $X \in \mathbb{N}$
- stetige ZV: $X \in \mathbb{R}$

b) Bestimmen Sie die Richtigkeit oder Falschheit folgender Aussagen, für beliebige Boole'sche Zufallsvariablen A und B:

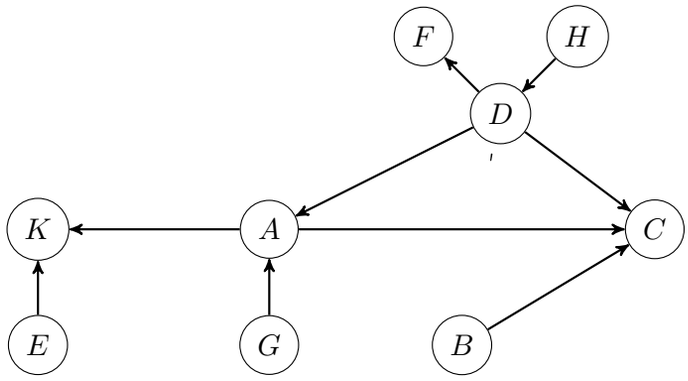
(Determine which of the following relations hold, for any Boolean random variable A and B:)

(i) $\mathrm{P}(A \mid B) + \mathrm{P}(A \mid \neg B) = 1.$	☐ richtig (true)	☒ falsch (false)
(ii) $\mathrm{P}(A \mid B) + \mathrm{P}(\neg A \mid B) = 1.$	☒ richtig (true)	☐ falsch (false)
(iii) $\mathrm{P}(A \mid B) = \mathrm{P}(A \mid B, A).$	☒ richtig (true)	☐ falsch (false)
(iv) $\mathrm{P}(A \mid A) = \mathrm{P}(A).$	☒ richtig (true)	☐ falsch (false)

6 Punkte (points)

Unterschrift (signature):

c) Gegeben ist folgender Graph eines *Bayes'schen Netzes*:
(Consider the following graph of a Bayesian network:)



Welche der folgenden Eigenschaften treffen zu? (Which of the following properties hold?)

i. E ist bedingt unabhängig von B bei Evidenz C.
(E is conditionally independent of B given evidence C.)
☑ richtig (true) ☐ falsch (false)

ii. G ist bedingt unabhängig von C bei Evidenz A und D.
(G is conditionally independent of C given evidence A and D.)
☑ richtig (true) ☐ falsch (false)

4 Punkte (points)