

**34. Man verwende die Methode der erzeugenden Funktion zur Bestimmung der allgemeinen Lösung der Differenzgleichung erster Ordnung  $x_{n+1} - x_n + 5 = 0$  für  $n = 0, 1, 2, \dots$**

$$x_{n+1} = x_n - 5 \text{ für } n = 0, 1, 2, \dots$$

$$x_{n+1} = x_n - 5 \cdot z^{n+1}$$

$$x_{n+1} \cdot z^{n+1} = x_n \cdot z^{n+1} - 5 \cdot z^{n+1} \quad \left| \sum_{n=0}^{\infty} \right.$$

$$\sum x_{n+1} \cdot z^{n+1} = z \cdot \sum x_n \cdot z^n - 5z \cdot \sum z^n$$

$$X(z) - x_0 = z \cdot X(z) - 5 \cdot \frac{z}{1-z}$$

$$X(z) - z \cdot X(z) = x_0 - 5 \cdot \frac{z}{1-z}$$

$$X(z) \cdot (1-z) = x_0 - 5 \cdot \frac{z}{1-z}$$

$$X(z) = \frac{x_0}{(1-z)} - 5 \cdot \frac{z}{1-z} \cdot \frac{1}{(1-z)} = x_0 \cdot \underbrace{\frac{1}{(1-z)}}_{\sum z^n} - 5 \cdot \underbrace{\frac{z}{(1-z)^2}}_{\sum n \cdot z^n}$$

$$X(z) = x_0 \cdot \sum z^n - 5 \cdot \sum n \cdot z^n = \sum x_0 \cdot z^n - \sum 5n \cdot z^n = \sum (x_0 - 5n) \cdot z^n$$

Also ist die Lösung:  $x_n = x_0 - 5n$