3.0/2.0 VU Formale Modellierung

185.A06 WS 2011 21. Dezember 2011

Kennzahl	Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe
				A

Aufgabe 1 (10 Punkte) Sei e der POSIX Extended Regular Expression (ab)+?[ac]*.

a) Übersetzen Sie e in algebraische Notation.

b) Geben Sie einen endlichen Automaten an, der dieselbe Sprache beschreibt wie e. Verwenden Sie nicht mehr als drei ε-Übergänge.

Aufgabe 2 (15 Punkte) Ein Schwarz-Weiß-Bild sei durch eine Bitfolge bestehend aus 0ern und 1ern kodiert. Durch Schmutz oder Rauschen können einzelne Pixel verfälscht sein. Daher soll die Bitfolge geglättet werden, indem Pixel, die sich von ihren beiden Nachbarn unterscheiden, invertiert werden. Beispiele:

Bitfolge:	11100010011101101000 10	0001110110001001011101
Geglättete Bitfolge:	1111000000111111110000	0000111111000000001111

Entwerfen Sie einen Mealy-Automaten für eine derartige Glättung von Bitfolgen.

Aufgabe 3 (15 Punkte) Sei $\mathcal{H}$ die Menge jener HTML-Dokumente, die folgendes Aussehen besitzen.

- Ein *Dokument* beginnt mit der Zeichenfolge <html>, dann folgen Kopf und Hauptteil des Dokumentes sowie die Zeichenfolge </html>.
- Der *Kopf* eines Dokumentes besteht aus dem Dokumenttitel, dem <head> vorangeht und </head> folgt. Der *Dokumenttitel* besteht aus einem Text eingeschlossen zwischen <title> und </title>.
- Der *Hauptteil* des Dokumentes beginnt mit <body> und endet mit </body>; dazwischen liegen Texte, geordnete und ungeordnete Listen in beliebiger Reihenfolge und Anzahl (auch gar nichts ist erlaubt).
- Ein *Text* ist eine nicht-leere Folge von Buchstaben, Ziffern, Leerzeichen und den Sonderzeichen ,, ;, :, ., ! und ?.
- Eine *geordnete Liste* besteht aus <ol>, einer nicht-leeren Folge von Listeneinträgen und der Zeichenfolge . Ein *Listeneintrag* besteht aus einer möglicherweise leere Folge von Texte, geordneten und ungeordneten Listen, die zwischen <li> und eingeschlossen ist.
- Eine *ungeordnete Liste* sieht ebenso aus wie eine geordnete, nur werden <ul> und an Stelle von <ol> und verwendet.

Beispiel:

```
<html><head><title>Beispiel</title></head>
      <body>Ich bin ein Text. Ungeordnete Liste:
            <ul><li>Listeneintrag</li>
                <li>Geordnete Liste in einem Listeneintrag:
                    <ol><li>Schon wieder ein Eintrag.</li></ol>
                </li>
            </ul>
      </body>
</html>
```

Beschreiben Sie die Sprache $\mathcal{H}$ mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren.

Aufgabe 4 (15 Punkte) Max wird mit hohem Fieber und ausgeprägten Gliederschmerzen in das Spital eingeliefert. Dr. House diskutiert die Diagnose mit einer Kollegin.

House: „Wenn der Patient Fieber hat, handelt es sich um Grippe oder Erkältung."

Cameron: „Wenn er keine starken Gliederschmerzen hat, dann hat er auch keine Grippe."

House: „Jedenfalls weisen hohes Fieber und starke Gliederschmerzen immer auf Grippe hin."

Cameron: „Er hat sicher nicht beide Krankheiten gleichzeitig."

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive der Überlegungen mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung jeder Aussagenvariablen an.

b) Für welche Diagnose(n) entscheiden sich House und Cameron? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 5 (15 Punkte) Formalisieren Sie die nachfolgenden Sätze als prädikatenlogische Formeln.

a) Jeder Assistent bestellt entweder Tee oder Kaffee, aber nicht beides.

b) Manche Assistenten bestellen keinen Kaffee.

c) Jeder Assistent bestellt ein heißes Getränk.

Verwenden Sie dabei folgende Symbole:

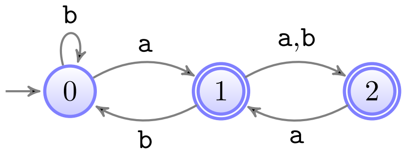
$\mathit{Bestellt}(x, y)$	… x bestellt y
$\mathit{Assistent}(x)$	… x ist ein Assistent
$\mathit{Getränk}(x)$	… x ist ein Getränk
$\mathit{Heiß}(x)$	… x ist heiß
tee	… Tee
kaffee	… Kaffee

3.0/2.0 VU Formale Modellierung

185.A06 WS 2011 17. Jänner 2012

Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe
			A

Aufgabe 1 (10 Punkte) Konstruieren Sie zu folgendem endlichen Automaten einen regulären Ausdruck. Orientieren Sie sich am Algorithmus, der in der Vorlesung besprochen wurde und geben Sie den Automaten nach jeder Zustandselimination an!



Aufgabe 2 (15 Punkte) Zwei Mönche und zwei Kannibalen treffen an einem Fluss aufeinander, den sie überqueren wollen. Am Ufer liegt ein Boot, das höchstens zwei Passagiere aufnehmen kann. Wie gelangen alle vier Personen an das andere Ufer, wenn vermieden werden soll, dass ein einzelner Mönch mit zwei Kannibalen (Gefahr für den Mönch!) alleine an einem der Ufer zurückbleibt?

- Überlegen Sie, welche Informationen notwendig sind, um den Zustand des Systems (bestehend aus den vier Personen, dem Boot und dem Fluss) zu beschreiben.
- Legen Sie die möglichen Aktionen fest, die zu einem Zustandswechsel führen können.
- Geben Sie einen endlichen Automaten an, der das Systemverhalten vollständig beschreibt.
- Geben Sie eine Aktionsfolge an, die das System vom Anfangs- in einen Endzustand überführt und damit die Frage beantwortet.

Anregung: Verwenden Sie zur Bezeichnung der Zustände und Aktionen kurze, sprechende (mnemotechnische) Bezeichnungen. Eine Durchnummerierung mit Zahlen oder Buchstaben ist zwar möglich, mindert aber die Lesbarkeit des Automaten.

Aufgabe 3 (15 Punkte) Ausdrücke in der Programmiersprache MODULA sind folgendermaßen definiert:

- Ein *Ausdruck* besteht aus einem einfachen Ausdruck, optional gefolgt von einem zweiten einfachen Ausdruck, der vom ersten durch ein Relationssymbol getrennt wird.
- Ein *einfacher Ausdruck* ist eine Folge von Termen (mindestens einem), die voneinander durch je einen Additionsoperator getrennt werden. Der gesamten Folge kann optional ein Plus- oder Minuszeichen vorangehen.
- Ein *Term* ist eine Folge von Faktoren (mindestens einem), die voneinander durch je einen Multiplikationsoperator getrennt werden.

- Ein *Faktor* ist entweder eine Zahl, ein Bezeichner, ein Ausdruck in runden Klammern oder das Wort `NOT` gefolgt von einem Faktor.

- Es gibt die *Relationssymbole* `=`, `#`, `<`, `<=`, `>` und `>=`, die *Additionsoperatoren* `+`, `-` und `OR` sowie die *Multiplikationsoperatoren* `*`, `DIV`, `MOD` und `AND`.

- Eine *Zahl* ist entweder eine Dezimal-, Oktal- oder Hexadezimalzahl. Eine *Oktalzahl* ist eine nicht-leere Folge der Ziffern `0` bis `7` gefolgt von dem Buchstaben `B` oder `C`. Eine *Dezimalzahl* ist eine nicht-leere Folge der Ziffern `0` bis `9`. Eine *Hexadezimalzahl* ist eine beliebige (auch leere) Folge der Zeichen `0`, ..., `9`, `A`, ..., `F`, der eine Ziffer vorangeht und der Buchstabe `H` folgt.

- Ein *Bezeichner* ist ein Buchstabe gefolgt von beliebig vielen weiteren Buchstaben und Ziffern.

Beispiel: `-(a3<0FAH) OR X*144B` ist ein Ausdruck. Dabei sind `a3` und `X` Bezeichner; `0FAH` ist eine Hexadezimal-, `144B` eine Oktalzahl; `a3<0FAH` ist ein Ausdruck, der geklammert als Faktor bzw. Term Verwendung findet.

Beschreiben Sie die zulässigen MODULA-Ausdrücke durch eine kontextfreie Grammatik. Verwenden Sie so weit als möglich EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu halten und rekursive Regeln zu vermeiden.

Aufgabe 4 (15 Punkte) Micky will Minnie zum Geburtstag mit einem Blumenstrauß überraschen, der zumindest drei verschiedene Blumenarten enthalten soll. Beim Blumenhändler gibt es rote Rosen, pinke Tulpen, weiße Margeriten und gelbe Narzissen.

- Micky will entweder weiße und gelbe, oder weiße und rote Blumen im Strauß haben.

- Die Farben rot und pink sollen auf keinen Fall gleichzeitig im Strauß vorkommen.

- Gelbe Narzissen will er nur dann nehmen, wenn keine roten Rosen im Strauß sind.

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung jeder Aussagenvariablen an.

b) Findet Micky einen passenden Blumenstrauß für Minnie? Wenn ja, welche(n)? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 5 (15 Punkte) Formalisieren Sie die nachfolgenden Sätze als prädikatenlogische Formeln.

a) Ein Kind liest entweder Rotkäppchen oder Alice im Wunderland, aber nicht beides.

b) Alle Kinder lesen manche verfilmten Märchen.

c) Alle Kinder lesen alle verfilmten Märchen, aber nicht Alice im Wunderland.

Verwenden Sie dabei folgende Symbole:

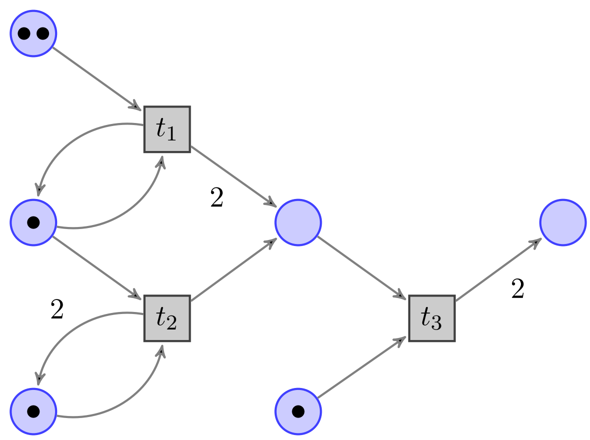
$\mathit{Liest}(x,y)$	... x liest y
$\mathit{Verfilmt}(x)$	... x wurde verfilmt
$\mathit{Kind}(x)$	... x ist ein Kind
$\mathit{Märchen}(x)$	... x ist ein Märchen
$\mathit{rotkäppchen}$	... Rotkäppchen
alice	... Alice im Wunderland

3.0/2.0 VU Formale Modellierung

185.A06 WS 2011 14. März 2012

Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe
			A

Aufgabe 1 (10 Punkte) Bestimmen Sie eine Folge von Transitionen, die nacheinander feuern können. Die Folge soll jede Transition mindestens einmal enthalten. Nach dem Feuern der letzten Transition soll keine Transition mehr aktiviert sein. Geben Sie die Transitionen dieser Folge sowie die erreichte Endmarkierung an.



Aufgabe 2 (15 Punkte) Ein elektronisches Tresorschloss besteht aus einem zweistelligen Display sowie den Tasten +, `L`, `R`, `Ok` und `Reset`. Jede Stelle des Displays kann eine der drei Ziffern 0, 1 oder 2 anzeigen. Mit jedem Drücken der +-Taste ändert sich die Anzeige der aktiven Stelle von 0 auf 1, von 1 auf 2 bzw. von 2 auf 0. Welche der beiden Stellen aktiv ist, lässt sich durch die `L`- und `R`-Taste kontrollieren: Ein- oder mehrmaliges Drücken der `L`- bzw. `R`-Taste aktiviert die linke bzw. rechte Stelle. Im Anfangszustand zeigt das Display die Zahl 00 an und die linke Stelle ist aktiviert. Wird die Zahl 21 eingestellt und anschließend die `Ok`-Taste gedrückt, öffnet das Schloss; bei jeder anderen Zahl geht das Schloss in einen Fehlerzustand. Sowohl im geöffneten Zustand als auch im Fehlerzustand werden alle weiteren Tasten ausgenommen `Reset` ignoriert, d.h., sie beeinflussen den Zustand des Schlosses nicht. Wird zu einem beliebigen Zeitpunkt die `Reset`-Taste gedrückt, geht das Schloss wieder in den Anfangszustand über. Das Schloss lässt sich also z.B. mit folgenden Tastenfolgen öffnen:

\+ − + − `R` − + − `Ok`
\+ − `Reset` − + − `L` − `R` − + − `L` − + − `Ok` − `Ok`

- Überlegen Sie, welche Informationen notwendig sind, um den Zustand des Schlosses zu beschreiben. Wieviele Zustände kann das Schloss annehmen? Wieviele Zustände sind es im Allgemeinen, wenn das Schloss n Ziffern (statt 3) pro Stelle sowie k Stellen (statt 2) besitzt?

- Legen Sie die möglichen Aktionen fest, die zu einem Zustandswechsel führen.

- Geben Sie einen endlichen Automaten an, der das Verhalten des beschriebenen Schlosses vollständig beschreibt. Der Endzustand ist erreicht, wenn das Schloss öffnet. Spezifizieren Sie die Übergangsfunktion des Automaten mittels einer Tabelle.

Aufgabe 3 (15 Punkte) DATALOG-Programme besitzen folgenden Aufbau.

- Ein *Programm* ist eine möglicherweise leere Folge von Klauseln. Eine *Klausel* ist entweder ein Faktum oder eine Regel.
- Ein *Faktum* besteht aus einer Atomformel gefolgt von einem Punkt.
- Eine *Regel* besteht aus einer Atomformel, gefolgt von den Zeichen `:-` sowie einer nicht-leeren Liste von Atomformeln, die durch Kommas (`,`) getrennt werden. Regeln enden ebenfalls mit einem Punkt.
- Eine *Atomformel* ist ein Name, dem optional eine in runden Klammern eingeschlossene Argumentliste folgen kann.
- Eine *Argumentliste* ist eine nicht-leere Folge von Namen und Variablen in beliebiger Reihenfolge, die voneinander durch Kommas getrennt werden.
- Ein *Name* ist eine nicht-leere Folge von Buchstaben und Ziffern, die mit einem Kleinbuchstaben beginnt.
- Eine *Variable* ist eine nicht-leere Folge von Buchstaben und Ziffern, die mit einem Großbuchstaben beginnt.

Das folgende Beispiel besteht aus zwei Fakten und drei Regeln; `adam`, `seth`, `istKindVon` usw. sind Namen, `X` und `Y` sind Variablen.

```
istKindVon(seth,adam).
istKindVon(enosh,seth).
istNachfahreVon(X,Y) :- istKindVon(X,Y).
istNachfahreVon(X,Z) :- istKindVon(X,Y), istNachfahreVon(Y,Z).
istMensch(X) :- istNachfahreVon(X,adam).
```

Beschreiben Sie die zulässigen DATALOG-Programme mittels einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie so weit als möglich EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu halten und rekursive Regeln zu vermeiden.

Aufgabe 4 (15 Punkte) Lisa geht in ein Cafe und bestellt ein gemischtes Eis mit genau drei verschiedenen Sorten. Grundsätzlich kommen für sie nur die Sorten Mohn, Haselnuss, Erdbeere oder Schokolade in Frage.

- Lisa isst niemals Mohn und Schokolade gleichzeitig.
- Ihr Eis soll auf jeden Fall entweder die Sorten Haselnuss und Erdbeer, oder die Sorten Haselnuss und Schokolade enthalten (aber nicht beides).
- Immer wenn Lisa Mohn wählt, nimmt sie auch Haselnuss.

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung jeder Aussagenvariablen an.

b) Kann sich Lisa für ein gemischtes Eis entscheiden? Wenn ja, mit welchen Sorten? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 5 (15 Punkte) Formalisieren Sie die beiden nachfolgenden Sätze als prädikatenlogische Formeln. Verwenden Sie dabei die Prädikatensymbole *Verprügelt*, *Angriffslustig*, *Gallier* und *Römer* sowie die Konstantensymbole *obelix*, *lacmus* und *cäsar* mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Verprügelt}(x, y)$	$\ldots$ x verprügelt y	obelix	$\ldots$ Obelix
$\mathit{Angriffslustig}(x)$	$\ldots$ x ist angriffslustig	lacmus	$\ldots$ Lacmus
$\mathit{Gallier}(x)$	$\ldots$ x ist ein Gallier	$\mathit{cäsar}$	$\ldots$ Cäsar
$\mathit{Römer}(x)$	$\ldots$ x ist ein Römer		

a) Alle Römer werden von Obelix aber nicht von Cäsar verprügelt.

b) Manche Gallier verprügeln alle angriffslustigen Römer.

c) Bestimmen Sie unter Verwendung der Evaluierungsfunktion den Wahrheitswert der Formel

$$\forall x(\mathit{Gallier}(x) \supset \mathit{Verprügelt}(x, \mathit{lacmus}))$$

in folgender Interpretation:

$$\begin{aligned} \mathcal{U} &= \{\text{Aerobus}, \text{Asterix}, \text{Bonus}, \text{Cäsar}, \text{Lacmus}, \text{Obelix}, \text{Troubadix}, \text{Verleihnix}\} \\ I(\mathit{Gallier}) &= \{\text{Asterix}, \text{Obelix}, \text{Verleihnix}\} \\ I(\mathit{Verprügelt}) &= \{(\text{Asterix}, \text{Aerobus}), (\text{Asterix}, \text{Lacmus}), (\text{Obelix}, \text{Aerobus}), (\text{Obelix}, \text{Bonus}), \\ &\quad (\text{Obelix}, \text{Lacmus}), (\text{Troubadix}, \text{Bonus}), (\text{Verleihnix}, \text{Lacmus})\} \\ I(\mathit{lacmus}) &= \text{Lacmus} \end{aligned}$$

3.0/2.0 VU Formale Modellierung

185.A06 WS 2011/SS2012 23. Mai 2012

Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe
			B

Aufgabe 1 (10/6 Punkte) Sei e der POSIX Extended Regular Expression `[bc]*(ba)+?`.

a) Übersetzen Sie e in algebraische Notation.

b) Geben Sie einen endlichen Automaten an, der dieselbe Sprache beschreibt wie e. Verwenden Sie nicht mehr als drei ε-Übergänge.

Aufgabe 2 (15/11 Punkte) Ein zweistöckiges Haus (Erdgeschoß, 1. und 2. Stock) besitzt einen Aufzug. In jedem Stockwerk gibt es einen Knopf, um den Aufzug zu rufen. In der Aufzugskabine kann das gewünschte Ziel mit einem von drei Knöpfen angegeben werden. Für die Aufzugssteuerung ist es gleichbedeutend, ob im Erdgeschoß der Knopf außen oder in der Kabine der Erdgeschoß-Knopf gedrückt wird; analog für die anderen Knöpfe innen und außen. Die Aufzugssteuerung ist in der Lage sich mehrere Aufträge zu merken. Werden etwa im Erdgeschoß in der Kabine nacheinander die Knöpfe für 2. und 1. Stock (oder umgekehrt) gedrückt, steuert die Kabine zuerst den 1. und dann den 2. Stock an (die Steuerung optimiert die Aufträge). Aufträge, die das Stockwerk betreffen, in dem sich die Kabine bereits befindet, werden ignoriert. Liegt kein Auftrag vor, bleibt die Kabine im zuletzt gewählten Stockwerk. Wird die Anlage eingeschaltet, wartet die Kabine im Erdgeschoß auf den ersten Auftrag.

Zusätzlich zu den drei Signalen, die den Stockwerken entsprechen, verarbeitet die Steuerung noch das Signal „Türe schließt“. Dieses wird automatisch einige Sekunden nach Betätigen der Tasten und Freiwerden der Tür generiert und bewirkt, dass die Türe schließt und die Kabine in das nächstliegende Stockwerk fährt, für das ein Auftrag vorliegt. Gibt es keinen Auftrag, wird das Signal ignoriert. Wird nach „Türe schließt“ noch eine Stockwerktaste betätigt, beeinflusst das die Zielwahl nicht mehr; die Taste wird so behandelt, als wäre sie nach Ankunft im Zielstockwerk gedrückt worden. Liegen in einem Stockwerk Aufträge für Ziele in entgegengesetzten Richtungen vor, wird zuerst der ältere Auftrag ausgeführt.

Aufgabe: Beschreiben Sie das Verhalten der Aufzugssteuerung durch einen endlichen Automaten. Der Automat befindet sich in einem Endzustand, wenn alle Aufträge ausgeführt wurden und der Aufzug auf einen neuen wartet. Ihr Automat soll selber keine Signale generieren sondern nur das Verhalten der Steuerung beschreiben; es ist also kein Transducer gefragt.

Beispiel: Die Kabine befinde sich im Erdgeschoß. Es werden nacheinander die Tasten „2.Stock“, „Erdgeschoß“ und „1.Stock“ gedrückt (entweder in der Kabine oder außen im jeweiligen Stockwerk), ehe die „Türe schließt“. Der Auftrag „Erdgeschoß“ wird ignoriert, da sich die Kabine bereits dort befindet. Das erste Ziel ist der 1.Stock. Während des Aufenthalts dort (oder auf der Fahrt dorthin) ruft jemand im Erdgeschoß erneut den Aufzug. Die Kabine fährt dennoch zuerst in den 2.Stock, da dies der ältere Auftrag ist und das Erdgeschoß in entgegengesetzer Richtung liegt. Erst danach fährt die Kabine in das Erdgeschoß. Wenn `E`, `1`, `2` und `T` die jeweiligen Signale bezeichnen, liegt somit das Wort `2E1TETT` in der Sprache, die der Automat beschreibt.

Aufgabe 3 (15/11 Punkte) Sei $\mathcal{E}$ folgende Teilmenge der Posix Extended Regular Expressions.

- Jeder Buchstabe und jede Ziffer ist ein Ausdruck in $\mathcal{E}$, ebenso wie Ausdrücke der Form `[`$s_1 \cdots s_n$`]`, wobei die s_i Buchstaben oder Ziffern sein müssen und $n \geq 1$ gilt.
- Ausdücke mit dem nachgestellten Operator `*`, `+` oder `?` sind Ausdrücke in $\mathcal{E}$, ebenso wie Ausdrücke in runden Klammern.
- Stellt man mehrere Ausdrücke aus $\mathcal{E}$ ohne Trennzeichen oder mit dem Trennsymbol `|` (senkrechter Strich) nebeneinander, erhält man wieder einen Ausdruck aus $\mathcal{E}$.

Beispiel: `([abc]*(1|2)?)+` ist ein Ausdruck in $\mathcal{E}$.

Aufgabe: Beschreiben Sie die Sprache $\mathcal{E}$ mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie so weit als möglich Ebnf-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu halten und rekursive Regeln zu vermeiden.

Aufgabe 4 (15/11 Punkte) Donald Duck möchte einen neues Auto kaufen. Das Auto soll billig, schön, sicher oder schnell sein, wobei es mindestens zwei dieser Eigenschaften erfüllen soll. Dabei gehen ihm die folgenden Gedanken durch den Kopf:

- Wenn das Auto schnell ist, muss es auf jeden Fall auch schön sein.
- Das Auto ist nicht schön, wenn es billig ist.
- Donald will auf jeden Fall entweder ein sicheres oder ein schnelles Auto, aber nicht beides.
- Das Auto ist nicht gleichzeitig sicher und billig.

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung jeder Aussagenvariablen an.

b) Findet Donald ein Auto, das er aufen möchte? Wenn ja, welche(s)? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 5 (15/11 Punkte) Seien *Liebt*, *Kind*, *Intelligent* und *Haustier* Prädikatensymbole und *minka* und *bello* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Liebt}(x, y)$	… x liebt y	*minka*	… Minka
$\mathit{Kind}(x)$	… x ist ein Kind	*bello*	… Bello
$\mathit{Intelligent}(x)$	… x ist intelligent		
$\mathit{Haustier}(x)$	… x ist ein Haustier		

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Alle intelligenten Kinder lieben Minka und Bello.

b) Manche Kinder lieben alle intelligenten Haustiere.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Martin}, \text{Nina}, \text{Karl}, \text{Iris}, \text{Minka}, \text{Garfield}, \text{Bello}, \text{Ami}, \text{Wellensittich}, \\
&\quad \text{Wuschel}, \text{Tweety}, \text{Coco}\} \\
I(\mathit{Kind}) &= \{\text{Martin}, \text{Nina}, \text{Iris}\} \\
I(\mathit{Intelligent}) &= \{\text{Martin}, \text{Nina}, \text{Karl}, \text{Minka}, \text{Garfield}, \text{Ami}, \text{Wellensittich}\} \\
I(\mathit{Haustier}) &= \{\text{Minka}, \text{Garfield}, \text{Ami}, \text{Wuschel}, \text{Coco}\} \\
I(\mathit{Liebt}) &= \{(\text{Martin}, \text{Coco}), (\text{Martin}, \text{Garfield}), \\
&\quad (\text{Nina}, \text{Coco}), (\text{Nina}, \text{Martin}), \\
&\quad (\text{Iris}, \text{Coco}), (\text{Iris}, \text{Iris}), (\text{Iris}, \text{Minka}), \\
&\quad (\text{Karl}, \text{Coco}), (\text{Karl}, \text{Ami})\} \\
I(\mathit{iris}) &= \text{Iris} \\
I(\mathit{coco}) &= \text{Coco}
\end{aligned}$$

Geben Sie an, ob die nachfolgenden Formeln in dieser Interpretation wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x \mathit{Liebt}(x, \mathit{iris})$

d) $\forall x \mathit{Liebt}(x, \mathit{coco})$

e) $\exists x \exists y (\mathit{Intelligent}(x) \wedge \mathit{Kind}(x) \wedge \mathit{Liebt}(x, y))$

f) $\forall x \exists y (\mathit{Kind}(x) \supset (\mathit{Intelligent}(y) \wedge \mathit{Liebt}(x, y))$

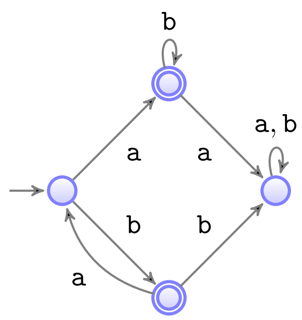
3.0/2.0 VU Formale Modellierung

185.A06 SS2012 13. Juni 2012

Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe
			A

Aufgabe 1 (10 Punkte) Sei w^r das Spiegelwort zum Wort w, d.h., w^r ist das Wort w von hinten nach vorne gelesen. Beispielsweise gilt $(\texttt{abac})^r = \texttt{caba}$. Sei weiters L^r die Spiegelsprache zur Sprache L, die dadurch entsteht, dass jedes Wort in L gespiegelt wird: $L^r = \{\, w^r \mid w \in L \,\}$.

Sei $\mathcal{A} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ ein beliebiger deterministischer Automat und $L = \mathcal{L}(\mathcal{A})$ die von ihm akzeptierte Sprache. Geben Sie ein Verfahren an, um daraus einen Automaten $\mathcal{A}^r$ für die Spiegelsprache zu erhalten; es soll also $\mathcal{L}(\mathcal{A}^r) = L^r$ gelten. Welche Eigenschaft regulärer Sprachen ergibt sich daraus? Lässt sich das Verfahren auch auf nicht-deterministische Automaten anwenden? Wenden Sie Ihr Verfahren auf den folgenden Automaten an und konstruieren Sie einen Automaten für die Spiegelsprache.



Aufgabe 2 (10 Punkte) Typische Mikrowellenöfen besitzen folgende Funktionalität. Man öffnet die Tür um Speisen hineinzustellen; dabei geht das Licht in der Mikrowelle an und erlischt beim Schließen wieder. Danach stellt man die Heizzeit mit einem Timer (Schaltuhr) ein, woraufhin der Ofen zu heizen beginnt und das Licht im Ofen angeht. Öffnet man während der Heizphase die Tür, hört der Ofen zu heizen auf, setzt aber nach dem Schließen der Tür wieder fort. Der Timer kann auch während des Heizens betätigt werden, um die Heizzeit zu verlängern.

Modellieren Sie die Steuerung eines derartigen Mikrowellenofens mit Hilfe eines Moore- oder Mealy-Automaten. Eingangssignale sind U (Uhr/Timer ein), $\overline{U}$ (Timer aus), T (Tür auf) und $\overline{T}$ (Tür zu); Ausgangssignale sind HL (Hitze und Licht ein), $H\overline{L}$ (Hitze ein, Licht aus), $\overline{H}L$ (Hitze aus, Licht ein) und $\overline{HL}$ (Hitze und Licht aus). Gehen Sie davon aus, dass der Timer der Steuerung in regelmäßigen Abständen seinen Zustand (U oder $\overline{U}$) meldet; die Steuerung muss nicht selber die eingestellte Zeitdauer kennen oder überwachen.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Sei $\mathcal{M}$ folgende Teilmenge der Anweisungen der Programmiersprache Modula.

- Zuweisungen haben die Form b `:=` a
  b ist ein Bezeichner, der mit einem Buchstaben beginnt und auf den beliebig viele Buchstaben und Ziffern folgen können. a steht für einen Ausdruck.

- Blöcke besitzen die Form `BEGIN` m_1`;` $\ldots$ `;` m_n `END`
  Dabei können $m_1, \ldots, m_n$ ($n \geq 1$) beliebige Anweisungen aus $\mathcal{M}$ sein, die durch einen Strichpunkt getrennt werden.

- Konditionale können folgende Formen annehmen:

  ```
  IF a1 THEN f1 END
  IF a1 THEN f1 ELSE f2 END
  IF a1 THEN f1 ELSIF a2 THEN f2 END
  IF a1 THEN f1 ELSIF a2 THEN f2 ELSE f3 END
  IF a1 THEN f1 ELSIF a2 THEN f2 ELSIF a2 THEN f3 END
  IF a1 THEN f1 ELSIF a2 THEN f2 ELSIF a2 THEN f3 ELSE f4 END
     ⋮
  ```

  Das heißt, dem If-Teil folgt immer ein Then-Teil, dann kommt eine beliebige Zahl von Elsif-Teilen, und zuletzt kann optional ein Else-Teil folgen. a_i steht dabei für Ausdrücke, f_i für Anweisungsfolgen der Form m_1`;` $\ldots$ `;` m_n, wie sie auch bei Blöcken vorkommen.

- Exit-Anweisung bestehen nur aus dem Schlüsselwort `EXIT`.

- Schleifen sehen genauso aus wie Blöcke, außer dass das Schlüsselwort `LOOP` das Wort `BEGIN` ersetzt.

Beispiel eines Programms in $\mathcal{M}$:

```
LOOP
  X1 := a1;
  IF a2 THEN EXIT
  ELSIF a3 THEN X2 := a4
  END
END
```

Beschreiben Sie die Sprache $\mathcal{M}$ aller derartigen Anweisungen mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie so weit wie möglich EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu halten und rekursive Regeln zu vermeiden.

Nehmen Sie an, dass es bereits Produktionen gibt, die es ermöglichen, aus dem Nonterminal *Ausdruck* die zulässigen Ausdrücke (wie a_1, a_2, $\ldots$) zu erzeugen. Es ist nicht notwendig, Leerzeichen und ähnliches (*white space*) zu berücksichtigen.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Nach bestandener Matura macht sich Susanne Gedanken darüber, was sie studieren könnte. Ihr Lieblingsfach in der Schule war Mathematik; Programmieren mochte sie nicht wirklich. Bei der Studienberatung erhält sie folgende Informationen.

- Mochte man in der Schule Mathematik, eignet man sich für ein Studium der Technischen Mathematik oder Informatik.

- Wenn man kein Interesse an der Programmierung hatte, sollte man Informatik meiden.

- Interesse an Mathematik und Programmieren spricht jedoch immer für ein Studium der Informatik.

- Man sollte (wegen der Arbeitsbelastung) nicht mit zwei Studien gleichzeitig beginnen.

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung jeder Aussagenvariablen an.

b) Kann Susanne aus diesen Informationen Empfehlungen ableiten? Wenn ja, welche? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Seien *Kind*, *Isst*, *Süß* und *Obst* Prädikatensymbole und *apfel* und *banane* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Isst}(x, y)$	$\dots$ x isst y	apfel	$\dots$ Apfel
$\mathit{Kind}(x)$	$\dots$ x ist ein Kind	banane	$\dots$ Banane
$\mathit{Süß}(x)$	$\dots$ x ist süß		
$\mathit{Obst}(x)$	$\dots$ x ist Obst		

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Alle süßen Kinder essen nie gleichzeitig Äpfel und Bananen.

b) Einige Kinder essen jedes süße Obst außer Äpfel.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Jan}, \text{Kathi}, \text{Lisa}, \text{Martin}, \text{Ananas}, \text{Apfel}, \text{Banane}, \text{Erdbeere}, \text{Kiwi} \\
&\qquad \text{Orange}, \text{Zitrone}, \text{Schokolade}\} \\
I(\mathit{Kind}) &= \{\text{Jan}, \text{Lisa}, \text{Martin}\} \\
I(\mathit{Süß}) &= \{\text{Ananas}, \text{Banane}, \text{Erdbeere}, \text{Schokolade}\} \\
I(\mathit{Obst}) &= \{\text{Ananas}, \text{Apfel}, \text{Banane}, \text{Kiwi}, \text{Orange}, \text{Zitrone}\} \\
I(\mathit{Isst}) &= \{(\text{Jan}, \text{Schokolade}), (\text{Jan}, \text{Kiwi}), (\text{Jan}, \text{Erdbeere}), \\
&\qquad (\text{Kathi}, \text{Kiwi}), (\text{Kathi}, \text{Banane}), (\text{Kathi}, \text{Schokolade}), \\
&\qquad (\text{Lisa}, \text{Apfel}), (\text{Lisa}, \text{Ananas}), (\text{Lisa}, \text{Erdbeere}), \\
&\qquad (\text{Martin}, \text{Kiwi}), (\text{Martin}, \text{Schokolade})\} \\
I(\mathit{apfel}) &= \text{Apfel} \\
I(\mathit{kiwi}) &= \text{Kiwi}
\end{aligned}
$$

Geben Sie an, ob die nachfolgenden Formeln in dieser Interpretation wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort mit einem konkreten Beispiel; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x\, (\mathit{Isst}(x, \mathit{apfel}) \land \neg \mathit{Isst}(x, \mathit{kiwi}))$

d) $\forall x\, (\mathit{Isst}(x, \mathit{apfel}) \not\equiv \mathit{Isst}(x, \mathit{kiwi}))$

e) $\exists x \exists y (\mathit{Kind}(x) \land \mathit{Obst}(y) \land \mathit{Isst}(x, y))$

f) $\forall x \exists y (\mathit{Süß}(x) \supset (\mathit{Kind}(y) \land \mathit{Isst}(y, x)))$

3.0/2.0 VU Formale Modellierung

185.A06 SS2012 17. September 2012

Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe
			A

Aufgabe 1 (10 Punkte) Sind folgende Gleichungen für beliebige Sprachen L gültig? Falls ja, begründen Sie warum, falls nein, geben Sie ein Gegenbeispiel an.

a) $L \cup \{\} = L \cdot \{\varepsilon\}$

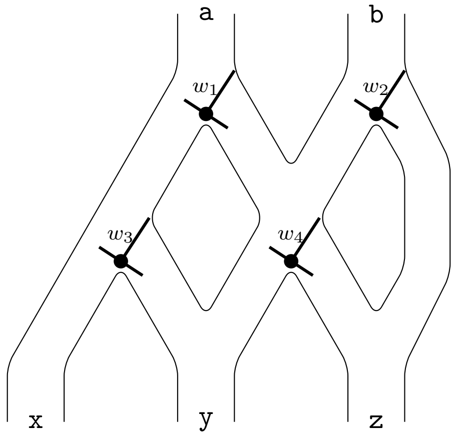
b) $\{\varepsilon\} \cdot L^* = L^+$

c) $(L \cdot L)^* = L^* \cdot L^*$

d) $L^+ \cup \{\varepsilon\} = L^* \cdot \{\}$

Aufgabe 2 (10 Punkte) Max erhält zum Geburtstag ein Knobelspiel, das aus einem Würfel und einer Stahlkugel besteht. Der Würfel besitzt oben zwei Löcher (bezeichnet mit `a` und `b`) und unten drei (bezeichnet mit `x`, `y` und `z`). Wirft man die Kugel bei einem der beiden oberen Löcher hinein, kommt sie bei einem der unteren drei wieder heraus. Die Aufgabe besteht nun darin das Loch vorherzusagen, bei dem die Kugel erscheinen wird. Um die Sache schwieriger zu gestalten, sind die Eingänge nicht fest mit den Ausgängen verbunden, sondern werden durch Weichen umgeleitet, die sich mit jeder vorbeikommenden Kugel verstellen.

Nach einiger Zeit verliert Max die Geduld und zerlegt den Würfel. Er findet vier Weichen (w_1 bis w_4) vor, die folgendermaßen angeordnet sind:



Bei der momentanen Weichenstellung werden die Kugeln nach links geleitet, sodass die Kugel vom Eingang `a` zum Ausgang `x` bzw. vom Eingang `b` zum Ausgang `y` rollen würde. Dabei würden die Weichen w_1 und w_3 bzw. w_2 und w_4 umgeschaltet werden. Wirft man etwa die Kugel viermal in den Eingang `a`, kommt sie zuerst bei Ausgang `x`, dann zweimal bei Ausgang `y` und schließlich bei Ausgang `z` zum Vorschein; die Weichen befinden sich danach wieder in der Ausgangsstellung.

Modellieren Sie das Verhalten dieses Spiels mit Hilfe eines Moore- oder Mealy-Automaten. Bei Eingabe eines Wortes über $\{\texttt{a}, \texttt{b}\}$ soll der Automat jene Ausgänge liefern, bei denen die Kugel erscheinen würde. Sie können die Übergangs- und Ausgabefunktion graphisch oder als Tabelle darstellen.

Berechnen Sie $\gamma^*(q_0, \texttt{aabaabb})$, wobei γ die Ausgabefunktion und q_0 den Anfangszustand Ihres Automaten bezeichnet.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Einfache Dokumente im Textsatzsystem LaTeX beginnen mit den Zeilen

`\documentclass` *Optionen* `{`*Art*`}`
`\begin{document}`

Danach folgt der eigentliche Dokumenteninhalt und die Schlusszeile

`\end{document}`

Art ist ein einzelner Name, wobei ein Name eine nicht-leere Folge von Ziffern, Klein- und Großbuchstaben ist. Die *Optionen* können entweder ganz fehlen oder sie sind eine in eckigen Klammern eingeschlossene nicht-leere Folge von Namen, die durch Beistriche getrennt werden.

Der Dokumentinhalt ist eine möglicherweise leere Folge von Texten, Aufzählungen und punktierten Listen in beliebiger Reihenfolge. Ein Text ist eine nicht-leere Folge von Buchstaben, Ziffern, Leerzeichen, Kommas, Punkten und Doppelpunkten. Aufzählungen beginnen mit

`\begin{enumerate}`

und enden mit

`\end{enumerate}`

Dazwischen liegt eine nicht-leere Folge von Listeneinträgen. Ein Listeneintrag besteht aus dem Kommando `\item` gefolgt von Texten, Aufzählungen und punktierten Listen in beliebiger Reihenfolge. Ist der Listeneintrag leer, besteht er nur aus `\item`. Eine punktierte Liste ist genauso aufgebaut wie eine Aufzählung, außer dass sie mit `\begin{itemize}` beginnt und mit `\end{itemize}` endet.

Sei $\mathcal{L}$ die Menge all solcher einfachen LaTeX-Dokumente. Ein Beispiel für ein derartiges Dokument ist das folgende.

```
\documentclass[a4paper,12pt]{article}
\begin{document}
Ich bin ein Text, dem eine punktierte Liste folgt:
\begin{itemize}
\item Listeneintrag
\item Aufzählung innerhalb eines Listeneintrags:
      \begin{enumerate}
      \item Schon wieder ein Eintrag.
      \end{enumerate}
\end{itemize}
\end{document}
```

Das Beispieldokument ist von der Art `article` mit den beiden Optionen `a4paper` und `12pt`. Der Dokumenteninhalt besteht aus einem Text und einer punktierten Liste. Diese enthält zwei Einträge, wobei der erste aus einem Text und der zweite aus einem Text und einer Aufzählung besteht. Die Aufzählung enthält nur einen Listeneintrag.

Beschreiben Sie die Sprache $\mathcal{L}$ mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Linda und Martin möchten den September noch nutzen um auf Urlaub zu fahren. Optimalerweise soll die Reise günstig sein, an einen entfernt gelegenen Ort führen, und man soll sich sowohl entspannen als auch Wanderungen machen können. Zumindest zwei dieser Anforderungen sollen erfüllt sein. Zwecks Beratung suchen Linda und Martin ein Reisebüro auf. Folgende Überlegungen werden angestellt:

- Laut Reisebüro lassen sich günstig und weit entfernt nicht kombinieren.
- Die Reise soll eine Fernreise sein, außer es handelt sich um einen Wanderurlaub.
- Wenn es ein Wanderurlaub wird, dann muss es auf jeden Fall auch die Möglichkeit zum Entspannen geben.
- Wenn es ein Entspannungsurlaub wird, dann muss er günstig oder weit entfernt sein.

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung jeder Aussagenvariablen an.

b) Finden Linda und Martin eine ihren Wünschen entsprechende Urlaubsdestination? Wenn ja, welche? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Seien *Interessiert*, *Schüler*, *Kreativ* und *Schulfach* Prädikatensymbole und *mathematik* und *englisch* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Interessiert}(x, y)$	$\ldots$ x interessiert sich für y	$\mathit{mathematik}$	$\ldots$ Mathematik
$\mathit{Schüler}(x)$	$\ldots$ x ist ein Schüler	$\mathit{englisch}$	$\ldots$ Englisch
$\mathit{Kreativ}(x)$	$\ldots$ x ist kreativ		
$\mathit{Schulfach}(x)$	$\ldots$ x ist ein Schulfach		

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Manche kreative Schüler interessieren sich genau dann für Mathematik, wenn sie sich auch für Zeichnen interessieren.

b) Alle Schüler, die kreativ sind, interessieren sich für einige Schulfächer außer Mathematik.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Anna}, \text{Babsi}, \text{Chris}, \text{Erich}, \text{Mathematik}, \text{Deutsch}, \text{Geschichte}, \text{Englisch},\\
&\qquad \text{Zeichnen}, \text{Sport}, \text{Informatik}, \text{Physik}\}\\
I(\mathit{Schüler}) &= \{\text{Anna}, \text{Babsi}, \text{Erich}\}\\
I(\mathit{Schulfach}) &= \{\text{Mathematik}, \text{Geschichte}, \text{Deutsch}, \text{Zeichnen}\}\\
I(\mathit{Kreativ}) &= \{\text{Deutsch}, \text{Mathematik}, \text{Informatik}, \text{Zeichnen}\}\\
I(\mathit{Interessiert}) &= \{(\text{Anna}, \text{Deutsch}), (\text{Anna}, \text{Mathematik}), (\text{Anna}, \text{Englisch}),\\
&\qquad (\text{Babsi}, \text{Geschichte}), (\text{Babsi}, \text{Mathematik}), (\text{Babsi}, \text{Deutsch}),\\
&\qquad (\text{Chris}, \text{Informatik}), (\text{Chris}, \text{Mathematik}), (\text{Chris}, \text{Physik}),\\
&\qquad (\text{Erich}, \text{Zeichnen}), (\text{Erich}, \text{Physik})\}\\
I(\mathit{mathematik}) &= \text{Mathematik}\\
I(\mathit{zeichnen}) &= \text{Zeichnen}
\end{aligned}$$

Geben Sie an, ob die nachfolgenden Formeln in dieser Interpretation wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort mit einem konkreten Beispiel; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x\,(Interessiert(x, mathematik) \supset Interessiert(x, zeichnen))$

d) $\forall x\,(Interessiert(x, mathematik) \not\equiv Interessiert(x, zeichnen))$

e) $\exists x \exists y (Schulfach(x) \wedge Schüler(y) \wedge \neg Interessiert(y, x))$

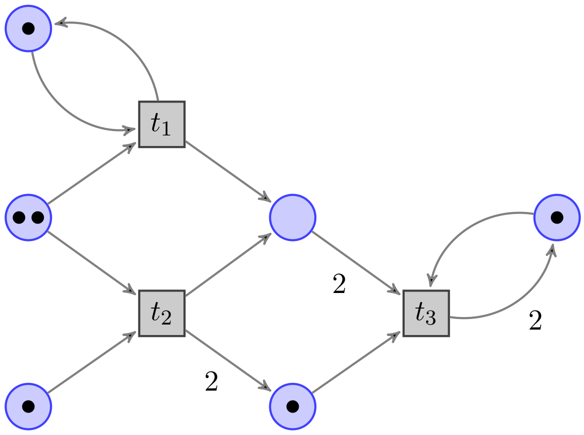
f) $\forall x \exists y (Kreativ(x) \supset (Schüler(y) \wedge Interessiert(y, x)))$

3.0/2.0 VU Formale Modellierung

185.A06 SS2012 29. Oktober 2012

Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe
			A

Aufgabe 1 (10 Punkte) Bestimmen Sie eine Folge von Transitionen, die nacheinander feuern können. Die Folge soll jede Transition mindestens einmal enthalten. Nach dem Feuern der letzten Transition soll keine Transition mehr aktiviert sein. Geben Sie die Transitionen dieser Folge sowie die erreichte Endmarkierung an.



Aufgabe 2 (10 Punkte) Ein Radiowecker mit Schlummertaste besitze folgendes Verhalten. Sobald die eingestellte Alarmzeit erreicht ist (`A`), beginnt er entweder laut zu piepen (`p`) oder er spielt das eingestellte Radioprogramm (`r`). Drückt man auf die Schlummertaste (`S`), dann ist der Wecker drei Minuten still (`s`), ehe er wieder zu piepen bzw. Radio zu spielen beginnt. Wird zu einem beliebigen Zeitpunkt der Alarm ausgeschaltet (`O` wie „off“), dann geht der Wecker zurück in den Wartezustand. Mittels eines Umschalters (`U`) kann zwischen Radio und Piepton gewechselt werden; zu Beginn ist der Piepton ausgewählt. Um die Zeit zu messen, erhält der Wecker von einem internen Zeitgeber jede Minute einen Tick (`T`).

Modellieren Sie den Wecker mithilfe eines Moore- oder Mealy-Automaten. Eingangssignale sind `A`, `S`, `T`, `U` und `O`, Ausgangssignale sind `p`, `r` und `s`. Sie können den Automaten tabellarisch oder graphisch darstellen.

Geben Sie die Ausgabe für folgende Eingangssignale an:

a) `ATTO`

b) `UTTASTTTTSO`

c) `TTAUTTO`

Aufgabe 3 (10 Punkte) Queries (Anfragen) an ein Prolog-Programm beginnen mit den Zeichen `?-`, denen eine Liste von Goals folgt. Zwischen je zwei Goals steht ein Komma. Die Liste besteht aus mindestens einem Goal und wird mit einem Punkt beendet.

Ein Goal besteht aus einem Atom, dem optional eine Argumentliste folgen kann. Eine Argumentliste ist eine in runden Klammern eingeschlossene Liste von einem oder mehreren Termen, die voneinander durch Kommas getrennt werden.

Ein Term ist entweder eine Variable, ein Atom, oder ein Atom gefolgt von einer Argumentliste. Eine Variable ist eine beliebige nicht-leere Folge alphanumerischer Zeichen inklusive dem Unterstreichungszeichen (`_`), die mit einem Großbuchstaben oder einem Unterstreichungszeichen beginnt.

Ein Atom kann entweder eine nicht-leere Folge alphanumerischer Zeichen (inklusive `_`) sein, die mit einem Kleinbuchstaben beginnt, oder es kann eine unter einfachen Hochkommas (Apostrophen) eingeschlossene Kette beliebiger ASCII-Zeichen sein. Soll das Hochkomma selber in der ASCII-Zeichenkette vorkommen, muss es verdoppelt werden.

Beispiele:

```
?- atom('Ich bin auch ein Atom', Variable), 'rock''n''roll'(_,_).
?- ist_groesser(s(s(a)),s(a)), write('Ja').
?- ein_komplexer_Term(f(g(X,Y),f(a))).
```

Beschreiben Sie die Menge der Queries mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Anna möchte im kommenden Semester drei Freifächer absolvieren. Sie interessiert sich für *Technisches Englisch*, *Technisches Französisch*, *Kommunikation und Rhetorik* sowie *Präsentationstechnik*. Nach einem Gespräch mit der Fachschaft stellt Anna folgende Überlegungen an:

- *Technisches Englisch* und *Technisches Französisch* lassen sich nicht im selben Semester absolvieren, da die beiden Lehrveranstaltungen zeitgleich stattfinden.
- Sie will jedenfalls entweder *Kommunikation und Rhetorik* und *Präsentationstechnik* oder *Technisches Französisch* und *Präsentationstechnik* machen.
- *Kommunikation und Rhetorik* will sie nur wählen, wenn sie nicht *Technisches Französisch* nimmt.

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung jeder Aussagenvariablen an.

b) Findet Anna eine passende Kombination an Freifächern? Wenn ja, welche? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Seien *Betreibt*, *Mensch*, *Anstrengend* und *Sportart* Prädikatensymbole und *handball* und *laufen* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Betreibt}(x,y)$	… x betreibt y	*handball*	… Handball
$\mathit{Mensch}(x)$	… x ist ein Mensch	*laufen*	… Laufen
$\mathit{Anstrengend}(x)$	… x ist anstrengend		
$\mathit{Sportart}(x)$	… x ist eine Sportart		

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Alle Menschen betreiben eine anstrengende Sportart.

b) Es gibt anstrengende Menschen, die Handball und Laufen betreiben.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Maria}, \text{Martina}, \text{Max}, \text{Moritz}, \text{Basketball}, \text{Fussball}, \text{Handball}, \text{Laufen}, \\
&\quad\ \text{Schach}, \text{Singen}, \text{Slackline}, \text{Turnen}\} \\
I(\mathit{Mensch}) &= \{\text{Martina}, \text{Max}, \text{Moritz}\} \\
I(\mathit{Sportart}) &= \{\text{Basketball}, \text{Fussball}, \text{Schach}, \text{Turnen}\} \\
I(\mathit{Anstrengend}) &= \{\text{Laufen}, \text{Basketball}, \text{Handball}, \text{Singen}\} \\
I(\mathit{Betreibt}) &= \{(\text{Maria}, \text{Handball}), (\text{Maria}, \text{Singen}), (\text{Maria}, \text{Fussball}), \\
&\quad\ (\text{Martina}, \text{Laufen}), (\text{Martina}, \text{Slackline}), (\text{Martina}, \text{Basketball}), \\
&\quad\ (\text{Max}, \text{Schach}), (\text{Max}, \text{Laufen}), (\text{Max}, \text{Turnen}), \\
&\quad\ (\text{Moritz}, \text{Laufen}), (\text{Moritz}, \text{Handball})\} \\
I(\mathit{handball}) &= \text{Handball} \\
I(\mathit{laufen}) &= \text{Laufen}
\end{aligned}$$

Geben Sie an, ob die nachfolgenden Formeln in dieser Interpretation wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort mit einem konkreten Beispiel; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x\,(\mathit{Betreibt}(x, \mathit{handball}) \subset \mathit{Betreibt}(x, \mathit{laufen}))$

d) $\forall x\,\neg(\mathit{Betreibt}(x, \mathit{handball}) \equiv \mathit{Betreibt}(x, \mathit{laufen}))$

e) $\exists x \forall y(\mathit{Sportart}(x) \wedge (\mathit{Mensch}(y) \supset \neg \mathit{Betreibt}(y, x)))$

f) $\forall x \exists y(\mathit{Anstrengend}(x) \supset (\mathit{Mensch}(y) \wedge \mathit{Betreibt}(y, x)))$

3.0/2.0 VU Formale Modellierung

185.A06 WS 2012 28. Jänner 2013

Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) In einem wissenschaftlichen Artikel ist folgende Darstellung zu finden:

> Eine Maschine $\mathcal{M}$ wird beschrieben durch ein 5-Tupel $\langle P, B, E, A, S\rangle$, wobei P eine endliche Menge von Positionen ist, $B \subseteq P$ und $E \subseteq P$ die Beginn- bzw. Endpositionen bezeichnen und A eine endliche Menge von Aktionen ist. Die Steuerungsfunktion $S\colon P \times P \mapsto 2^A$ gibt zu jedem Paar von Positionen all jene Aktionen an, mit denen die Maschine von der ersten Position in die zweite gelangen kann.
>
> Die erweiterte Steuerungsrelation $\hat{S} \subseteq P \times P \times A^+$ ist die kleinste Menge, für die gilt:
>
> - (p, p, a) liegt in $\hat{S}$, falls $a \in S(p, p)$ gilt.
> - Wenn (p_1, p_2, u) und (p_2, p_3, v) in $\hat{S}$ liegen, dann liegt auch (p_1, p_3, uv) darin.
>
> Eine Aktionsfolge $w \in A^+$ ist für die Maschine $\mathcal{M}$ zulässig, wenn es eine Beginnposition $b \in B$ und eine Endposition $e \in E$ gibt, sodass (b, e, w) in $\hat{S}$ liegt.

a) Geben Sie ein konkretes Beispiel für eine Maschine mit 3 Positionen und 2 Aktionen an, die zwei Beginn- und zwei Endpositionen besitzt. Beschreiben Sie die für Ihre Maschine zulässigen Aktionsfolgen.

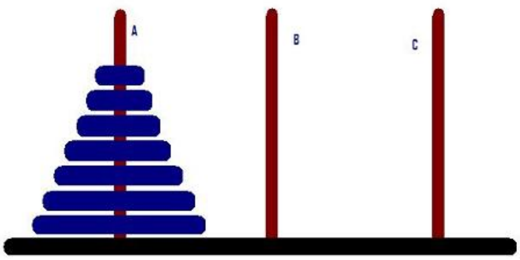
b) Beschreiben Sie, wie sich Maschinen als endliche Automaten darstellen lassen, wenn man die Menge der zulässigen Aktionsfolgen als die Sprache des Automaten betrachtet.

c) Geben Sie einen endlichen Automaten an, der Ihrer Maschine aus der ersten Teilaufgabe entspricht.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Die *Türme von Hanoi* sind ein Rätsel, das aus drei senkrechten Stäben (A, B, C) und n gelochten, unterschiedlich großen Scheiben besteht. Zu Beginn befinden sich alle Scheiben nach Größe sortiert auf Stab A, mit der größten zuunterst. Ziel des Spieles ist es, den gesamten Turm zu Stab C zu verschieben.

Dabei sind folgende Regeln zu beachten:

- In jedem Zug wird die oberste Scheibe von einem der Stäbe entfernt und bei einem der anderen Stäbe zuoberst abgelegt.
- Es dürfen nur kleinere auf größere Scheiben gelegt werden.



a) Was macht einen Zustand in diesem System aus? Welche Informationen sind notwendig, um einen Zustand eindeutig zu beschreiben? Wieviele verschiedene Zustände gibt es bei n Scheiben? Wie kann man die Zustände eindeutig aber kompakt bezeichnen?

b) Was sind die Übergänge in diesem System? Welche und wieviele gibt es? Wie kann man sie eindeutig aber kompakt bezeichnen?

c) Geben Sie einen endlichen Automaten an, der dieses System für $n = 2$ vollständig beschreibt.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Die Zeichenroboter eines gewissen Herstellers können durch Programme folgender Gestalt gesteuert werden.

Jedes Programm beginnt mit dem Schlüsselwort `action`, dann folgt der Programmname und eine Anweisungsfolge; beendet wird es mit dem Schlüsselwort `end`. Eine Anweisungsfolge besteht aus einer nicht-leeren Folge von Anweisungen, die jeweils durch einen Punkt voneinander getrennt werden. Eine Anweisung kann eine Dreh-, Bewegungs- oder Hebeanweisung sein. Eine Drehanweisung besteht aus dem Schlüsselwort `turn` gefolgt von einer Winkelangabe; dazwischen kann optional die Richtungsangabe `left` bzw. `right` verwendet werden. Eine Bewegungsanweisung besteht aus dem Schlüsselwort `forward` bzw. `backward` gefolgt von einer Entfernungsangabe. Eine Hebeanweisung besteht nur aus dem Schlüsselwort `up` oder `down`.

Ein Programmname ist eine nicht-leere Folge von Ziffern, Klein- und Großbuchstaben, die mit einem Großbuchstaben beginnt. Winkel- und Entfernungsangaben sind Dezimalnumerale, die optional mit einem Minuszeichen beginnen können. (Ein Dezimalnumeral ist eine nicht-leere Folge von Dezimalziffern.)

Beispiel eines solchen Programms:

```
action Bzu5f
  up.
  forward 70.
  turn -8.
  down.
  turn right 65
end
```

Spezifizieren Sie die zulässigen Programme mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie so weit wie möglich EBNF-Notationen und strukturieren Sie Ihre Grammatik, um sie übersichtlich zu halten.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Max hat Einladungen für seine Geburtstagsparty verschickt und erhält folgende Rückmeldungen:

- Daniel kommt auf jeden Fall.
- Mindestens einer der Zwillinge Albert und Conny kommt.
- Entweder kommen Emil oder Albert, aber nicht beide.
- Wenn Daniel kommt, dann kommt auch Boris.
- Wenn Emil kommt, kommen auch Boris und Albert.
- Wenn Albert kommt, nimmt er auch Conny mit.

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung jeder Aussagenvariablen an.

b) Wer kommt zur Party? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Seien *Besitzt*/2, *Zauberer*/1, *Magisch*/1 und *Waffe*/1 Prädikatensymbole sowie *schwert* und *stab* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Zauberer}(x)$	... x ist ein Zauberer	$\mathit{Besitzt}(x, y)$	... x besitzt y
$\mathit{Magisch}(x)$	... x ist magisch	$\mathit{schwert}$	... Schwert
$\mathit{Waffe}(x)$	... x ist eine Waffe	stab	... Zauberstab

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Alle Zauberer besitzen entweder ein Schwert oder einen Zauberstab (aber nicht beides).

b) Manche Zauberer besitzen alle magischen Waffen.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Draco}, \text{Harry}, \text{Hermine}, \text{Ron}, \text{Zauberstab}, \text{Drache}, \text{Kessel}, \text{Teppich},\\
&\qquad \text{Schwert}, \text{Pistole}, \text{Zaubertrank}\}\\
I(\mathit{Zauberer}) &= \{\text{Harry}, \text{Hermine}, \text{Ron}\}\\
I(\mathit{Magisch}) &= \{\text{Zauberstab}, \text{Drache}, \text{Kessel}, \text{Teppich}\}\\
I(\mathit{Waffe}) &= \{\text{Zauberstab}, \text{Drache}, \text{Schwert}, \text{Pistole}, \text{Zaubertrank}\}\\
I(\mathit{Besitzt}) &= \{(\text{Harry}, \text{Drache}), (\text{Harry}, \text{Schwert}), (\text{Harry}, \text{Zauberstab}),\\
&\qquad (\text{Harry}, \text{Kessel}), (\text{Harry}, \text{Teppich}),\\
&\qquad (\text{Draco}, \text{Zaubertrank}), (\text{Draco}, \text{Drache}),\\
&\qquad (\text{Hermine}, \text{Drache}), (\text{Hermine}, \text{Zauberstab}), (\text{Hermine}, \text{Schwert}),\\
&\qquad (\text{Ron}, \text{Kessel}), (\text{Ron}, \text{Drache}), (\text{Ron}, \text{Zauberstab})\}\\
I(\mathit{schwert}) &= \text{Schwert}\\
I(\mathit{trank}) &= \text{Zaubertrank}\\
I(\mathit{stab}) &= \text{Zauberstab}\\
I(\mathit{drache}) &= \text{Drache}
\end{aligned}$$

Geben Sie an, ob die nachfolgenden Formeln in dieser Interpretation wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort mit einem konkreten Beispiel; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x \forall y\, (\mathit{Zauberer}(x) \land (\mathit{Magisch}(y) \supset \mathit{Besitzt}(x, y)))$

d) $\exists x\, (\mathit{Zauberer}(x) \land \mathit{Besitzt}(x, \mathit{drache}) \land \neg \mathit{Besitzt}(x, \mathit{schwert}))$

e) $\forall x (\mathit{Besitzt}(x, \mathit{trank}) \not\equiv \mathit{Besitzt}(x, \mathit{stab}))$

f) $\forall x (\mathit{Besitzt}(x, \mathit{stab}) \lor \mathit{Besitzt}(x, \mathit{drache}))$

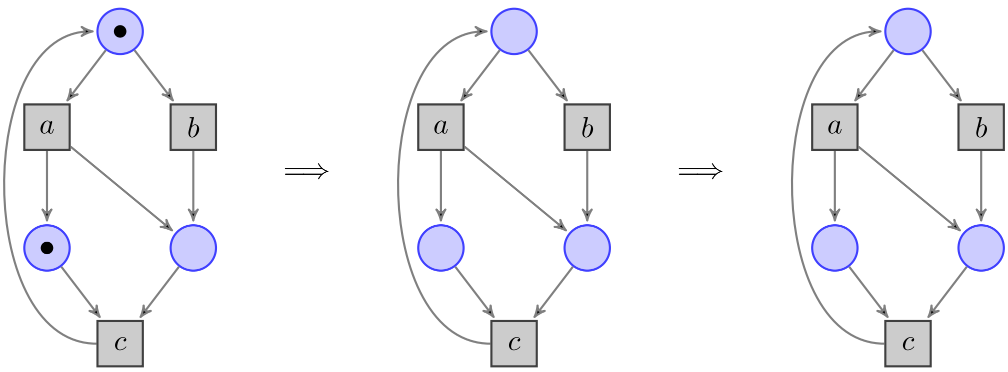
3.0/2.0 VU Formale Modellierung

185.A06 WS 2012 19. Februar 2013

Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe
			A

Aufgabe 1 (10 Punkte)

a) Lassen Sie im folgenden Petrinetz zwei unterschiedliche Transitionen hintereinander feuern; geben Sie die Transitionen und die Markierungen an.



b) Betrachtet man die Namen der Transitionen als Alphabet, so ergeben die möglichen endlichen Transitionsfolgen eine Sprache. Beschreiben Sie das Verhalten des obigen Petrinetzes durch einen endlichen Automaten, der diese Sprache akzeptiert.

c) Beschreiben Sie die durch die endlichen Transitionsfolgen definierte Sprache durch einen regulären Ausdruck.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Ein elektronisches Tresorschloss besteht aus einem dreistelligen Display sowie den Tasten `1`, `0`, `Next`, `Ok` und `Reset`. Jede Stelle des Displays kann 0 oder 1 anzeigen. Ein- oder mehrmaliges Drücken der `0`- bzw. `1`-Taste setzt die aktive Stelle auf 0 bzw. 1. Welche der drei Stellen aktiv ist, lässt sich durch die `Next`-Taste kontrollieren: Mit jedem Druck dieser Taste wandert die Aktivierung um eine Stelle weiter nach rechts bzw. springt von der dritten Stelle zurück zur ersten. Im Anfangszustand zeigt das Display die Zahl 000 an und die erste Stelle (ganz links) ist aktiviert. Wird die Zahl 101 eingestellt und anschließend die `Ok`-Taste gedrückt, öffnet das Schloss; bei jeder anderen Zahl geht das Schloss in einen Fehlerzustand. Sowohl im geöffneten Zustand als auch im Fehlerzustand werden alle weiteren Tasten ausgenommen `Reset` ignoriert, d.h., sie beeinflussen den Zustand des Schlosses nicht. Wird zu einem beliebigen Zeitpunkt die `Reset`-Taste gedrückt, geht das Schloss wieder in den Anfangszustand über. Das Schloss lässt sich also z.B. mit folgenden Tastenfolgen öffnen:

`1 – Next – Next – 1 – Ok`
`1 – Reset – Next – 0 – Next – 1 – 1 – Next – 1 – Ok – Ok`

- Überlegen Sie, welche Informationen notwendig sind, um den Zustand des Schlosses zu beschreiben. Wieviele Zustände kann das Schloss annehmen? Wieviele Zustände sind es im Allgemeinen, wenn das Schloss n Ziffern (statt 2) pro Stelle sowie k Stellen (statt 3) besitzt?

- Legen Sie die möglichen Aktionen fest, die zu einem Zustandswechsel führen.
- Geben Sie einen endlichen Automaten an, der das Verhalten des Schlosses vollständig beschreibt. Der Endzustand ist erreicht, wenn das Schloss öffnet. Spezifizieren Sie die Übergangsfunktion des Automaten mittels einer Tabelle.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Eine Termindatei beginnt mit der Zeichenfolge `<app>` und endet mit `</app>`; dazwischen befindet sich eine Folge von Terminen, die mindestens einen Termin enthält. Jeder Termin besteht aus einem Beginn- und einem Enddatum, die durch einen Bindestrich getrennt werden. Nach dem Enddatum können in geschwungenen Klammern noch Teilnehmer sowie ein Kommentar angeführt werden.

Das Beginndatum besteht aus einem Datum im Format *Tag.Monat.Jahr* gefolgt von der Uhrzeit, die mit einem `@` vom Datum getrennt ist. Gehen Sie davon aus, dass jeder Monat 31 Tage hat; der Name des Monats wird ausgeschrieben; es sind Jahre zwischen 2012 und 2050 möglich. Die Uhrzeit hat das Format *Stunde:Minute*, anschließend muss noch durch `am` bzw. `pm` spezifiziert werden, ob es sich um Vor- oder Nachmittag handelt. Das Enddatum des Termins ist genauso aufgebaut wie der Beginn, allerdings ist die Angabe des Datums optional.

Es können beliebig viele Teilnehmer angegeben werden. Jeder Teilnehmer wird zu Beginn mit den Zeichen `T:` als solcher identifiziert, danach folgt der Name des Teilnehmers. Dieser besteht aus einer nicht-leeren Folge von Groß- und Kleinbuchstaben, die mit einem Großbuchstaben beginnt. Anschließend folgt ein Strichpunkt.

Danach kann ein Kommentar zu dem Termin vermerkt werden. Dieser beginnt mit `K:`, anschließend folgt eine nicht-leere Zeichenkette, die aus Groß- und Kleinbuchstaben, Leerzeichen sowie den Sonderzeichen `,`, `;`, `:`, `.`, `!` und `?` besteht.

Beispiel einer Termindatei:

<app>
  28.Jänner.2013@10:15am-@02:00pm{T:Max;T:TomS;K: Fmod Test!}
  01.Oktober.2012@00:00am-31.Jänner.2013@08:00pm{K:Wintersemester TU Wien}
  01.März.2012@08:00am-@09:00am{}
</app>

Spezifizieren Sie die zulässigen Termindateien mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie so weit wie möglich EBNF-Notationen und strukturieren Sie Ihre Grammatik, um sie übersichtlich zu halten.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Schneewittchen möchte in die Stadt einkaufen gehen, benötigt dafür aber mindestens zwei Zwerge als Geleitschutz. Sneezy, Bashful und Dopey müssen Holz hacken und scheiden als Begleitung aus. Die anderen vier diskutieren, wer mit in die Stadt geht.

Grumpy: „Wir können Doc und Sleepy nicht gemeinsam gehen lassen.“
Doc: „Wenn ich gehe, dann muss Happy mitkommen!“
Happy: „Ich gehe nur, wenn ich nicht gemeinsam mit Grumpy gehen muss.“
Sleepy: „Ich komme dann und nur dann mit, wenn mich Happy oder Doc begleiten.“

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der Aussagenvariablen an.

b) Können sich die Zwerge entscheiden, wer Schneewittchen begleitet? Wenn ja, wer kommt als Begleitung in Frage? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Seien $\mathit{UrlaubtIn}/2$, $\mathit{Pfadfinder}/1$, $\mathit{Nass}/1$ und $\mathit{Urlaubsziel}/1$ Prädikatensymbole sowie *see* und *meer* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{UrlaubtIn}(x, y)$	$\ldots$ x macht Urlaub in y	*meer*	$\ldots$ Meer
$\mathit{Pfadfinder}(x)$	$\ldots$ x ist ein Pfadfinder	*see*	$\ldots$ See
$\mathit{Urlaubsziel}(x)$	$\ldots$ x ist ein Urlaubsziel	*wüste*	$\ldots$ Wüste
$\mathit{Nass}(x)$	$\ldots$ x ist nass		

Verwenden Sie diese Symbole, um die nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Alle Pfadfinder machen Urlaub an einem nassen Urlaubsziel.

b) Alle Pfadfinder machen Urlaub am selben Urlaubsziel.

c) Einige Pfadfinder machen Urlaub an einem nassen Urlaubsziel aber nicht am Meer.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Berg}, \text{Felix}, \text{Flo}, \text{Insel}, \text{Meer}, \text{See}, \text{Steppe}, \text{Susi}, \text{Tom}, \text{Tropen}, \text{Wüste}\} \\
I(\mathit{Pfadfinder}) &= \{\text{Flo}, \text{Susi}, \text{Tom}\} \\
I(\mathit{Nass}) &= \{\text{Meer}, \text{See}, \text{Tropen}\} \\
I(\mathit{Urlaubsziel}) &= \{\text{Berg}, \text{Insel}, \text{Meer}, \text{See}, \text{Steppe}, \text{Wüste}\} \\
I(\mathit{UrlaubtIn}) &= \{(\text{Felix}, \text{Berg}), (\text{Felix}, \text{Insel}), (\text{Felix}, \text{Meer}), \\
&\quad (\text{Flo}, \text{Berg}), (\text{Flo}, \text{Meer}), (\text{Flo}, \text{Tropen}), \\
&\quad (\text{Susi}, \text{Meer}), (\text{Susi}, \text{See}), (\text{Susi}, \text{Tropen}), \\
&\quad (\text{Tom}, \text{Meer}), (\text{Tom}, \text{See}), (\text{Tom}, \text{Steppe}), (\text{Tom}, \text{Wüste})\} \\
I(\mathit{meer}) &= \text{Meer} \\
I(\mathit{see}) &= \text{See} \\
I(\mathit{wüste}) &= \text{Wüste}
\end{aligned}$$

Geben Sie an, ob die nachfolgenden Formeln in dieser Interpretation wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

d) $\forall x(\mathit{UrlaubtIn}(x, \mathit{meer}))$

e) $\forall x \exists y(\mathit{Pfadfinder}(x) \supset (\mathit{Nass}(y) \wedge \mathit{UrlaubtIn}(x, y)))$

f) $\forall x \exists y(\mathit{Urlaubsziel}(x) \supset (\mathit{Pfadfinder}(y) \wedge \mathit{UrlaubtIn}(y, x)))$

g) $\exists x(\mathit{UrlaubtIn}(x, \mathit{meer}) \not\equiv \mathit{UrlaubtIn}(x, \mathit{wüste}))$

3.0/2.0 VU Formale Modellierung			
185.A06	WS 2012	22. April 2013	
Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) SAT-Solver sind Programme, die aussagenlogische Formeln auf Erfüllbarkeit testen. Typische SAT-Solver erhalten als Eingabe eine Formel in konjunktiver Normalform und liefern die Antwort „erfüllbar" bzw. „unerfüllbar". Im ersten Fall wird eine erfüllende Variablenbelegung als Nachweis für die Erfüllbarkeit ausgegeben.

Beispiel: Für die konjunktive Normalform $F = (A \lor \neg B) \land (\neg A \lor B)$ liefern SAT-Solver die Antwort „erfüllbar" und eine der Variablenbelegungen $I_1(A) = I_1(B) = 1$ oder $I_2(A) = I_2(B) = 0$.

a) Wie lässt sich eine Konsequenzbeziehung $F_1, \ldots, F_n \models G$ mit Hilfe eines derartigen SAT-Solvers überprüfen? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) SAT-Solver liefern in der Regel nur eine einzige erfüllende Variablenbelegung. Die weiteren werden nicht ausgegeben, da das die verwendeten Verfahren nicht unterstützen. Was muss man tun, um diese dennoch mit Hilfe des SAT-Solvers berechnen zu können? Beschreiben Sie Ihre Methode und erläutern Sie sie an Hand des oben angeführten Beispiels. Begründen Sie die Korrektheit Ihrer Methode.

   Hinweis: Überlegen Sie, wie die Eingabeformel abgeändert werden muss, um andere Variablenbelegungen als die bereits berechnete zu erhalten.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Sei Σ das Alphabet $\{\mathtt{d}, \mathtt{i}, \mathtt{s}, \mathtt{u}, \mathtt{x}\}$ und L die Menge aller Wörter über Σ, in denen `susi` oder `sid` als Teilwort vorkommt.

a) Geben Sie einen Posix Extended Regular Expression an, der die Sprache L beschreibt.

b) Geben Sie einen nichtdeterministischen Automaten an, der die Sprache L akzeptiert. Der Automat soll der Definition der Sprache direkt entsprechen, sodass die Korrektheit der Modellierung unmittelbar einsichtig ist.

c) Konstruieren Sie mit Hilfe des in der Vorlesung besprochenen Determinisierungsverfahrens zu Ihrem nichtdeterministischen Automaten einen äquivalenten deterministischen.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Sei $\mathcal{E}$ die Sprache der Posix Extended Regular Expressions, wobei nur die in der folgenden Tabelle angeführten Sprachelemente zugelassen sind.

regexp	trifft zu auf	*regexp*	trifft zu auf
$\backslash s$	Zeichen s	rr'	r gefolgt von r'
s	s, falls kein Sonderzeichen	$r\,\vert\,r'$	r oder r'
`.`	alle Zeichen	r`*`	≥ 0 Mal r
`[`$s_1 \cdots s_n$`]`	ein Zeichen aus $\{s_1, \ldots, s_n\}$	r`+`	≥ 1 Mal r
`(`r`)`	r	r`?`	≤ 1 Mal r

Weiters ist das Alphabet auf die Zeichen `A`, `9`, `\`, `.`, `[`, `]`, `(`, `)`, `|`, `*`, `+`, `?` und `!` eingeschränkt, es besteht also nur aus den in der Tabelle auftretenden Sondersymbolen sowie aus den drei Symbolen `A`, `9` und `!`.

Beispiel: Das Wort `([A9.]*(!|\?)?)+` liegt in der Sprache $\mathcal{E}$.

Spezifizieren Sie die Sprache der Posix Extended Regular Expressions mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie so weit als möglich Ebnf-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu halten und rekursive Regeln zu vermeiden.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Horatio Caine und sein CSI-Team werden zu einem Tatort gerufen. Ein Mann wurde erschossen in seinem Arbeitszimmer aufgefunden. Er ist über den Schreibtisch gesunken, neben ihm liegt ein Revolver. Horatio analysiert mit seinem Team die Situation.

- Eine vorgefundene Waffe bedeutet, dass es Mord oder Selbstmord war.
- Wenn wir eine Waffe finden, aber keine Einbruchsspuren, dann kann es nur Selbstmord gewesen sein.
- Es kann nicht Mord und Selbstmord gleichzeitig gewesen sein.
- Wenn es Einbruchspuren gibt, dann wurde entweder auch eine Waffe gefunden oder es war Mord (beides ist nicht möglich).

a) Formalisieren Sie die Argumente der Ermittler inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der Aussagenvariablen an.

b) Finden Horatio Caine und sein Team heraus, ob es Mord oder Selbstmord war? Wenn ja, was war es? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Seien *Betreibt*/2, *Sportler*/1, *Sportlich*/1 und *Aktivität*/1 Prädikatensymbole sowie *schlafen*, *schwimmen* und *fotografieren* Konstantensymbole mit folgender informeller Bedeutung:

$\mathit{Betreibt}(x, y)$	... x betreibt y	*schlafen*	... schlafen
$\mathit{Sportler}(x)$	... x ist ein Sportler	*schwimmen*	... schwimmen
$\mathit{Sportlich}(x)$	... x ist sportlich	*fotografieren*	... fotografieren
$\mathit{Aktivität}(x)$	... x ist eine Freizeitaktivität		

Verwenden Sie diese Symbole, um die nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Sportler können nicht gleichzeitig schlafen und schwimmen.

b) Manche Sportler betreiben alle sportlichen Freizeitaktivitäten.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Krankl}, \text{Auer}, \text{Falk}, \text{Guggi}, \text{Schwimmen}, \text{Radfahren}, \text{Schlafen}, \\
&\quad \text{Lesen}, \text{Malen}, \text{Fotografieren}\} \\
I(\mathit{Sportler}) &= \{\text{Auer}, \text{Falk}, \text{Guggi}\} \\
I(\mathit{Sportlich}) &= \{\text{Schwimmen}, \text{Radfahren}, \text{Schlafen}\} \\
I(\mathit{Aktivität}) &= \{\text{Lesen}, \text{Schlafen}, \text{Schwimmen}, \text{Malen}, \text{Fotografieren}\} \\
I(\mathit{Betreibt}) &= \{(\text{Krankl}, \text{Fotografieren}), (\text{Krankl}, \text{Lesen}), \\
&\quad (\text{Auer}, \text{Schwimmen}), (\text{Auer}, \text{Radfahren}), (\text{Auer}, \text{Schlafen}), \\
&\quad (\text{Falk}, \text{Schlafen}), (\text{Falk}, \text{Schwimmen}), (\text{Falk}, \text{Malen}), \\
&\quad (\text{Guggi}, \text{Lesen}), (\text{Guggi}, \text{Schwimmen}), (\text{Guggi}, \text{Radfahren})\} \\
I(\mathit{schlafen}) &= \text{Schlafen} \\
I(\mathit{schwimmen}) &= \text{Schwimmen} \\
I(\mathit{fotografieren}) &= \text{Fotografieren}
\end{aligned}$$

Geben Sie an, ob die nachfolgenden Formeln in dieser Interpretation wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort mit einem konkreten Beispiel; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x(\mathit{Betreibt}(x, \mathit{schlafen}) \land \neg \mathit{Betreibt}(x, \mathit{schwimmen}))$

d) $\exists x(\mathit{Betreibt}(x, \mathit{fotografieren}) \supset \mathit{Betreibt}(x, \mathit{schwimmen}))$

e) $\forall x \exists y(\mathit{Aktivität}(x) \supset (\mathit{Sportler}(y) \land \mathit{Betreibt}(y, x)))$

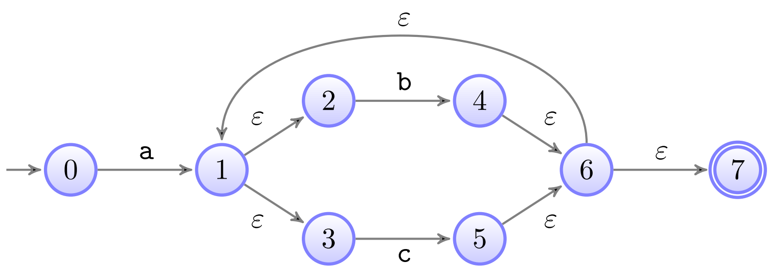
f) $\forall x(\mathit{Betreibt}(x, \mathit{schwimmen}) \not\equiv \mathit{Betreibt}(x, \mathit{fotografieren}))$

3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 WS 2012/SS 2013 24. Juni 2013			
Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) Sei $\mathcal{A} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ ein nichtdeterministischer Automat mit der Übergangsrelation $\delta \subseteq Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times Q$, wie er in der Vorlesung besprochen wurde. Sei $\delta^* \subseteq Q \times \Sigma^* \times Q$ die entsprechende erweiterte Übergangsrelation. Der zu $\mathcal{A}$ gehörige Mystery-Automat $\hat{\mathcal{A}} = \langle \hat{Q}, \hat{\Sigma}, \hat{\delta}, \hat{q}_0, \hat{F} \rangle$ sei folgendermaßen definiert:

$$\begin{aligned}
\hat{Q} &= Q \\
\hat{\Sigma} &= \Sigma \\
\hat{\delta} &= \{\, (q, s, q') \in (Q \times \Sigma \times Q) \mid (q, s, q') \in \delta^* \,\} \\
\hat{q}_0 &= q_0 \\
\hat{F} &= \{\, q \in Q \mid (q, \varepsilon, q_f) \in \delta^*,\ q_f \in F \,\}
\end{aligned}$$

a) Spezifizieren Sie den zum folgenden Automaten gehörigen Mystery-Automaten in graphischer Notation.



b) Welche Eigenschaften besitzt der zu einem Automaten gehörige Mystery-Automat?

Aufgabe 2 (10 Punkte) Anna, Max und Tom verwenden folgendes Verfahren um zu entscheiden, wer von ihnen das letzte Stück Torte bekommt. Sie werfen solange eine Münze, bis eines der folgenden Muster auftritt:

- Bei Zahl-Kopf-Kopf-Kopf gewinnt Anna.
- Bei Kopf-Zahl-Kopf-Kopf gewinnt Max.
- Bei Kopf-Kopf-Zahl-Kopf gewinnt Tom.

Beschreiben Sie die möglichen Wurffolgen durch einen deterministischen endlichen Automaten, dessen Endzustände den Gewinner signalisieren. (Geben Sie an, welcher Endzustand welcher Person entspricht.)

Aufgabe 3 (10 Punkte) Sei $\mathcal{S}$ folgender Teil der Programmiersprache Scheme. Grundsätzlich bestehen Programme in $\mathcal{S}$ aus einer beliebigen Abfolge von Definitionen und Ausdrücken.

Es gibt zwei Arten von Definitionen: Variablendefinitionen und Definitionslisten. Eine Variablendefinition besteht aus runden Klammern, zwischen denen das Schlüsselwort `define`, eine Variable und ein Ausdruck stehen. Eine Definitionsliste ist ebenfalls geklammert, enthält aber das Schlüsselwort `begin` gefolgt von einer beliebigen Zahl von Definitionen.

Ausdrücke können Konstanten, Variablen, Konditionale oder Aufrufe sein. Als Konstanten sind ganze Dezimalzahlen, Zeichenketten sowie die Wahrheitswerte `true` und `false` zugelassen; Zeichenketten sind Folgen von Buchstaben und Ziffer zwischen einfachen Anführungszeichen. Variablen beginnen mit einem Buchstaben, dem Ziffern und weitere Buchstaben folgen können. Konditionale bestehen aus runden Klammern, zwischen denen sich das Schlüsselwort `if` gefolgt von zwei oder drei Ausdrücken befindet. Aufrufe sind eine geklammerte Folge von Ausdrücken (mindestens einem).

Beispiel eines (nicht besonders sinnvollen) Programmes aus $\mathcal{S}$:

```
(define ab 12)
(begin (define alwaysTrue true) (begin (define answer 42)))
(define mixedlist (1 2 3 'einString' true false))
(define min (if (smaller x y) x y))
(min (min 1 2) (min 3 4))
(define ifOhneElse (if true (add x y)))
```

Spezifizieren Sie $\mathcal{S}$ mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie so weit wie möglich Ebnf-Notationen und strukturieren Sie Ihre Grammatik, um sie übersichtlich zu halten.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Sechs Mitglieder der berüchtigten Panzerknacker-Bande verbüßen nach einem Raubzug eine Haftstrafe. *Babyface Knack* war nicht untätig und hat unter seinem Bett einen Fluchttunnel gegraben. Nun überlegt er, wen er mitnehmen soll.

„Ich brauche mindestens eine Person, die die Wärter im Auge behält. *Opa Knack* wird bereits nächste Woche entlassen, er wird daher den Ausbruch nicht riskieren. *Megabyte Knack* und *Karlchen Knack* streiten ständig miteinander, ich nehme sicher nicht beide zusammen mit. *Oma Knack* ist nicht gut zu Fuß, daher wird sie auf *Karlchen Knack* als Stütze bestehen, wenn sie mitkommt. *Schlabber Knack* tut nie das Gleiche wie *Karlchen Knack*; wenn Karlchen mitkommt, bleibt er sicher da. *Megabyte Knack* kommt dann und nur dann mit, wenn *Oma Knack* oder *Karlchen Knack* mitkommen."

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung jeder Aussagenvariablen an.

b) Wer begleitet Babyface bei seinem Ausbruchsversuch? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Seien $\mathit{Isst}/2$, $\mathit{Mädchen}/1$, $\mathit{Speise}/1$ und $\mathit{Gesund}/1$ Prädikatensymbole sowie *salat* und *steak* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Isst}(x,y)$	… x isst y	$\mathit{Gesund}(x)$	… x ist gesund
$\mathit{Mädchen}(x)$	… x ist ein Mädchen	*salat*	… Salat
$\mathit{Speise}(x)$	… x ist eine Speise	*steak*	… Steak

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Manche Mädchen essen nur dann Steak, wenn sie auch gesunde Speisen essen.

b) Gesunde Mädchen essen manche Speisen, aber keinen Salat.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Anna}, \text{Tina}, \text{Mia}, \text{Sophie}, \text{Salat}, \text{Schnitzel}, \text{Spätzle}, \text{Suppe}, \\
&\quad\ \text{Steak}, \text{Spaghetti}, \text{Pizza}\} \\
I(\textit{Mädchen}) &= \{\text{Anna}, \text{Mia}, \text{Sophie}\} \\
I(\textit{Speise}) &= \{\text{Salat}, \text{Schnitzel}, \text{Suppe}, \text{Steak}\} \\
I(\textit{Gesund}) &= \{\text{Suppe}, \text{Salat}, \text{Pizza}, \text{Steak}\} \\
I(\textit{Isst}) &= \{(\text{Anna}, \text{Suppe}), (\text{Anna}, \text{Salat}), (\text{Anna}, \text{Spätzle}), \\
&\quad\ (\text{Mia}, \text{Schnitzel}), (\text{Mia}, \text{Salat}), (\text{Mia}, \text{Suppe}), \\
&\quad\ (\text{Tina}, \text{Pizza}), (\text{Tina}, \text{Salat}), (\text{Tina}, \text{Spaghetti}), \\
&\quad\ (\text{Sophie}, \text{Steak}), (\text{Sophie}, \text{Spaghetti})\} \\
I(\textit{salat}) &= \text{Salat} \\
I(\textit{steak}) &= \text{Steak}
\end{aligned}$$

Geben Sie an, ob die nachfolgenden Formeln in dieser Interpretation wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x\,(\textit{Isst}(x, \textit{salat}) \supset \textit{Isst}(x, \textit{steak}))$

d) $\forall x(\textit{Isst}(x, \textit{salat}) \not\equiv \textit{Isst}(x, \textit{steak}))$

e) $\exists x \exists y\,(\textit{Speise}(y) \land \textit{Mädchen}(x) \land \textit{Isst}(x, y))$

f) $\forall x \exists y\,(\textit{Gesund}(x) \supset (\textit{Mädchen}(y) \land \textit{Isst}(y, x)))$

3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 SS 2013 18. September 2013			
Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) SAT-Solver sind Programme, die aussagenlogische Formeln auf Erfüllbarkeit testen. Typische SAT-Solver erhalten als Eingabe eine Formel in konjunktiver Normalform und liefern die Antwort „erfüllbar" bzw. „unerfüllbar". Im ersten Fall wird eine erfüllende Variablenbelegung als Nachweis für die Erfüllbarkeit ausgegeben.

Beispiel: Für die konjunktive Normalform $F = (A \lor \neg B) \land (\neg A \lor B)$ liefern SAT-Solver die Antwort „erfüllbar" und eine der Variablenbelegungen $I_1(A) = I_1(B) = 1$ oder $I_2(A) = I_2(B) = 0$.

Angenommen Sie können eine Situation mit Hilfe mehrerer allgemeiner aussagenlogischer Formeln $F_1, \ldots, F_n$ modellieren. Sie wollen nun feststellen, ob in den so beschriebenen Situationen immer auch eine andere Formel G zutrifft. Wie können Sie diese Frage mit Hilfe eines SAT-Solvers beantworten? Beschreiben Sie alle erforderlichen Schritte und geben Sie ein Beispiel an, das diese Schritte illustriert.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Betrachten Sie das folgende Rätsel. Es stehen drei Wasserkrüge mit einem Fassungsvermögen von 3, 5 bzw. 7 Litern zur Verfügung, von denen zu Beginn der kleinste und der größte Krug vollständig gefüllt und der mittlere leer ist. Die Krüge sollen nun ohne Wasserverlust so umgefüllt werden, dass sich am Ende in einem der Krüge genau ein Liter befindet.

Modellieren Sie das Rätsel mit Hife eines endlichen Automaten. Beginnen Sie mit folgenden Fragen.

- Wodurch werden die Zustände des Systems charakterisiert, wie lassen sie sich eindeutig beschreiben? Was ist der Startzustand, was sind die Endzustände? Schätzen Sie die Zahl der benötigten Zustände möglichst genau ab.

  Hinweis: Durch das Umfüllen geht kein Wasser verloren. Weiters ist nach jedem Umfüllvorgang einer der beteiligten Krüge leer oder voll.

- Wie lassen sich die Zustandsübergänge in diesem System beschreiben? Legen Sie das Alphabet des Automaten fest. Welche Bedeutung besitzt die zum Automaten gehörige Sprache, d.h., was geben die Wörter in dieser Sprache an?

  Wählen Sie das Alphabet möglichst klein, aber groß genug, sodass sich aus den Wörtern über diesem Alphabet die Abläufe im System rekonstruieren lassen. Sie sollten also weder jedem Übergang zwischen zwei Zuständen ein eigenes Symbol zuordnen (das Symbol repräsentiert dann nur genau diesen einen Übergang) noch sollten Sie alle Übergänge mit ein und demselben Symbol beschriften, da sich damit die Abläufe im System nicht beschreiben lassen.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Geben Sie eine strukturierte kontextfreie Grammatik in EBNF für jene Variablendeklarationen in JAVA an, die folgende Bauart besitzen. (Jede Zeile ist als ein Wort der Sprache aufzufassen.)

```
float x;
float x = 7.5;
float x = x0;
int y = 42;
List<Auto> mercedes = new ArrayList<Auto>();
Map<Kennzeichen,Auto> verzeichnis;
Map<Kennzeichen,Auto> verzeichnis = new HashMap<Kennzeichen,Auto>();
```

Jede Deklaration beginnt mit einem der skalaren Datentypen `int`, `float`, `double` oder `bool` oder mit einem der Collection-Datentypen `List`, `ArrayList`, `Vector`, `Map` oder `HashMap`. Collection-Datentypen können optional von sogenannten Generics gefolgt sein, das sind Typ-Parameter in spitzen Klammern. Dabei benötigen die Typen `List`, `ArrayList` und `Vector` einen Klassennamen als Parameter (Beispiel: `List<Auto>`) und die Typen `Map` und `HashMap` zwei (Beispiel: `Map<Kennzeichen,Auto>`). Klassennamen beginnen mit einem Großbuchstaben, dem beliebige Buchstaben (groß und klein) sowie Ziffern folgen können.

Nach dem Typ folgt ein Variablenname, der aus Buchstaben und Ziffern bestehen kann, wobei das erste Zeichen ein Buchstabe sein muss. Danach folgt optional eine Initialiserung, die aus dem Gleichheitszeichen und einem Anfangswert besteht. Der Anfangswert kann im Fall eines skalaren Datentypen entweder der Namen einer anderen Variablen oder ein skalarer Wert sein. Je nach Typ kann dieser Wert eine ganze Zahl, eine Fließkommazahl (mit einem Punkt als Dezimaltrennzeichen) oder einer der Wahrheitswerte `true` oder `false` sein. Im Fall eines Collection-Datentyps beginnt der Wert mit dem Schlüsselwort `new` gefolgt von einem Collection-Datentyp (optional mit Generics) und einem Klammernpaar.

Beendet werden Deklarationen in jedem Fall mit einem Strichpunkt.

Anmerkung: Entscheiden Sie sich im Fall von Mehrdeutigkeiten, die sich an Hand der Beispiele und der textuellen Beschreibung nicht klären lassen, für eine vernünftige Variante und dokumentieren Sie Ihre Entscheidung.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Anna hat für den Geburtstag ihrer Freundin Hatice Muffins gebacken und überlegt nun, wie sie diese verzieren soll. Im Kasten findet sie Haselnüsse, Krokant, Schokostreusel und Marzipanherzen. Sie überlegt: „Damit die Muffins hübsch aussehen, benötige ich mindestens zwei Zutaten. Ich werde entweder Haselnüsse oder Krokant wählen, aber sicher nicht beide zusammen, da sie zu ähnlich sind. Ich möchte Krokant oder Schokostreusel verwenden, vielleicht auch beide. Wenn ich Schokostreusel verwende, dann kann ich keine Marzipanherzen auf die Muffins geben. Ich glaube, Hatice möchte entweder Schokostreusel und Krokant oder sie möchte Marzipanherzen mit Haselnüssen."

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung jeder Aussagenvariablen an.

b) Mit welchen Zutaten dekoriert Anna die Muffins? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Seien $\mathit{Fährt}/2$, $\mathit{Fahrer}/1$, $\mathit{Auto}/1$ und $\mathit{Schnell}/1$ Prädikatensymbole sowie *audi* und *vw* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Fährt}(x, y)$	$\ldots$ x fährt y	audi	$\ldots$ Audi
$\mathit{Fahrer}(x)$	$\ldots$ x ist ein Fahrer	vw	$\ldots$ VW
$\mathit{Schnell}(x)$	$\ldots$ x ist schnell		
$\mathit{Auto}(x)$	$\ldots$ x ist ein Auto		

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Alle schnellen Fahrer fahren entweder Audi oder VW aber nicht beide.

b) Es gibt einen Fahrer der alle schnellen Autos fährt.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Felix}, \text{Michael}, \text{Thomas}, \text{Anna}, \text{Ferrari}, \text{BMW}, \text{Renault}, \text{Mercedes}, \\
&\quad \text{Audi}, \text{VW}, \text{Citroen}\} \\
I(\mathit{Fahrer}) &= \{\text{Michael}, \text{Anna}, \text{Felix}\} \\
I(\mathit{Schnell}) &= \{\text{Renault}, \text{Ferrari}, \text{BMW}, \text{Mercedes}\} \\
I(\mathit{Auto}) &= \{\text{Ferrari}, \text{Audi}, \text{Citroen}, \text{BMW}, \text{VW}\} \\
I(\mathit{Fährt}) &= \{(\text{Felix}, \text{BMW}), (\text{Felix}, \text{Audi}), (\text{Felix}, \text{Ferrari}), (\text{Felix}, \text{Renault}), (\text{Felix}, \text{Mercedes}), \\
&\quad (\text{Thomas}, \text{Citroen}), (\text{Thomas}, \text{BMW}), \\
&\quad (\text{Michael}, \text{Ferrari}), (\text{Michael}, \text{Audi}), (\text{Michael}, \text{BMW}), \\
&\quad (\text{Anna}, \text{BMW}), (\text{Anna}, \text{Renault})\} \\
I(\mathit{audi}) &= \text{Audi} \\
I(\mathit{citroen}) &= \text{Citroen} \\
I(\mathit{ferrari}) &= \text{Ferrari} \\
I(\mathit{bmw}) &= \text{BMW}
\end{aligned}$$

Geben Sie an, ob die nachfolgenden Formeln in dieser Interpretation wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort mit einem konkreten Beispiel; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x \forall y\, (\mathit{Fahrer}(x) \wedge (\mathit{Schnell}(y) \supset \mathit{Fährt}(x, y)))$

d) $\forall x\, (\mathit{Fährt}(x, \mathit{citroen}) \not\equiv \mathit{Fährt}(x, \mathit{ferrari}))$

e) $\exists x\, \mathit{Fährt}(x, \mathit{citroen})$

f) $\exists x\, (\mathit{Fahrer}(x) \wedge \mathit{Fährt}(x, \mathit{bmw}) \wedge \neg \mathit{Fährt}(x, \mathit{audi}))$

g) $\forall x\, (\mathit{Fährt}(x, \mathit{ferrari}) \vee \mathit{Fährt}(x, \mathit{bmw}) \vee \mathit{Fährt}(x, \mathit{citroen}))$

3.0/2.0 VU Formale Modellierung

185.A06 SS 2013/WS 2013 28. Jänner 2014

Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe
			A

Aufgabe 1 (10 Punkte) Ein Getränkeautomat bietet drei Getränkearten zum Verkauf an: Wasser um 1 €, Cola um 1,50 € und Orangensaft um 2 €. Er akzeptiert 50-Cent-, 1-Euro- und 2-Euro-Münzen; andere Münzen fallen durch. Sobald der eingeworfene Betrag 2 € oder mehr ausmacht, blockiert der Automat den Einwurfschlitz und verhindert damit den Einwurf weiterer Münzen. Der Automat besitzt vier Knöpfe. Der Stornoknopf bewirkt, dass der Automat das bereits eingeworfene Geld zurückgibt und in den Grundzustand zurückkehrt. Die anderen drei Knöpfe sind für die drei Getränkearten. Wird einer dieser Knöpfe gedrückt, ehe ausreichend Geld für das entsprechende Getränk eingeworfen wurde, passiert nichts. Andernfalls wirft der Automat das Getränk aus; Retourgeld wird nicht zurückgegeben.
Modellieren Sie den Getränkeautomaten mit Hilfe eines endlichen Automaten. Die Sprache des endlichen Automaten soll aus genau jenen Aktionsfolgen bestehen, die letztendlich zur Ausgabe eines Getränkes führen. Beginnen Sie die Aufgabe damit, dass Sie sich überlegen, welche Zustände und welche Aktionen diesen Getränkeautomaten kennzeichnen.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Geben Sie eine strukturierte kontextfreie Grammatik in EBNF für die Sprache der prädikatenlogischen Formeln an. Stellen Sie Variablen-, Funktions- und Prädikatensymbole als beliebige, endliche Folgen von Buchstaben und Ziffern dar, wobei Prädikatensymbole mit einem Großbuchstaben, Variablensymbole mit einem der Kleinbuchstaben x, y oder z und Funktionssymbole mit einem der anderen Kleinbuchstaben beginnen sollen. Die Stelligkeit von Prädikaten- und Funktionssymbolen ist nicht vorgegeben, es soll daher möglich sein, jedes dieser Symbole mit einer beliebigen Anzahl von Argumenten (auch ganz ohne Argumente) zu generieren. Beispiele für Formeln, die die Grammatik beschreiben soll: $\forall x\,(\mathit{Mutter}(x) \supset \mathit{SpieltMit}(x, \mathit{tamara}))$, $\mathit{Kennt}(\mathit{anna}, \mathit{vater}(\mathit{max}))$.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Fünf Eichhörnchen namens A-, B-, C-, D- und E-Hörnchen bereiten sich auf den Winter vor und verstecken Nüsse in einer Höhle. Als der Winter kommt und sie die Vorräte essen wollen, finden sie nur noch die Schalen der Nüsse. Sofort entbrennt eine hitzige Diskussion.

A-Hörnchen: „E-Hörnchen war bestimmt beteiligt, es hat in letzter Zeit zugenommen!“
E-Hörnchen: „Ja, ich habe von den Nüssen gegessen, aber ich war nicht alleine!“
C-Hörnchen: „A- oder B-Hörnchen waren beteiligt, aber sicher nicht beide!“
A-Hörnchen: „B- oder C-Hörnchen waren nur dann beteiligt, wenn D-Hörnchen nicht dabei war!“
B-Hörnchen: „A- oder C-Hörnchen waren sicher beteiligt, vielleicht sogar beide!“
D-Hörnchen: „Also wenn A-Hörnchen beteiligt war, dann sicher auch B- und E-Hörnchen!“

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b) Auf wen fällt der Verdacht, wenn alle Aussagen zutreffen? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Seien $\mathit{SpieltMit}/2$, $\mathit{Mutter}/1$ und $\mathit{Kind}/1$ Prädikatensymbole sowie *anna* und *florian* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{SpieltMit}(x,y)$	... x spielt mit y	anna	... Anna
$\mathit{Mutter}(x)$	... x ist eine Mutter	$\mathit{florian}$	... Florian
$\mathit{Kind}(x)$	... x ist ein Kind		

Verwenden Sie diese Symbole, um die folgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Alle Mütter, die mit Anna spielen, spielen auch mit Florian.

b) Manche Kinder spielen mit allen Müttern.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Anna}, \text{Barbara}, \text{Elisabeth}, \text{Florian}, \text{Kathrin}, \text{Nina}, \text{Tamara}\}\\
I(\mathit{Mutter}) &= \{\text{Barbara}, \text{Elisabeth}\}\\
I(\mathit{Kind}) &= \{\text{Anna}, \text{Florian}, \text{Nina}\}\\
I(\mathit{SpieltMit}) &= \{(\text{Anna}, \text{Florian}), (\text{Barbara}, \text{Anna}), (\text{Elisabeth}, \text{Anna}), (\text{Elisabeth}, \text{Florian}),\\
&\qquad (\text{Florian}, \text{Nina}), (\text{Florian}, \text{Kathrin}), (\text{Florian}, \text{Anna}), (\text{Nina}, \text{Florian}),\\
&\qquad (\text{Tamara}, \text{Elisabeth}), (\text{Tamara}, \text{Barbara}), (\text{Tamara}, \text{Anna})\},\\
I(\mathit{anna}) &= \text{Anna} \qquad I(\mathit{florian}) = \text{Florian}
\end{aligned}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\forall x\, (\mathit{Mutter}(x) \supset \exists y\, (\mathit{Kind}(y) \land \mathit{SpieltMit}(x,y)))$

d) $\forall x\, (\mathit{Mutter}(x) \land \mathit{SpieltMit}(x, \mathit{anna}))$

e) $\exists x\, (\mathit{Kind}(x) \land \forall y\, (\mathit{Kind}(y) \supset \mathit{SpieltMit}(x,y)))$

f) $\forall x\, (\mathit{SpieltMit}(x, \mathit{florian}) \not\equiv \mathit{SpieltMit}(x, \mathit{anna}))$

Aufgabe 5 (10 Punkte) In wissenschaftlichen Arbeiten aus dem Bereich der formalen Sprachen ist folgende Definition zu finden:

> Eine *pure Grammatik* G ist ein 3-Tupel $\langle \Sigma, P, S\rangle$, wobei Σ ein endliches Alphabet, $S \subseteq \Sigma^*$ eine endliche Menge von Wörtern über Σ und $P \subseteq \Sigma \times \Sigma^*$ eine endliche Menge von Wortpaaren ist. Die Elemente von P werden Produktionen genannt; statt (x,y) wird auch $x \to y$ geschrieben.
>
> Das Wort uyv ist aus dem Wort uxv in einem Schritt ableitbar, geschrieben $uxv \Rightarrow uyv$, wenn P die Produktion $x \to y$ enthält. Die von G generierte Sprache $\mathcal{L}(G)$ ist definiert als die Menge $\{\, w \in \Sigma^* \mid s \stackrel{*}{\Rightarrow} w \text{ für ein Wort } s \in S\,\}$, wobei $\stackrel{*}{\Rightarrow}$ den reflexiven und transitiven Abschluss von $\Rightarrow$ bezeichnet.[1]

[1] Das heißt, dass $\stackrel{*}{\Rightarrow}$ die kleinste Relation mit folgenden Eigenschaften ist:

a) Geben Sie an, welche der folgenden Tupeln der Form nach pure Grammatiken sind. Begründen Sie Ihre Antwort, wenn das Tupel keine pure Grammatik darstellt.

   i. $\langle \{\mathtt{S}, \mathtt{A}\}, \{\mathtt{S} \to \mathtt{SA}\}, \mathtt{S} \rangle$

   ii. $\langle \{\mathtt{S}, \mathtt{A}\}, \{\mathtt{S} \to \mathtt{SA}\}, \{\mathtt{A}\} \rangle$

   iii. $\langle \{\mathtt{S}\}, \{\mathtt{S} \to \mathtt{aSb}, \mathtt{S} \to \varepsilon\}, \{\mathtt{S}\} \rangle$, wobei ε für das Leerwort steht.

   iv. $\langle \{\mathtt{S}, \mathtt{a}, \mathtt{b}\}, \{\mathtt{S} \to \mathtt{aSb}, \mathtt{S} \to \varepsilon\}, \{\mathtt{aS}, \mathtt{Sb}\} \rangle$, wobei ε für das Leerwort steht.

b) Sei G die pure Grammatik $\langle \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}, \{\mathtt{a} \to \mathtt{ab}\}, \{\mathtt{ab}, \mathtt{ba}\} \rangle$. Zeigen Sie, dass das Wort `babb` in der von G generierten Sprache liegt. Wie sehen die Wörter in $\mathcal{L}(G)$ aus? Beschreiben Sie $\mathcal{L}(G)$ mit Hilfe eines regulären Ausdrucks.

c) Beschreiben Sie eine Methode, um zu einer puren Grammatik G eine kontextfreie Grammatik G' zu erhalten, für die $\mathcal{L}(G') = \mathcal{L}(G)$ gilt.

- Aus $u \Rightarrow v$ folgt $u \overset{*}{\Rightarrow} v$.
- Es gilt $u \overset{*}{\Rightarrow} u$ für alle Wörter $u \in \Sigma^*$.
- Aus $u \overset{*}{\Rightarrow} v$ und $v \overset{*}{\Rightarrow} w$ folgt $u \overset{*}{\Rightarrow} w$.

Anschaulich gesprochen steht $\overset{*}{\Rightarrow}$ für die Ableitbarkeit in beliebig vielen Schritten.

3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 SS 2013/WS 2013 18. Februar 2014			
Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) Ein zweistöckiges Haus (Erdgeschoß, 1. und 2. Stock) besitzt einen Aufzug. In jedem Stockwerk gibt es einen Knopf, um den Aufzug zu rufen. In der Aufzugskabine kann das gewünschte Ziel mit einem von drei Knöpfen angegeben werden. Für die Aufzugssteuerung ist es gleichbedeutend, ob im Erdgeschoß der Knopf außen oder in der Kabine der Erdgeschoß-Knopf gedrückt wird; analog für die anderen Knöpfe innen und außen. Die Aufzugssteuerung ist in der Lage sich mehrere Aufträge zu merken. Werden etwa im Erdgeschoß in der Kabine nacheinander die Knöpfe für 2. und 1. Stock (oder umgekehrt) gedrückt, steuert die Kabine zuerst den 1. und dann den 2. Stock an (die Steuerung optimiert die Aufträge). Aufträge, die das Stockwerk betreffen, in dem sich die Kabine bereits befindet, werden ignoriert. Liegt kein Auftrag vor, bleibt die Kabine im zuletzt gewählten Stockwerk. Wird die Anlage eingeschaltet, wartet die Kabine im Erdgeschoß auf den ersten Auftrag.
Zusätzlich zu den drei Signalen, die den Stockwerken entsprechen, verarbeitet die Steuerung noch das Signal „Türe schließt“. Dieses wird automatisch einige Sekunden nach Betätigen der Tasten und Freiwerden der Tür generiert und bewirkt, dass die Türe schließt und die Kabine in das nächstliegende Stockwerk fährt, für das ein Auftrag vorliegt. Gibt es keinen Auftrag, wird das Signal ignoriert. Wird nach „Türe schließt“ noch eine Stockwerktaste betätigt, beeinflusst das die Zielwahl nicht mehr; die Taste wird so behandelt, als wäre sie nach Ankunft im Zielstockwerk gedrückt worden. Liegen in einem Stockwerk Aufträge für Ziele in entgegengesetzten Richtungen vor, wird zuerst der ältere Auftrag ausgeführt.

Aufgabe: Beschreiben Sie das Verhalten der Aufzugssteuerung durch einen endlichen Automaten. Der Automat befindet sich in einem Endzustand, wenn alle Aufträge ausgeführt wurden und der Aufzug auf einen neuen wartet. Ihr Automat soll selber keine Signale generieren sondern nur das Verhalten der Steuerung beschreiben; es ist also kein Transducer gefragt.
Beginnen Sie damit zu definieren, welche Zustände das System einnehmen kann und welche Aktionen zu Übergängen führen.

Beispiel: Die Kabine befinde sich im Erdgeschoß. Es werden nacheinander die Tasten „2.Stock“, „Erdgeschoß“ und „1.Stock“ gedrückt (entweder in der Kabine oder außen im jeweiligen Stockwerk), ehe die „Türe schließt“. Der Auftrag „Erdgeschoß“ wird ignoriert, da sich die Kabine bereits dort befindet. Das erste Ziel ist der 1.Stock. Während des Aufenthalts dort (oder auf der Fahrt dorthin) ruft jemand im Erdgeschoß erneut den Aufzug. Die Kabine fährt dennoch zuerst in den 2.Stock, da dies der ältere Auftrag ist und das Erdgeschoß in entgegengesetzer Richtung liegt. Erst danach fährt die Kabine in das Erdgeschoß. Wenn `E`, `1`, `2` und `T` die jeweiligen Signale bezeichnen, liegt somit das Wort `2E1TETT` in der Sprache, die der Automat beschreibt.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Seien folgende Mengen von Variablen-, Funktions- und Prädikatensymbole gegeben.

$$\mathcal{V} = \{x, y, z\}$$
$$\mathcal{F} = \{\mathit{latein}/0,\ \mathit{spanisch}/0,\ \mathit{mehr}/1\}$$
$$\mathcal{P} = \{\mathit{Schüler}/1,\ \mathit{Wahlfach}/1,\ \mathit{Wählt}/2\}$$

Geben Sie eine strukturierte kontextfreie Grammatik für die Sprache der prädikatenlogischen Formeln über diesen Symbolmengen an. Beispiele für Wörter, die in dieser Formelsprache liegen:
$\forall x\,(\mathit{Schüler}(x) \supset \exists y\,(\mathit{Wählt}(y) \wedge \mathit{Wählt}(x, y)))$
$\forall x\,(\mathit{Wählt}(x, \mathit{spanisch}) \vee \mathit{Wählt}(x, \mathit{mehr}(\mathit{spanisch})) \vee \mathit{Wählt}(x, \mathit{mehr}(\mathit{mehr}(\mathit{spanisch}))))$

Aufgabe 3 (10 Punkte) Der Frühling naht und Tanja möchte in ihrem Garten Blumen pflanzen. Sie stellt die folgenden Überlegungen an.

- Ich will auf jeden Fall Nelken pflanzen.
- Meiner Mutter zuliebe brauche ich Sonnenblumen oder Veilchen; vielleicht habe ich sogar Platz für beide.
- Rosen und Veilchen möchte ich jedenfalls nicht gleichzeitig im Garten haben, das sieht nicht hübsch aus.
- Ich pflanze Nelken nur dann, wenn ich Tulpen gesetzt habe.
- Wenn ich Rosen pflanze, dann besteht meine Mutter darauf, dass ich auch Tulpen und Veilchen pflanze.
- Wenn ich Veilchen pflanze, dann auch Sonnenblumen.

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b) Welche Blumen pflanzt Tanja? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Seien $\mathit{Wählt}/2$, $\mathit{Wahlfach}/1$, $\mathit{Schüler}/1$ und $\mathit{Schwierig}/1$ Prädikatensymbole sowie *latein*, *philosophie* und *spanisch* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Wählt}(x, y)$	… x wählt y	*latein*	… Latein
$\mathit{Schüler}(x)$	… x ist ein Schüler	*philosophie*	… Philosophie
$\mathit{Schwierig}(x)$	… x ist schwierig	*spanisch*	… Spanisch
$\mathit{Wahlfach}(x)$	… x ist ein Wahlfach		

Verwenden Sie diese Symbole, um die folgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Manche Schüler wählen ein schwieriges Wahlfach aber nicht Latein.

b) Alle Schüler wählen dasselbe schwierige Wahlfach.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Stefan}, \text{Max}, \text{Susi}, \text{Katja}, \text{Zeichnen}, \text{Deutsch}, \text{Latein}, \text{Spanisch}, \\
&\quad \text{Englisch}, \text{Philosophie}, \text{Turnen}\} \\
I(\mathit{Schüler}) &= \{\text{Susi}, \text{Max}, \text{Stefan}\} \\
I(\mathit{Schwierig}) &= \{\text{Turnen}, \text{Latein}, \text{Spanisch}\} \\
I(\mathit{Wahlfach}) &= \{\text{Spanisch}, \text{Philosophie}, \text{Englisch}, \text{Latein}, \text{Deutsch}, \text{Zeichnen}\} \\
I(\mathit{Wählt}) &= \{(\text{Susi}, \text{Deutsch}), (\text{Susi}, \text{Spanisch}), (\text{Susi}, \text{Turnen}), \\
&\quad (\text{Max}, \text{Philosophie}), (\text{Max}, \text{Englisch}), (\text{Max}, \text{Latein}), (\text{Max}, \text{Spanisch}), \\
&\quad (\text{Katja}, \text{Spanisch}), (\text{Katja}, \text{Zeichnen}), (\text{Katja}, \text{Deutsch}), \\
&\quad (\text{Stefan}, \text{Spanisch}), (\text{Stefan}, \text{Latein}), (\text{Stefan}, \text{Turnen})\} \\
I(\mathit{spanisch}) &= \text{Spanisch} \\
I(\mathit{philosophie}) &= \text{Philosophie}
\end{aligned}
$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x\,(\mathit{Wählt}(x, \mathit{spanisch}) \not\equiv \mathit{Wählt}(x, \mathit{philosophie}))$

d) $\forall x\,(\mathit{Schüler}(x) \supset \exists y\,(\mathit{Schwierig}(y) \land \mathit{Wählt}(x, y)))$

e) $\forall x\; \mathit{Wählt}(x, \mathit{spanisch})$

f) $\forall x\,(\mathit{Wahlfach}(x) \supset \exists y\,(\mathit{Schüler}(y) \land \mathit{Wählt}(y, x)))$

Aufgabe 5 (10 Punkte) SAT-Solver sind Programme, die aussagenlogische Formeln auf Erfüllbarkeit testen. Typische SAT-Solver erhalten als Eingabe eine Formel in konjunktiver Normalform und liefern die Antwort „erfüllbar“ bzw. „unerfüllbar“. Im ersten Fall wird eine erfüllende Variablenbelegung als Nachweis für die Erfüllbarkeit ausgegeben.
Beispiel: Für die konjunktive Normalform $F = (A \lor \neg B) \land (\neg A \lor B)$ liefern SAT-Solver die Antwort „erfüllbar“ und eine der Variablenbelegungen $I_1(A) = I_1(B) = 1$ oder $I_2(A) = I_2(B) = 0$.

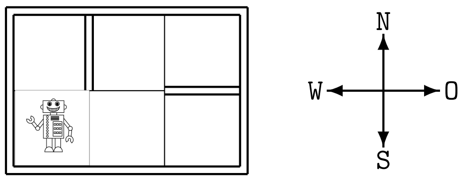
Angenommen Sie modellieren eine Situation mit Hilfe mehrerer aussagenlogischer Formeln $F_1, \ldots, F_m$ und ihre Kollegin beschreibt dieselbe Situation mit den aussagenlogischen Formeln $G_1, \ldots, G_n$. (Die Anzahl der Formeln muss nicht gleich sein.) Wie können Sie mit Hilfe eines SAT-Solvers überprüfen, ob die beiden Beschreibungen gleichwertig (semantisch äquivalent) sind? Beschreiben Sie alle erforderlichen Schritte und geben Sie ein Beispiel an, das diese Schritte illustriert. Was bedeutet es, wenn der SAT-Solver eine erfüllende Variablenbelegung findet?

3.0/2.0 VU Formale Modellierung

185.A06 WS 2013/SS 2014 30. Juni 2014

Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe
			A

Aufgabe 1 (10 Punkte) Ein Roboter wird in einem Labyrinth ausgesetzt, um es zu erkunden. Er erhält jeweils einen der Steuerbefehle `N` (Nord), `S` (Süd), `W` (West) und `O` (Ost), wodurch er versucht, sich um ein Feld in die angegebene Richtung weiterzubewegen. Gelingt ihm das, antwortet er `1` (ja). Ist der Weg durch eine Mauer versperrt, bleibt er auf dem ursprünglichen Feld und antwortet `0` (nein).
Geben Sie einen Moore-Automaten an, der das Antwort-Verhalten des Roboters für das folgende Labyrinth beschreibt. Nehmen Sie an, dass sich der Roboter zu Beginn im süd-westlichsten Feld befindet. Die doppelten Linien markieren Mauern.



Die Eingabe `NNOSSOOOWNO` führt beispielsweise zur Ausgabe `10010110111`.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Die *Planning Domain Definition Language* (PDDL) wird zur Beschreibung von Planungsproblemen verwendet. Das folgende PDDL-Beispiel beschreibt ein Problem namens „`Blocksworld-Instanz-1`“ aus dem Bereich „`Blocksworld`“, in dem es die Objekte „`A`“, „`B`“ und „`C`“ vom Typ „`Block`“ sowie das Objekt „`D`“ vom Typ „`Cube`“ gibt; der „`:init`“-Abschnitt beschreibt die gegebene Ausgangssituation, der „`:goal`“-Abschnitt die gewünschte Zielsituation.

```
(define (problem Blocksworld-Instanz-1)
        (:domain Blocksworld)
        (:objects A B C - Block D - Cube)
        (:init (Clear A) (Clear C) (On C B) (OnTable A) (OnTable B) (HandEmpty) )
        (:goal (OnTable C) (On A B) (On B C) )
)
```

Grundsätzlich bestehen Problembeschreibungen aus ineinander geschachtelten Listen, die jeweils in runden Klammern eingeschlossen sind. Die Listenelemente werden durch Leerzeichen getrennt. Es genügt, wenn Sie einzelne Leerzeichen zur Trennung vorsehen, mehrfache Leerzeichen und Zeilenumbrüche müssen nicht berücksichtigt werden.
Die oberste Liste besteht aus sechs Elementen, nämlich dem Schlüsselwort „`define`“ gefolgt von Listen für die Problembezeichnung, die Bereichsbezeichnung, die Objektdefinitionen, die Ausgangs- und die Zielsituation (wie im Beispiel oben).
„`define`“, „`problem`“, „`:domain`“, „`:objects`“, „`:init`“ und „`:goal`“ sind Schlüsselwörter. Alle anderen Bezeichnungen bestehen aus Buchstaben, Ziffern und Bindestrichen, beginnen aber immer mit einem Buchstaben.
Objekte werden im „`:objects`“-Abschnitt definiert. Der Liste von Objekten folgt getrennt durch einen Bindestrich ihr Typ. Darauf können weitere Objekte mit einer weitere Typangabe (im Beispiel oben „`Cube`“) folgen, und so weiter.

Der „`:init`"- und der „`:goal`"-Abschnitt besteht jeweils aus einer Folge von sogenannten Prädikaten. Jedes Prädikat ist eine Liste, die mit einem Prädikatnamen beginnt, dem Argumente folgen können. Etwa enthält das Prädikat „`(Clear A)`" den Prädikatnamen „`Clear`" und das Argument „`A`". „`(HandEmpty)`" enthält nur einen Prädikatnamen, aber keine Argumente. Im Prädikat „`(On A B)`" folgen dem Prädikatnamen zwei Argumente.

Geben Sie eine strukturierte kontextfreie Grammatik in EBNF an, die den Aufbau derartiger Problembeschreibungen spezifiziert.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Wieder einmal sinkt das Schiff von Robinson Crusoe vor einer einsamen Insel. Crusoe besitzt ein rotes Taschenmesser, ein Küchenmesser aus Silber, goldfarbene Kopfhörer und einen weißen MP3-Player, er kann aber höchstens zwei Gegenstände gleichzeitig an Land mitnehmen. Er stellt folgende Überlegungen an:

- Zur Unterhaltung brauche ich Taschenmesser oder MP3-Player oder, noch besser, beide.
- Den MP3-Player mitzunehmen macht nur Sinn, wenn ich auch die Kopfhörer mitnehme.
- Eines der beiden Messer muss sein, aber nicht beide.
- Um die Kannibalen zu besänftigen benötige ich etwas Goldenes oder Silbernes.

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b) Welche Gegenstände nimmt Crusoe mit auf die Insel? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Seien *Person*/1, *Nass*/1, *Hobby*/1 und *Betreibt*/2 Prädikatensymbole sowie *surfen* und *tauchen* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Person}(x)$	… x ist eine Person	$\mathit{Betreibt}(x, y)$	… x betreibt y
$\mathit{Nass}(x)$	… x ist nass	*surfen*	… Surfen
$\mathit{Hobby}(x)$	… x ist ein Hobby	*tauchen*	… Tauchen

Verwenden Sie diese Symbole, um die folgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Alle Personen, die Surfen oder Tauchen betreiben, sind nass.

b) Es gibt Personen, die alle nassen Hobbies betreiben.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Tom}, \text{Anna}, \text{Lisa}, \text{Karin}, \text{Schwimmen}, \text{Surfen}, \text{Segeln}, \text{Eislaufen}, \\
&\quad\ \text{Tauchen}, \text{Radfahren}, \text{Lesen}, \text{Laufen}\} \\
I(\mathit{Person}) &= \{\text{Tom}, \text{Lisa}, \text{Karin}\} \\
I(\mathit{Nass}) &= \{\text{Schwimmen}, \text{Surfen}, \text{Segeln}, \text{Eislaufen}\} \\
I(\mathit{Hobby}) &= \{\text{Schwimmen}, \text{Surfen}, \text{Tauchen}, \text{Radfahren}, \text{Lesen}, \text{Laufen}\} \\
I(\mathit{Betreibt}) &= \{(\text{Tom}, \text{Eislaufen}), (\text{Tom}, \text{Radfahren}), (\text{Tom}, \text{Segeln}), \\
&\quad\ (\text{Anna}, \text{Radfahren}), (\text{Anna}, \text{Tauchen}), (\text{Anna}, \text{Eislaufen}), \\
&\quad\ (\text{Lisa}, \text{Surfen}), (\text{Lisa}, \text{Schwimmen}), (\text{Lisa}, \text{Segeln}), \\
&\quad\ (\text{Karin}, \text{Radfahren}), (\text{Karin}, \text{Eislaufen})\} \\
I(\mathit{surfen}) &= \text{Surfen} \\
I(\mathit{radfahren}) &= \text{Radfahren}
\end{aligned}
$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\forall x\,(\mathit{Betreibt}(x, \mathit{surfen}) \not\equiv \mathit{Betreibt}(x, \mathit{radfahren}))$

d) $\exists x\,(\mathit{Betreibt}(x, \mathit{surfen}) \wedge \neg \mathit{Betreibt}(x, \mathit{radfahren}))$

e) $\forall x\,(\mathit{Nass}(x) \supset (\mathit{Person}(x) \wedge \exists y\, \mathit{Betreibt}(x, y)))$

f) $\exists x\,(\mathit{Person}(x) \wedge \exists y\,(\mathit{Hobby}(y) \wedge \mathit{Betreibt}(x, y)))$

Aufgabe 5 (10 Punkte) In Büchern über formale Sprachen ist folgende Definition zu finden:

> Eine *reguläre Grammatik* wird durch ein 4-Tupel $G = \langle V, T, P, S\rangle$ festgelegt, wobei
>
> - V und T endliche, disjunkte Mengen von Symbolen sind ($V \cap T = \{\}$),
> - S ein Symbol aus V ist ($S \in V$) und
> - $P \subseteq V \times (T \cdot V \cup \{\varepsilon\})$ eine endliche Menge von Paaren ist.
>
> Die Elemente von P werden Produktionen genannt; statt $(x, y) \in P$ wird auch $x \to y$ geschrieben. Die Notation $x \to y_1 \mid \cdots \mid y_n$ ist eine Abkürzung für die Produktionen $x \to y_1, \ldots, x \to y_n$.
>
> Das Wort $u\,y\,v$ ist aus dem Wort $u\,x\,v$ in einem Schritt ableitbar, geschrieben $u\,x\,v \Rightarrow u\,y\,v$, wenn $x \to y$ gilt. Die von G generierte Sprache $\mathcal{L}(G)$ ist definiert als die Menge $\{\, w \in T^* \mid S \stackrel{*}{\Rightarrow} w \,\}$, wobei $\stackrel{*}{\Rightarrow}$ den reflexiven und transitiven Abschluss von $\Rightarrow$ bezeichnet.[1]

[1] Das heißt, dass $\stackrel{*}{\Rightarrow}$ die kleinste Relation mit folgenden Eigenschaften ist:

- Aus $u \Rightarrow v$ folgt $u \stackrel{*}{\Rightarrow} v$.
- Es gilt $u \stackrel{*}{\Rightarrow} u$ für alle Wörter $u \in T^*$.
- Aus $u \stackrel{*}{\Rightarrow} v$ und $v \stackrel{*}{\Rightarrow} w$ folgt $u \stackrel{*}{\Rightarrow} w$.

Anschaulich gesprochen steht $\stackrel{*}{\Rightarrow}$ für die Ableitbarkeit in beliebig vielen Schritten.

a) Geben Sie an, welche der folgenden Tupeln eine reguläre Grammatik gemäß der obigen Definition darstellt. Begründen Sie Ihre Antwort, falls es sich um keine reguläre Grammatik handelt. Entspricht das Tupel der Definition, geben Sie die Sprache an, die durch die Grammatik generiert wird.

   i. $\langle\{\mathtt{X}\}, \{\mathtt{a},\mathtt{b}\}, \{\mathtt{X} \to \mathtt{aXb} \mid \varepsilon\}, \mathtt{X}\rangle$

   ii. $\langle\{\mathtt{X},\mathtt{Y}\}, \{\mathtt{a},\mathtt{b}\}, \{\mathtt{X} \to \mathtt{aX} \mid \mathtt{bY} \mid \varepsilon,\ \mathtt{Y} \to \mathtt{bY}\}, \mathtt{X}\rangle$

   iii. $\langle\{\mathtt{a},\mathtt{b}\}, \{\mathtt{X},\mathtt{Y}\}, \{\mathtt{a} \to \mathtt{Xa} \mid \mathtt{Yb} \mid \varepsilon,\ \mathtt{b} \to \mathtt{Yb}\}, \mathtt{b}\rangle$

   iv. $\langle\{\mathtt{X},\mathtt{Y}\}, \{\mathtt{a},\mathtt{b}\}, \{\mathtt{X} \to \mathtt{Xa} \mid \mathtt{Yb} \mid \varepsilon,\ \mathtt{Y} \to \mathtt{Yb} \mid \varepsilon\}, \mathtt{X}\rangle$

b) Beschreiben Sie ein Verfahren, das zu einer regulären Grammatik einen äquivalenten endlichen Automaten liefert.

c) Beschreiben Sie ein Verfahren, das zu einem endlichen Automaten ohne ε-Übergängen eine äquivalente reguläre Grammatik liefert.

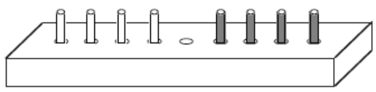
3.0/2.0 VU Formale Modellierung

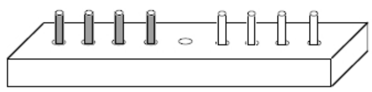
185.A06 WS 2013/SS 2014 17. September 2014

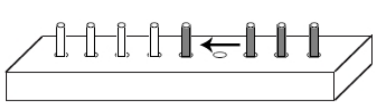
Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe
			A

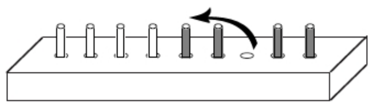
Aufgabe 1 (10 Punkte) *Linienhalma* ist ein Knobelspiel, das aus m weißen und n schwarzen Stäben sowie einem Spielbrett mit $m + n + 1$ Löchern besteht, die in einer Linie angeordnet sind. Zu Beginn befinden sich die weißen Stäbe ganz links und die schwarzen Stäbe ganz rechts in den Löchern, sodass das mittlere Loch frei ist (siehe Abb. (a) für $m = n = 4$). Ziel des Spiels ist es, diese Anordnung zu tauschen, sodass sich alle weißen Stäbe rechts und alle schwarzen Stäbe links befinden (Abb. (b)). Es gelten folgende Regeln:

- Schwarze und weiße Stäbe werden abwechselnd gezogen, wobei mit einem schwarzen begonnen wird.
- Ein Zug besteht darin, einen Stab entweder auf ein freies Nachbarfeld (links oder rechts) zu stellen oder über einen linken oder rechten Nachbarstab beliebiger Farbe zu springen, wenn das Feld dahinter frei ist. Die Abbildungen (c) and (d) zeigen die möglichen Anfangszüge für $m = n = 4$.


(a) Anfangsstellung


(b) Endstellung


(c) Zug auf ein freies Nachbarfeld


(d) Sprung auf das übernächste Feld

a) Was macht einen Zustand in diesem Spiel aus? Welche Informationen sind notwendig, um einen Zustand eindeutig zu beschreiben? Wie kann man die Zustände kompakt bezeichnen? Wieviele Zustände sind abhängig von der Zahl der schwarzen und weißen Stäbe, m und n, höchstens notwendig?

b) Welche Aktionen führen zu Übergängen in diesem System? Wie kann man sie kompakt bezeichnen?

c) Geben Sie einen endlichen Automaten an, der dieses Spiel für $m = 1$ und $n = 2$, d.h. für einen weißen und zwei schwarze Stäbe, vollständig beschreibt.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Boolsche Ausdrücke werden ähnlich den arithmetischen aus Variablen-, Konstanten- und Operatorsymbolen sowie Klammern gebildet. Sei $\mathcal{B}$ die Menge der folgendermaßen definierten boolschen Ausdrücke.

$\mathcal{B}$ ist die kleinste Menge, für die gilt: - $t \in \mathcal{B}$ falls $t \in \mathcal{T}$. - $b \texttt{+} t \in \mathcal{B}$ falls $b \in \mathcal{B}$ und $t \in \mathcal{T}$.	$\mathcal{T}$ ist die kleinste Menge, für die gilt: - $f \in \mathcal{T}$ falls $f \in \mathcal{F}$. - $t \cdot f \in \mathcal{T}$ falls $t \in \mathcal{T}$ und $f \in \mathcal{F}$.	$\mathcal{F}$ ist die kleinste Menge, für die gilt: - $\{\texttt{a}, \dots, \texttt{z}\} \subseteq \mathcal{F}$. - $\{\texttt{F}, \texttt{T}\} \subseteq \mathcal{F}$. - $\texttt{-}f \in \mathcal{F}$ falls $f \in \mathcal{F}$. - $\texttt{(}b\texttt{)} \in \mathcal{F}$ falls $b \in \mathcal{B}$.

a) Zeigen Sie, dass `T·-((-x)+F)` ein boolscher Ausdruck gemäß dieser Definition ist.

b) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik für $\mathcal{B}$ an.

Zeigen Sie, dass `T·-((-x)+F)` in der durch Ihre Grammatik definierten Sprache liegt.

c) Definieren Sie die Semantik der Ausdrücke in $\mathcal{B}$ mit Hilfe einer Auswertungsfunktion, die `+` als inklusive Disjunktion, $\cdot$ als Konjunktion, `-` als Negation, `F`/`T` als falsch/wahr sowie `a`, ..., `z` als Variablensymbole interpretiert.

Lässt sich jede aussagenlogische Funktion durch einen Ausdruck in $\mathcal{B}$ darstellen, wenn die Symbole auf diese Art interpretiert werden?

Aufgabe 3 (10 Punkte) Hexe Berta versucht einen neuen Zaubertrank zu kreieren, der ihr ewige Jugend garantieren soll. Sie stellt folgende Überlegungen an:

- Ich brauche auf jeden Fall Flubberwurmschleim, damit der Trank dickflüssig wird.
- Ich sollte auch noch Aalaugen oder Belladonnaessenz dazugeben, aber nur eines davon.
- Wenn ich Belladonnaessenz oder Einhornhaare verwende, dann brauche ich keinen Wolfswurz mehr.
- Ich nehme Aalaugen oder Einhornhaare, vielleicht sogar beide.
- Wenn ich Aalaugen nehme, dann auch Belladonnaessenz und Flubberwurmschleim.

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b) Welche Zutaten nimmt Hexe Berta für den Zaubertrank? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Seien *Isst*, *Affe*, *Jung* und *Obst* Prädikatensymbole und *banane* ein Konstantensymbol mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Isst}(x,y)$	... x isst y	$\mathit{Obst}(x)$	... x ist eine Frucht
$\mathit{Affe}(x)$	... x ist ein Affe	banane	... Banane
$\mathit{Jung}(x)$	... x ist jung		

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Es gibt junge Affen, die alle Früchte essen.

b) Alle Affen essen irgendwelche Früchte.

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der angegebenen Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

$$
\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Gibbon}, \text{Gorilla}, \text{Langur}, \text{Makake}, \text{Pavian}, \text{Schimpanse},\\
&\qquad \text{Apfel}, \text{Banane}, \text{Kiwi}, \text{Orange}, \text{Weintraube}\}\\
I(\mathit{Affe}) &= \{\text{Gibbon}, \text{Makake}, \text{Schimpanse}\}\\
I(\mathit{Jung}) &= \{\text{Gibbon}, \text{Langur}, \text{Makake}, \text{Pavian}\}\\
I(\mathit{Obst}) &= \{\text{Apfel}, \text{Banane}, \text{Kiwi}, \text{Weintraube}\}\\
I(\mathit{Isst}) &= \{(\text{Makake}, \text{Banane}), (\text{Makake}, \text{Weintraube}),\\
&\qquad (\text{Gibbon}, \text{Apfel}), (\text{Gibbon}, \text{Banane}), (\text{Gibbon}, \text{Weintraube}),\\
&\qquad (\text{Pavian}, \text{Banane}), (\text{Pavian}, \text{Kiwi}), (\text{Pavian}, \text{Weintraube}),\\
&\qquad (\text{Schimpanse}, \text{Banane}), (\text{Schimpanse}, \text{Orange})\}\\
I(\mathit{banane}) &= \text{Banane}
\end{aligned}
$$

c) $\forall x\,(\mathit{Obst}(x) \supset \exists y\,(\mathit{Affe}(y) \wedge \mathit{Isst}(x,y)))$

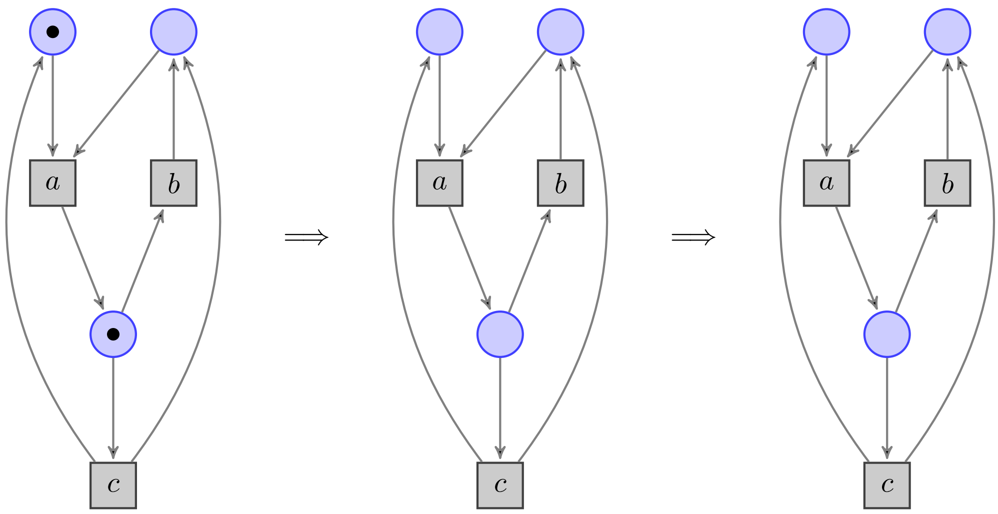
d) $\exists x\,(\mathit{Jung}(x) \wedge \exists y\,(\mathit{Obst}(y) \wedge \mathit{Isst}(x,y)))$

e) $\forall x\,\mathit{Isst}(x, \mathit{banane})$

f) $\exists x\,(\mathit{Affe}(x) \wedge \mathit{Jung}(x) \wedge \mathit{Isst}(x, \mathit{banane}))$

Aufgabe 5 (10 Punkte)

a) Lassen Sie im folgenden Petrinetz nacheinander zwei Transitionen feuern. Geben Sie für jeden Schritt über dem Pfeil die Transition an, die feuert, sowie im leeren Petrinetz daneben die Markierung danach.



b) Betrachtet man die Namen der Transitionen als Alphabet, so ergeben die möglichen endlichen Transitionsfolgen eine Sprache. Beschreiben Sie das Verhalten des obigen Petrinetzes durch einen endlichen Automaten, der diese Sprache akzeptiert.

c) Beschreiben Sie die durch die endlichen Transitionsfolgen definierte Sprache durch einen regulären Ausdruck.

3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 SS/WS 2014 16. Dezember 2014			
Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) Die Attraktionen eines Indoorspielplatzes werden durch Einwurf sogenannter Tokens (Plastikmünzen) bezahlt, die zuvor bei einem Automaten gekauft werden. Der Automat akzeptiert Münzen im Wert von 5, 10 und 20 Cent. Immer wenn der eingeworfene Geldbetrag 25 Cent oder mehr beträgt, gibt der Automat ein Token aus. War das Guthaben höher als 25 Cent, wird der Restbetrag auf den Kauf des nächsten Token angerechnet; Geld wird keines zurückgegeben.

Modellieren Sie den Token-Automaten durch einen Mealy-Automaten, der bei jeder eingeworfenen Münze entscheidet, ob ein Token ausgegeben (`J`) oder nicht ausgegeben (`N`) werden soll. Der Einwurf der Münzen 5 Cent, 5 Cent, 10 Cent, 20 Cent, 5 Cent und 10 Cent führt beispielsweise zur Ausgabe `NNNJNJ`.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Die lineare Optimierung (auch lineare Programmierung genannt) beschäftigt sich mit der Optimierung linearer Zielfunktionen über Mengen, die durch lineare Gleichungen und Ungleichungen beschrieben werden können, das heißt, durch Gleichungen und Ungleichungen folgenden Typs:

$$a_1 \cdot v_1 + a_2 \cdot v_2 + a_3 \cdot v_3 + \cdots = b$$
$$a_1 \cdot v_1 + a_2 \cdot v_2 + a_3 \cdot v_3 + \cdots \leq b$$

wobei a_1, a_2, a_3, ... und b reelle Konstanten und v_1, v_2, v_3 Variablen sind.
Damit solche Optimierungsprobleme durch den Computer verarbeitet werden können, müssen die (Un)Gleichungen in maschinenlesbare Form gebracht werden. Variablen werden dabei durch das Symbol `v` gefolgt von einer oder mehreren Dezimalziffern dargestellt. Die reellen Konstanten werden durch arithmetische Ausdrücke dargestellt, die aus ganzzahligen Numeralen und Konstantensymbolen mittels Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division und Klammern gebildet werden können. Konstantensymbole werden durch das Symbol `c` gefolgt von einer oder mehreren Dezimalziffern dargestellt. Die arithmetischen Operationen werden durch die Symbole `+`, `-`, `*`, `/`, `=` bzw. `<=` dargestellt. Die einzelnen Gleichungen und Ungleichungen werden durch einen Strichpunkt (`;`) getrennt.

Beispiel eines linearen Programms:

```
7*v1 + 1*v2 + c3*v3 <= 30;
(3*c100)*v3 + ((1-c1)/2)*v2 = 42;
41*v1 + (1-c1)*v2 <= (c2+1/(10-c3))
```

Beschreiben Sie derartige lineare Programme durch eine kontextfreie Grammatik. Verwenden Sie so weit wie möglich EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu halten.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Professor John Frink organisiert eine internationale Konferenz und sucht zur Unterstützung Student Volunteers. Nach zahlreichen Vorstellungsgesprächen schränkt er die Auswahl auf Bart, Janey, Lisa, Milhouse und Richard ein, wobei allerdings nur Lisa und Richard auch Fremdsprachen beherrschen. Er stellt folgende Überlegungen an:

- Janey möchte ich auf jeden Fall, sie hat bei der letzten Konferenz schon erfolgreich mitgearbeitet.
- Ich kann höchstens drei Volunteers anstellen.
- Ich brauche jedenfalls mindestens einen Volunteer, der Fremdsprachen spricht.
- Richard und Milhouse kennen die Räume, in denen die Konferenz stattfinden soll. Einen der beiden sollte ich auf jeden Fall nehmen, aber beide zu nehmen ist nicht notwendig.
- Richard will nur mitmachen, wenn ich auch Bart anstelle.
- Milhouse und Lisa wollen nur gemeinsam genommen werden, da sie andernfalls zusammen auf Urlaub fahren wollen.

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b) Wen stellt Professor Frink als Student Volunteer an? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Seien *Liest*, *Student*, *Dick* und *Buch* Prädikatensymbole und *nibelungen* sowie *comic* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Liest}(x, y)$	… x liest y	$\mathit{Buch}(x)$	… x ist ein Buch
$\mathit{Student}(x)$	… x ist ein Student	$\mathit{nibelungen}$	… Nibelungen
$\mathit{Dick}(x)$	… x ist dick	comic	… Comic

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Manche Studenten lesen nur dann die Nibelungen, wenn sie auch dicke Bücher lesen.

b) Dicke Studenten lesen einige Bücher aber keine Comics.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Martin}, \text{Nina}, \text{Karl}, \text{Iris}, \text{Taschenbuch}, \text{Comic}, \text{Wörterbuch}, \text{Liederbuch}, \text{Roman},\\
&\qquad \text{Krimi}, \text{Sachbuch}\}\\
I(\mathit{Student}) &= \{\text{Martin}, \text{Nina}, \text{Iris}\}\\
I(\mathit{Buch}) &= \{\text{Taschenbuch}, \text{Comic}, \text{Wörterbuch}, \text{Liederbuch}, \text{Roman}\}\\
I(\mathit{Dick}) &= \{\text{Wörterbuch}, \text{Roman}, \text{Krimi}\}\\
I(\mathit{Liest}) &= \{(\text{Martin}, \text{Comic}), (\text{Martin}, \text{Liederbuch}),\\
&\qquad (\text{Nina}, \text{Roman}), (\text{Nina}, \text{Krimi}),\\
&\qquad (\text{Iris}, \text{Roman}), (\text{Iris}, \text{Liederbuch}), (\text{Iris}, \text{Krimi}),\\
&\qquad (\text{Karl}, \text{Comic}), (\text{Karl}, \text{Krimi})\}\\
I(\mathit{comic}) &= \text{Comic}\\
I(\mathit{krimi}) &= \text{Krimi}\\
I(\mathit{roman}) &= \text{Roman}
\end{aligned}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\forall x\,(\mathit{Liest}(x, \mathit{comic}) \not\equiv \mathit{Liest}(x, \mathit{roman}))$

d) $\exists x\,(\mathit{Liest}(x, \mathit{comic}) \land \neg \mathit{Liest}(x, \mathit{krimi}))$

e) $\forall x\,(\mathit{Student}(x) \supset \exists y\,(\mathit{Dick}(y) \land \mathit{Liest}(x, y)))$

f) $\exists x\,\exists y\,(\mathit{Student}(x) \land \mathit{Buch}(y) \land \neg \mathit{Liest}(x, y))$

Aufgabe 5 (10 Punkte) SAT-Solver sind Programme, die aussagenlogische Formeln auf Erfüllbarkeit testen. Typische SAT-Solver erhalten als Eingabe eine Formel in konjunktiver Normalform und liefern die Antwort „erfüllbar“ bzw. „unerfüllbar“. Im ersten Fall wird eine erfüllende Variablenbelegung als Nachweis für die Erfüllbarkeit ausgegeben.
Beispiel: Für die konjunktive Normalform $F = (A \lor \neg B) \land (\neg A \lor B)$ liefern SAT-Solver die Antwort „erfüllbar“ und eine der Variablenbelegungen $I_1(A) = I_1(B) = 1$ oder $I_2(A) = I_2(B) = 0$.

a) Wie lässt sich eine Konsequenzbeziehung $F_1, \ldots, F_n \models G$ mit Hilfe eines derartigen SAT-Solvers überprüfen? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) SAT-Solver liefern in der Regel nur eine einzige erfüllende Variablenbelegung. Die weiteren werden nicht ausgegeben, da das die verwendeten Verfahren nicht unterstützen. Was muss man tun, um diese dennoch mit Hilfe des SAT-Solvers berechnen zu können? Beschreiben Sie Ihre Methode und erläutern Sie sie an Hand des oben angeführten Beispiels. Begründen Sie die Korrektheit Ihrer Methode.

   Hinweis: Überlegen Sie, wie die Eingabeformel abgeändert werden muss, um andere Variablenbelegungen als die bereits berechnete zu erhalten.

<table>
<tr><td colspan="4">3.0/2.0 VU Formale Modellierung
185.A06 SS/WS 2014 12. Jänner 2015</td></tr>
<tr><td>Matrikelnummer</td><td>Familienname</td><td>Vorname</td><td>Gruppe
A</td></tr>
</table>

Aufgabe 1 (10 Punkte) Ein Automat verkauft Fahrkarten für Kinder (Preis 1 €) und Erwachsene (Preis 2 €). Er akzeptiert Münzen im Wert von 1 € und 2 € bis zu einem maximalen Guthaben von 4 €. Münzen, die zu einem Überschreiten des Guthabens führen würden, oder falsche Münzen werden sofort wieder ausgegeben (fallen durch). Für die Ausgabe einer Kinder- bzw. Erwachsenenkarte ist je eine Taste vorgesehen. Reicht das Guthaben, bewirkt ihr Drücken die Ausgabe der entsprechenden Karte und die Reduktion des Guthabens; andernfalls passiert nichts. Eine dritte Taste, die Abbruchtaste, führt zur Auszahlung des Guthabens.
Beispiel: Angenommen, es werden nacheinander eine 50 Cent, eine 1 €- und zwei 2 €-Münzen eingeworfen. Die erste und die letzte Münze kommt gleich wieder retour, da die erste eine falsche Münze ist und die letzte das Guthabenlimit überschreitet. Nun wird die Taste für eine Kinderfahrkarte gedrückt, worauf die entsprechende Karte ausgegeben wird; das interne Guthaben beträgt 2 €. Nun wird wieder eine 2 €-Münze eingeworfen und nochmals eine Kinderfahrkarte angefordert. Zuletzt wird die Abbruchtaste betätigt, worauf das Restguthaben von 3 € ausgezahlt wird.
Modellieren Sie das Verhalten des Fahrkartenautomaten durch einen Mealy-Automaten. Gehen Sie folgendermaßen vor.

a) Welche/wieviele Zustände benötigt der Automat? Was kennzeichnet einen Zustand?

b) Welche Eingaben muss der Automat verarbeiten? Sehen Sie ein Symbol vor, das für den Einwurf einer beliebigen falschen Münze steht.

c) Was sind die möglichen Aktionen (Ausgaben) des Automaten? Sehen Sie ein Symbol vor, das für „keine Aktion“ steht. Das Guthaben kann in einer einzigen Aktion ausgegeben werden, es muss nicht in 1 €- und 2 €-Münzen gestückelt werden.

d) Geben Sie den Mealy-Automaten in graphischer oder tabellarischer Form an.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Zwei Unternehmen, A und B, besitzen jeweils ein Lager und einen Warenempfang. Fahrradboten transportieren Pakete vom Lager des einen Unternehmens zum Warenempfang des anderen. Ein Transport läuft immer nach demselben Muster ab: Beim Lager des einen Unternehmens wird das Fahrrad mit einem Paket beladen, dann fährt der Bote damit zum anderen Unternehmen, wo er es dem Empfang übergibt. Danach ist der Bote bereit, ein Paket von diesem Unternehmen zurück zum ersten Unternehmen zu transportieren. Jeder Bote bringt also abwechselnd ein Paket vom A nach B und danach ein anderes von B nach A (bzw. umgekehrt, wenn er beim Unternehmen B beginnt).
Modellieren Sie dieses System mit Hilfe eines Petri-Netzes. Wählen Sie die Anfangsmarkierung so, dass zu Beginn 4 Pakete im Lager A und 3 Pakete im Lager B auf Transport warten. Weiters stehen anfänglich zwei Boten beim Unternehmen A und einer beim Unternehmen B für Transporte zur Verfügung.

Dieses System hat den Nachteil, dass Boten unter Umständen untätig bei einem Unternehmen auf Pakete warten, während beim anderen Boten benötigt werden. Wie lässt sich Ihr Petri-Netz erweitern, um dieses Problem zu lösen?

Aufgabe 3 (10 Punkte) Der Stamm der Wakatuku wird von einer seltsamen Serie von Diebstählen heimgesucht. Der Häuptling vermutet, dass der verfeindete Nachbarstamm dafür verantwortlich ist und möchte ein paar seiner Krieger zum Spionieren in das Nachbardorf schicken. Er stellt folgende Überlegungen an:

- Ich sollte mindestens zwei Krieger schicken, sonst ist das zu gefährlich.
- Flinker Fuchs und Alter Adler kann ich unmöglich gemeinsam schicken, die streiten nur wieder.
- Ich brauche mindestens einen Krieger, der gut kämpfen kann. Starker Stier, Alter Adler oder sogar beide?
- Listiger Luchs kann ich nur dann schicken, wenn ich auch Flinker Fuchs schicke.
- Wenn ich Starker Stier schicke, dann will Flinker Fuchs sicher nicht mitgehen.

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b) Wen schickt der Häuptling der Wakatuku ins Nachbardorf? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Seien *SchautAn*, *Kind*, *Lustig* und *Sendung* Prädikatensymbole und *teletubbies* und *spongebob* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{SchautAn}(x, y)$	… x schaut y an	$\mathit{Sendung}(x)$	… x ist eine Fernsehserie
$\mathit{Kind}(x)$	… x ist ein Kind	*teletubbies*	… Teletubbies
$\mathit{Lustig}(x)$	… x ist lustig	*spongebob*	… Spongebob

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Es gibt lustige Kinder, die dann und nur dann Teletubbies schauen, wenn sie auch Spongebob schauen.

b) Alle Kinder schauen die gleiche lustige Sendung.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Tom}, \text{Anna}, \text{Flo}, \text{Karo}, \text{Spongebob}, \text{Teletubbies}, \text{Barbapapas}, \\
&\quad\ \text{12oder3}, \text{Niklas}, \text{Heidi}\} \\
I(\mathit{Kind}) &= \{\text{Tom}, \text{Flo}, \text{Karo}\} \\
I(\mathit{Lustig}) &= \{\text{Spongebob}, \text{Teletubbies}, \text{Barbapapas}\} \\
I(\mathit{Sendung}) &= \{\text{12oder3}, \text{Teletubbies}, \text{Niklas}, \text{Barbapapas}, \text{Heidi}\} \\
I(\mathit{SchautAn}) &= \{(\text{Tom}, \text{Heidi}), (\text{Tom}, \text{12oder3}), \\
&\quad\ (\text{Flo}, \text{Barbapapas}), (\text{Flo}, \text{Heidi}), (\text{Flo}, \text{12oder3}), \\
&\quad\ (\text{Anna}, \text{Barbapapas}), (\text{Anna}, \text{Teletubbies}), (\text{Anna}, \text{12oder3}), \\
&\quad\ (\text{Karo}, \text{Heidi}), (\text{Karo}, \text{Spongebob})\} \\
I(\mathit{heidi}) &= \text{Heidi} \\
I(\mathit{niklas}) &= \text{Niklas}
\end{aligned}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

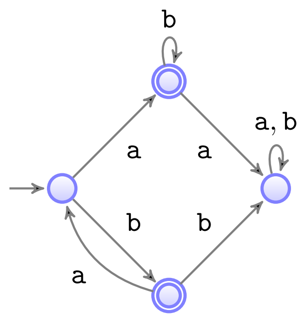
c) $\forall x\,(\mathit{Kind}(x) \supset \mathit{SchautAn}(x, \mathit{heidi}))$

d) $\exists x \forall y\,((\mathit{Sendung}(y) \wedge \mathit{Lustig}(y)) \supset \mathit{SchautAn}(x, y))$

e) $\forall x\,(\mathit{SchautAn}(x, \mathit{heidi}) \not\equiv \mathit{SchautAn}(x, \mathit{niklas}))$

f) $\exists x \exists y\,(\mathit{Kind}(x) \wedge \mathit{Sendung}(y) \wedge \mathit{SchautAn}(y, x))$

Aufgabe 5 (10 Punkte) Sei w^r das Spiegelwort zum Wort w, d.h., w^r ist das Wort w von hinten nach vorne gelesen. Beispielsweise gilt $(\mathtt{abac})^r = \mathtt{caba}$. Sei weiters L^r die Spiegelsprache zur Sprache L, die dadurch entsteht, dass jedes Wort in L gespiegelt wird: $L^r = \{\, w^r \mid w \in L \,\}$.
Sei $\mathcal{A} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ ein beliebiger deterministischer Automat und $L = \mathcal{L}(\mathcal{A})$ die von ihm akzeptierte Sprache. Geben Sie ein Verfahren an, um daraus einen Automaten $\mathcal{A}^r$ für die Spiegelsprache zu erhalten; es soll also $\mathcal{L}(\mathcal{A}^r) = L^r$ gelten. Welche Eigenschaft regulärer Sprachen ergibt sich daraus? Lässt sich das Verfahren auch auf nicht-deterministische Automaten anwenden? Wenden Sie Ihr Verfahren auf den folgenden Automaten an und konstruieren Sie einen Automaten für die Spiegelsprache.



3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 WS 2014/SS 2015 27. Mai 2015			
Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) Ein elektronisches Tresorschloss besteht aus einem zweistelligen Display sowie den Tasten `+`, `L`, `R`, `Ok` und `Reset`. Jede Stelle des Displays kann eine der drei Ziffern 0, 1 oder 2 anzeigen. Mit jedem Drücken der `+`-Taste ändert sich die Anzeige der aktiven Stelle von 0 auf 1, von 1 auf 2 bzw. von 2 auf 0. Welche der beiden Stellen aktiv ist, lässt sich durch die `L`- und `R`-Taste kontrollieren: Ein- oder mehrmaliges Drücken der `L`- bzw. `R`-Taste aktiviert die linke bzw. rechte Stelle. Im Anfangszustand zeigt das Display die Zahl 00 an und die linke Stelle ist aktiviert. Wird die Zahl 21 eingestellt und anschließend die `Ok`-Taste gedrückt, öffnet das Schloss; bei jeder anderen Zahl geht das Schloss in einen Fehlerzustand. Sowohl im geöffneten Zustand als auch im Fehlerzustand werden alle weiteren Tasten ausgenommen `Reset` ignoriert, d.h., sie beeinflussen den Zustand des Schlosses nicht. Wird zu einem beliebigen Zeitpunkt die `Reset`-Taste gedrückt, geht das Schloss wieder in den Anfangszustand über. Das Schloss lässt sich zum Beispiel mit jeder der beiden folgenden Tastenkombinationen öffnen:

```
+ + R + Ok
+ Reset + L R + L + Ok Ok
```

- Überlegen Sie, welche Informationen notwendig sind, um den Zustand des Schlosses zu beschreiben. Wieviele Zustände kann das Schloss annehmen? Wieviele Zustände sind es im Allgemeinen, wenn das Schloss n Ziffern (statt 3) pro Stelle sowie k Stellen (statt 2) besitzt?
- Legen Sie die möglichen Aktionen fest, die zu einem Zustandswechsel führen.
- Geben Sie einen endlichen Automaten an, der das Verhalten des beschriebenen Schlosses vollständig beschreibt. Die Sprache des Automaten sollen genau jene Tastenkombinationen sein, die den Tresor öffnen. Spezifizieren Sie die Übergangsfunktion des Automaten mittels einer Tabelle.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Der Lambdakalkül (oder λ-Kalkül) ist eines der Modelle für Berechenbarkeit. Jede mit einem Computer berechenbare Funktion lässt sich durch einen Ausdruck im Lambdakalkül (einen sogenannten λ-Term) darstellen und berechnen.
Es gibt drei Arten von λ-Termen. Zunächst ist bereits jede *Variable* ein solcher. (Treffen Sie geeignete Annahmen über die zulässigen Variablenbezeichnungen.) Weiters können mittels λ-*Abstraktion* anonyme (d.h., unbenannte) Funktionen definiert werden, die eine Variable als Parameter besitzen; diese wird später bei der Abarbeitung im zugehörigen λ-Term ersetzt. λ-Abstraktionen werden mit dem Zeichen „λ“ eingeleitet; ein Punkt trennt die Variable vom zugehörigen λ-Term. Eine *Applikation* steht für die Anwendung einer Funktion auf ein Argument und besteht aus zwei aufeinanderfolgenden λ-Termen, einem für die Funktion und einem für das Argument. Getrennt werden die beiden Terme durch ein Leerzeichen. λ-Abstraktionen und Applikationen werden geklammert.

Beispiele zulässiger λ-Terme:

$(\lambda x.x)$	λ-Abstraktion
$(x\ y)$	Applikation, bei der x auf y angewendet wird.
$((x\ y)\ z)$	Applikation, bei der das Ergebnis von $(x\ y)$ auf z angewendet wird.
$(\lambda x.(\lambda x.(x\ y)))$	λ-Term mit zwei λ-Abstraktionen und einer Applikation.

a) Geben Sie eine induktive Definition für die Menge der λ-Terme an.

b) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik für die Menge der λ-Terme an. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu halten.

c) Zeigen Sie, dass der λ-Term $(\lambda x.(\lambda y.((x\ (\lambda z.y))\ z)))$ in der Sprache Ihrer Grammatik liegt.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Amelie hat für die Kinopremiere von „Godzilla – jetzt erst recht!“ vier Karten gewonnen. Sie überlegt, welche ihrer fünf Freunde Lisa, Sophie, Anna, Kurt und Max sie mitnehmen soll:
„Lisa hat mich letztes Mal auch mitgenommen, sie kommt auf jeden Fall mit! Max und Anna sind erst seit kurzem ein Paar; Anna kommt sicher nur dann mit, wenn ich Max auch einlade. Außer Lisa möchte ich jedenfalls ein weiteres Mädchen dabei haben. Sophie und Max streiten immer, die kann ich nicht gemeinsam einladen. Wenn ich Sophie nicht einlade, kann ich Anna auch nicht mitnehmen, sonst ist Sophie eifersüchtig.“

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b) Wen nimmt Amelie mit ins Kino? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Seien *Spielt*, *Band*, *Laut* und *Musik* Prädikatensymbole und *pop* sowie *rock* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Musik}(x)\ \ldots$	x ist eine Musikrichtung	$\mathit{Spielt}(x,y)\ \ldots$	x spielt y
$\mathit{Band}(x)\ \ldots$	x ist eine Band	$\mathit{pop}\ \ldots$	Pop
$\mathit{Laut}(x)\ \ldots$	x ist laut	$\mathit{rock}\ \ldots$	Rock

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Es gibt laute Bands, die Rock aber nicht Pop spielen.

b) Alle Bands spielen die gleiche laute Musik.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Abba, AC/DC, STS, KISS, Cure, Soul, Jazz, Pop, Reggae, Rock, Metal}\}\\
I(\mathit{Band}) &= \{\text{Abba, AC/DC, STS}\}\\
I(\mathit{Laut}) &= \{\text{AC/DC, KISS, Cure}\}\\
I(\mathit{Musik}) &= \{\text{Pop, Rock, Metal, Soul, Jazz}\}\\
I(\mathit{Spielt}) &= \{(\text{AC/DC, Rock}), (\text{AC/DC, Pop}),\quad (\text{STS, Rock}), (\text{STS, Jazz}),\\
&\qquad (\text{KISS, Rock}), (\text{KISS, Metal}), (\text{KISS, Jazz}),\\
&\qquad (\text{Cure, Rock}), (\text{Cure, Soul})\}\\
I(\mathit{reggae}) &= \text{Reggae}\\
I(\mathit{rock}) &= \text{Rock}
\end{aligned}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\forall x\,(\mathit{Musik}(x) \supset \exists y\,(\mathit{Band}(y) \wedge \mathit{Spielt}(x,y)))$

d) $\forall x\,(\mathit{Spielt}(x,\mathit{rock}) \wedge \neg \mathit{Spielt}(x,\mathit{reggae}))$

e) $\exists x \exists y\,(\mathit{Band}(x) \wedge \mathit{Laut}(x) \wedge \mathit{Musik}(y) \wedge \mathit{Spielt}(x,y))$

f) $\exists x\,(\mathit{Spielt}(x,\mathit{reggae}) \supset \mathit{Spielt}(x,\mathit{rock}))$

Aufgabe 5 (10 Punkte) Seien $\mathcal{A}_1 = \langle Q_1, \Sigma, \delta_1, i_1, F_1\rangle$ und $\mathcal{A}_2 = \langle Q_2, \Sigma, \delta_2, i_2, F_2\rangle$ zwei beliebige deterministische Automaten über demselben Alphabet Σ.

a) Geben Sie eine allgemeine Methode an, um daraus einen Automaten $\mathcal{A}$ für den Durchschnitt der beiden zugehörigen Sprachen zu konstruieren, d.h., es soll $\mathcal{L}(\mathcal{A}) = \mathcal{L}(\mathcal{A}_1) \cap \mathcal{L}(\mathcal{A}_2)$ gelten.

b) Wenden Sie Ihr Verfahren auf die beiden folgenden Automaten an.

$$\mathcal{A}_1 = \langle \{1,2,3\}, \{\mathtt{a},\mathtt{b}\}, \delta_1, 1, \{2\}\rangle$$

$$\mathcal{A}_2 = \langle \{x,y\}, \{\mathtt{a},\mathtt{b}\}, \delta_2, x, \{y\}\rangle$$

δ_1	a	b
1	2	3
2	2	2
3	3	3

δ_2	a	b
x	y	x
y	y	x

c) Welche Eigenschaft regulärer Sprachen ergibt sich aus der Tatsache, dass immer ein Automat für die Schnittsprache kontruiert werden kann? Begründen Sie Ihre Antwort.

3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 WS 2014/SS 2015 8. September 2015			
Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) Zahlen werden im Ternärsystem (Dreiersystem) durch Folgen der Zeichen 0, 1 und 2 dargestellt, wobei die einzelnen Stellen mit Potenzen von 3 gewichtet werden. Etwa repräsentiert das Ternärnumeral 1201

- die Zahl $1 \cdot 3^0 + 2 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^3 = 34$, wenn das Numeral mit der niedrigstwertigen Stelle beginnt, bzw.
- die Zahl $1 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 = 46$, wenn das Numeral mit der höchstwertigen Stelle beginnt.

a) Geben Sie einen Mealy-Automaten an, der die Summe zweier Ternärnumerale gleicher Länge berechnet und wieder als Ternärnumeral ausgibt. Nehmen Sie an, dass die Numerale mit der *niedrigstwertigen* Stelle beginnen.

Beispiel: Die Eingabe der Addition $\substack{122\\120}$ führt zur Ausgabe 210, da: $1 + 1 = 2$ ohne Übertrag; $2 + 2 = 1$ mit Übertrag 1; $2 + 0 +$ Übertrag $= 0$ mit Übertrag 1. Folgt als weitere Spalte $\substack{0\\0}$, wird wegen des Übertrags der bisherigen Rechnung als nächstes Symbol 1 ausgegeben.

Welche Bedeutung besitzen die Zustände sowie die Ein- und Ausgabesymbole Ihres Automaten?

Wieviele Zustände benötigen Sie im Allgemeinen, wenn der Automat zwei Numerale zur Basis $n > 3$ addieren soll? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Geben Sie einen Transducer an, der die Summe von Ternärnumeralen gleicher Länge berechnet, die mit der *höchstwertigen* Stelle beginnen. Beispielsweise sind die Paare $(\substack{102\\020}, 122)$ und $(\substack{122\\120}, 1012)$ in der Übersetzungsrelation des Transducers enthalten, da $102_3 + 020_3 = 122_3$ bzw. $122_3 + 120_3 = 1012_3$ gilt.

Welche Zustände benötigen Sie nun, welche Bedeutung haben sie?

Hinweis: Transducer dürfen in jeder Hinsicht indeterministisch sein: sie können mehrere Folgezustände für eine Eingabe besitzen, und es ist auch das Leerwort als Ein- bzw. Ausgabe erlaubt.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Eisenbahnstrecken werden aus Sicherheitsgründen in Abschnitte unterteilt, in denen sich jeweils höchstens ein Zug befinden darf. Jeder Abschnitt wird durch eine Ampel gesichert, die nur dann grün ist, wenn der Abschnitt frei ist. Ein Zug darf nur dann in den nächsten Abschnitt einfahren, wenn die Ampel grün ist.

a) Geben Sie ein Petri-Netz an, das eine Eisenbahnstrecke zwischen zwei Bahnhöfen A und B modelliert, die in zwei solche Abschnitte unterteilt ist. Nehmen Sie an, dass sich zu Beginn zwei Zügen im Bahnhof A befinden.

Erklären Sie die Bedeutung der Stellen und der Transitionen Ihres Petri-Netzes.

b) Geben Sie alle möglichen Markierungen an, die von der Startmarkierung aus erreichbar sind, sowie ihre Reihenfolge. (Verwenden Sie eine geeignete Kurznotation für die Markierungen; es ist nicht notwendig, das vollständige Petri-Netz zu kopieren.)

Aufgabe 3 (10 Punkte) Heinz F. möchte das Äußere seines Hauses, das aus *Tür*, *Fensterrahmen*, *Wand* und *Dach* besteht, neu streichen. Als Patriot will er für jeden dieser vier Bereiche nur eine der Farben *rot* oder *weiß* verwenden. Heinz stellt folgende Überlegungen an:
„Mindestens einer der vier Bereiche soll weiß sein, und mindestens zwei davon rot. Die Wand soll nur dann weiß sein, wenn die Tür rot ist. Tür und Fensterrahmen sollen aber nicht beide rot sein. Dach und Wand sollen jedenfalls nicht dieselbe Farbe erhalten.“

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b) Welche Möglichkeiten hat Heinz unter diesen Umständen für die Farben von Tür, Fensterrahmen, Wand und Dach? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Seien $\mathit{SpieltMit}/2$, $\mathit{Vater}/1$ und $\mathit{Kind}/1$ Prädikatensymbole sowie *albrecht* und *frieda* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{SpieltMit}(x, y)$	$\ldots$ x spielt mit y	*albrecht*	$\ldots$ Albrecht
$\mathit{Vater}(x)$	$\ldots$ x ist ein Vater	*frieda*	$\ldots$ Frieda
$\mathit{Kind}(x)$	$\ldots$ x ist ein Kind		

Verwenden Sie diese Symbole, um die folgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Alle Väter, die mit Albrecht spielen, spielen auch mit Frieda.

b) Manche Kinder spielen mit allen Vätern.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Albrecht}, \text{Bogdan}, \text{Erich}, \text{Frieda}, \text{Kathrin}, \text{Nina}, \text{Tamara}\} \\
I(\mathit{Vater}) &= \{\text{Bogdan}, \text{Erich}\} \\
I(\mathit{Kind}) &= \{\text{Albrecht}, \text{Frieda}, \text{Nina}\} \\
I(\mathit{SpieltMit}) &= \{(\text{Albrecht}, \text{Frieda}), (\text{Bogdan}, \text{Albrecht}), (\text{Erich}, \text{Albrecht}), (\text{Erich}, \text{Frieda}), \\
&\qquad (\text{Frieda}, \text{Nina}), (\text{Frieda}, \text{Kathrin}), (\text{Frieda}, \text{Albrecht}), (\text{Nina}, \text{Frieda}), \\
&\qquad (\text{Tamara}, \text{Erich}), (\text{Tamara}, \text{Bogdan}), (\text{Tamara}, \text{Albrecht})\}, \\
I(\mathit{albrecht}) &= \text{Albrecht} \qquad I(\mathit{frieda}) = \text{Frieda}
\end{aligned}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\forall x\, (\mathit{Vater}(x) \supset \exists y\, (\mathit{Kind}(y) \land \mathit{SpieltMit}(x, y)))$

d) $\forall x\, (\mathit{Vater}(x) \land \mathit{SpieltMit}(x, \mathit{albrecht}))$

e) $\exists x\, (\mathit{Kind}(x) \land \forall y\, (\mathit{Kind}(y) \supset \mathit{SpieltMit}(x, y)))$

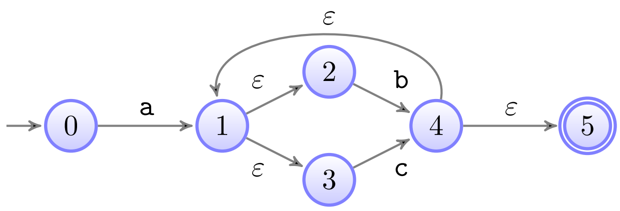
f) $\forall x\, (\mathit{SpieltMit}(x, \mathit{frieda}) \not\equiv \mathit{SpieltMit}(x, \mathit{albrecht}))$

Aufgabe 5 (10 Punkte) Zu jedem nicht-deterministischen Automaten $\mathcal{A} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F\rangle$ mit der Übergangsrelation $\delta \subseteq Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times Q$ definieren wir einen Automat $\hat{\mathcal{A}} = \langle Q, \Sigma, \hat{\delta}, q_0, \hat{F}\rangle$ mit geänderter Übergangsrelation $\hat{\delta} \subseteq Q \times \Sigma \times Q$ und geänderter Endzustandsmenge $\hat{F} \subseteq Q$:

$$\hat{\delta} = \{\, (q, s, q') \in (Q \times \Sigma \times Q) \mid (q, s, q') \in \delta^* \,\}$$
$$\hat{F} = \{\, q \in Q \mid (q, \varepsilon, q_f) \in \delta^*,\ q_f \in F \,\}$$

(δ^* bezeichnet die erweiterte Übergangsrelation zur ursprünglichen Übergangsrelation δ).

a) Konstruieren Sie den Automaten $\hat{\mathcal{A}}$ zu folgendem Automaten $\mathcal{A}$.

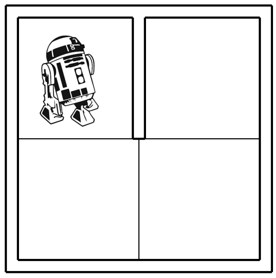


b) In welchem Zusammenhang steht im Allgemeinen der zu einem Automaten $\mathcal{A}$ so konstruierte Automat $\hat{\mathcal{A}}$? Welche Sprache akzeptiert er, welche Eigenschaften besitzt er?

3.0/2.0 VU Formale Modellierung			
185.A06	SS 2015/WS 2015	15. Dezember 2015	
Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) Der Roboter R2-D2 wird in eine Höhle abgeseilt, um sie zu erkunden. Sein Kollege C-3PO gibt ihm von oben Anweisungen, was er tun soll, und zwar entweder auf der Stelle eine Vierteldrehung nach links durchführen, oder eine Vierteldrehung nach rechts, oder aber einen Schritt nach vorn machen. Nachdem R2-D2 die Aktion ausgeführt hat, meldet er, was er vor sich sieht: Wand oder Gang. Falls er bei einem Schritt mit der Wand kollidiert, meldet er eine Kollision.

Nehmen Sie an, dass die Höhle so aussieht wie rechts skizziert, dass sich R2-D2 zu Beginn im linken oberen Feld befindet und dass er in Richtung freies Feld (Gang) blickt. Die doppelten Linien markieren Wände. In jedem kollisionsfreien Schritt bewegt sich R2-D2 um ein Feld vorwärts.
Erhält R2-D2 beispielsweise die Anweisungen „Schritt vor“, „Schritt vor“, „Drehung links“ und „Schritt vor“, meldet er „Wand“, „Kollision“, „Gang“ und „Wand“ und befindet sich zuletzt im Feld rechts unten.



a) Überlegen Sie, welche Informationen notwendig sind, um die momentane Situation von R2-D2 in der Höhle zu beschreiben. Wieviele Zustände kann das Roboter-Höhle-System annehmen? Wieviele Zustände sind es im Allgemeinen, wenn die Höhle b Felder breit und l Felder lang ist? Wie lassen sich die Zustände kompakt bezeichnen?

b) Legen Sie die Aktionen fest, die zu einem Zustandswechsel führen, sowie die möglichen Reaktionen von R2-D2. Definieren Sie ein entsprechendes Ein- und Ausgabealphabet.

c) Geben Sie einen Mealy-Automaten an, der das Roboter-Höhle-System vollständig beschreibt. Sie können den Automaten graphisch oder tabellarisch spezifizieren.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Sei $\mathcal{M}$ folgende Teilmenge der Anweisungen der Programmiersprache MODULA.

- Zuweisungen haben die Form b `:=` a
  b ist ein Bezeichner, der mit einem Buchstaben beginnt und auf den beliebig viele Buchstaben und Ziffern folgen können. a steht für einen Ausdruck.

- Blöcke besitzen die Form `BEGIN` m_1`;` $\ldots$`;` m_n `END`
  Dabei können $m_1, \ldots, m_n$ $(n \geq 1)$ beliebige Anweisungen aus $\mathcal{M}$ sein, die durch einen Strichpunkt getrennt werden.

- Konditionale können folgende Formen annehmen:

  IF a_1 THEN f_1 END
  IF a_1 THEN f_1 ELSE f_2 END
  IF a_1 THEN f_1 ELSIF a_2 THEN f_2 END
  IF a_1 THEN f_1 ELSIF a_2 THEN f_2 ELSE f_3 END
  IF a_1 THEN f_1 ELSIF a_2 THEN f_2 ELSIF a_2 THEN f_3 END
  IF a_1 THEN f_1 ELSIF a_2 THEN f_2 ELSIF a_2 THEN f_3 ELSE f_4 END
  $\vdots$

  Das heißt, dem If-Teil folgt immer ein Then-Teil, dann kommt eine beliebige Zahl von Elsif-Teilen, und zuletzt kann optional ein Else-Teil folgen. a_i steht dabei für Ausdrücke, f_i für Anweisungsfolgen der Form m_1 ; $\ldots$; m_n, wie sie auch bei Blöcken vorkommen.

- Exit-Anweisungen bestehen nur aus dem Schlüsselwort `EXIT`.

- Schleifen sehen genauso aus wie Blöcke, außer dass das Schlüsselwort `LOOP` das Wort `BEGIN` ersetzt.

Beispiel eines Programms in $\mathcal{M}$:

```
LOOP
  X1 := a1;
  IF a2 THEN EXIT
  ELSIF a3 THEN X2 := a4
  END
END
```

Beschreiben Sie die Sprache $\mathcal{M}$ aller derartigen Anweisungen mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie so weit wie möglich EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu halten und rekursive Regeln zu vermeiden.
Nehmen Sie an, dass es bereits Produktionen gibt, die es ermöglichen, aus dem Nonterminal *Ausdruck* die zulässigen Ausdrücke (wie a_1, a_2, $\ldots$) zu erzeugen. Es ist nicht notwendig, Leerzeichen und ähnliches (*white space*) zu berücksichtigen.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Schneewittchen möchte in die Stadt einkaufen gehen, benötigt dafür aber mindestens zwei Zwerge als Geleitschutz. Sneezy, Bashful und Dopey müssen Holz hacken und scheiden als Begleitung aus. Die anderen vier diskutieren, wer mit in die Stadt geht.

Grumpy: „Wir können Doc und Sleepy nicht gemeinsam gehen lassen."
Doc: „Wenn ich gehe, dann muss Happy mitkommen!"
Happy: „Ich gehe nur, wenn ich nicht gemeinsam mit Grumpy gehen muss."
Sleepy: „Ich komme dann und nur dann mit, wenn mich Happy oder Doc begleiten."

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der Aussagenvariablen an.

b) Können sich die Zwerge entscheiden, wer Schneewittchen begleitet? Wenn ja, wer kommt als Begleitung in Frage? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Seien $\mathit{Besitzt}/2$, $\mathit{Zauberer}/1$, $\mathit{Magisch}/1$ und $\mathit{Waffe}/1$ Prädikatensymbole sowie *schwert* und *stab* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Zauberer}(x)$	... x ist ein Zauberer	$\mathit{Besitzt}(x, y)$	... x besitzt y
$\mathit{Magisch}(x)$	... x ist magisch	*schwert*	... Schwert
$\mathit{Waffe}(x)$	... x ist eine Waffe	*stab*	... Zauberstab

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Kein Zauberer besitzt sowohl ein Schwert als auch einen Zauberstab.

b) Es gibt Zauberer, die alle magischen Waffen besitzen.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Draco}, \text{Harry}, \text{Hermine}, \text{Ron}, \text{Zauberstab}, \text{Drache}, \text{Kessel}, \text{Teppich},\\
&\quad \text{Schwert}, \text{Pistole}, \text{Zaubertrank}\}\\
I(\mathit{Zauberer}) &= \{\text{Harry}, \text{Hermine}, \text{Ron}\}\\
I(\mathit{Magisch}) &= \{\text{Zauberstab}, \text{Drache}, \text{Kessel}, \text{Teppich}\}\\
I(\mathit{Waffe}) &= \{\text{Zauberstab}, \text{Drache}, \text{Schwert}, \text{Pistole}, \text{Zaubertrank}\}\\
I(\mathit{Besitzt}) &= \{(\text{Harry}, \text{Drache}), (\text{Harry}, \text{Schwert}), (\text{Harry}, \text{Zauberstab}), (\text{Harry}, \text{Kessel}),\\
&\quad (\text{Harry}, \text{Teppich}), (\text{Draco}, \text{Zaubertrank}), (\text{Draco}, \text{Drache}),\\
&\quad (\text{Hermine}, \text{Drache}), (\text{Hermine}, \text{Zauberstab}), (\text{Hermine}, \text{Schwert}),\\
&\quad (\text{Ron}, \text{Kessel}), (\text{Ron}, \text{Drache}), (\text{Ron}, \text{Zauberstab})\}\\
I(\mathit{schwert}) &= \text{Schwert} \qquad I(\mathit{stab}) = \text{Zauberstab} \qquad I(\mathit{drache}) = \text{Drache}
\end{aligned}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x\, (\mathit{Zauberer}(x) \land \forall y\, (\mathit{Magisch}(y) \supset \mathit{Besitzt}(x, y)))$

d) $\forall x(\mathit{Zauberer}(x) \land \mathit{Besitzt}(x, \mathit{stab}))$

e) $\exists x\, (\mathit{Zauberer}(x) \land \mathit{Besitzt}(x, \mathit{drache}) \land \neg \mathit{Besitzt}(x, \mathit{schwert}))$

f) $\forall x(\mathit{Besitzt}(x, \mathit{stab}) \lor \mathit{Besitzt}(x, \mathit{drache}))$

Aufgabe 5 (10 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass die Formeln

$$(A \land \neg B) \lor (\neg A \land B) \quad \text{und} \quad (A \lor B) \land (\neg A \lor \neg B)$$

logisch äquivalent sind. Verwenden Sie die Axiome der Boolschen Algebra für $\land$, $\lor$ und $\neg$, keine Wahrheitstafel. Die Feststellung, dass laut Vorlesung beide Formeln dasselbe wie $A \not\equiv B$ sind, ist kein Beweis.

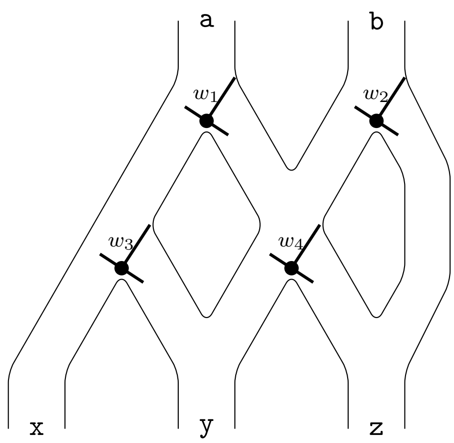
b) Zeigen Sie, dass die Formeln

$$\neg\exists x(P(x) \land \forall y(Q(y) \supset R(x, y))) \quad \text{und} \quad \forall y \exists x(\neg P(y) \lor (Q(x) \land \neg R(y, x)))$$

logisch äquivalent sind.

3.0/2.0 VU Formale Modellierung			
185.A06	SS 2015/WS 2015	20. Jänner 2016	
Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) Max erhält zum Geburtstag ein Knobelspiel, das aus einem Würfel und einer Stahlkugel besteht. Der Würfel besitzt oben zwei Löcher (bezeichnet mit `a` und `b`) und unten drei (bezeichnet mit `x`, `y` und `z`). Wirft man die Kugel bei einem der beiden oberen Löcher hinein, kommt sie bei einem der unteren drei wieder heraus. Die Aufgabe besteht nun darin das Loch vorherzusagen, bei dem die Kugel erscheinen wird. Um die Sache schwieriger zu gestalten, sind die Eingänge nicht fest mit den Ausgängen verbunden, sondern werden durch Weichen umgeleitet, die sich mit jeder vorbeikommenden Kugel verstellen.
Nach einiger Zeit verliert Max die Geduld und zerlegt den Würfel. Er findet vier Weichen (w_1 bis w_4) vor, die folgendermaßen angeordnet sind:



Bei der momentanen Weichenstellung werden die Kugeln nach links geleitet, sodass die Kugel vom Eingang `a` zum Ausgang `x` bzw. vom Eingang `b` zum Ausgang `y` rollen würde. Dabei würden die Weichen w_1 und w_3 bzw. w_2 und w_4 umgeschaltet werden. Wirft man etwa die Kugel viermal in den Eingang `a`, kommt sie zuerst bei Ausgang `x`, dann zweimal bei Ausgang `y` und schließlich bei Ausgang `z` zum Vorschein; die Weichen befinden sich danach wieder in der Ausgangsstellung.
Modellieren Sie das Verhalten dieses Spiels mit Hilfe eines Moore- oder Mealy-Automaten. Bei Eingabe eines Wortes über $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$ soll der Automat jene Ausgänge liefern, bei denen die Kugel erscheinen würde. Sie können die Übergangs- und Ausgabefunktion graphisch oder als Tabelle darstellen.
Berechnen Sie $\gamma^*(q_0, \mathtt{aabaabb})$, wobei γ die Ausgabefunktion und q_0 den Anfangszustand Ihres Automaten bezeichnet.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Am Flughafen gibt es eine Fluglinie mit drei Check-in Schaltern, bei denen die Fluggäste parallel einchecken können. Dazu müssen sie sich in einer gemeinsamen Schlange anstellen. Sobald ein Gast an der Reihe ist, geht er zum nächsten freien Check-in Schalter. Bei jedem Schalter kann immer nur ein Gast bedient werden. Danach sammeln sich die Fluggäste am Gate.

Modellieren Sie dieses System mit Hilfe eines Petri-Netzes. Geben Sie eine geeignete Anfangsmarkierung an. Geben Sie den Stellen und Transitionen geeignete Bezeichnungen, die ihre Rolle beschreiben.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Seien folgende Mengen von Variablen-, Funktions- und Prädikatensymbole gegeben.

$$\begin{aligned}\mathcal{V} &= \{x, y, z\}\\ \mathcal{F} &= \{\mathit{latein}/0,\ \mathit{spanisch}/0,\ \mathit{mehr}/1\}\\ \mathcal{P} &= \{\mathit{Schüler}/1,\ \mathit{Wahlfach}/1,\ \mathit{Wählt}/2\}\end{aligned}$$

Geben Sie eine strukturierte kontextfreie Grammatik für die Sprache der prädikatenlogischen Formeln über diesen Symbolmengen an. Beispiele für Wörter, die in dieser Formelsprache liegen:
$\forall x\,(\mathit{Schüler}(x) \supset \exists y\,(\mathit{Wahlfach}(y) \wedge \mathit{Wählt}(x,y)))$
$\forall x\,(\mathit{Wählt}(x, \mathit{spanisch}) \vee \mathit{Wählt}(x, \mathit{mehr}(\mathit{spanisch})) \vee \mathit{Wählt}(x, \mathit{mehr}(\mathit{mehr}(\mathit{spanisch}))))$

Aufgabe 4 (10 Punkte) Anna hat für den Geburtstag ihrer Freundin Hatice Muffins gebacken und überlegt nun, wie sie diese verzieren soll. Im Kasten findet sie Haselnüsse, Krokant, Schokostreusel und Marzipanherzen. Sie überlegt: „Damit die Muffins hübsch aussehen, benötige ich mindestens zwei Zutaten. Ich werde entweder Haselnüsse oder Krokant wählen, aber sicher nicht beide zusammen, da sie zu ähnlich sind. Ich möchte Krokant oder Schokostreusel verwenden, vielleicht auch beide. Wenn ich Schokostreusel verwende, dann kann ich keine Marzipanherzen auf die Muffins geben. Ich glaube, Hatice möchte entweder Schokostreusel und Krokant oder sie möchte Marzipanherzen mit Haselnüssen.“

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung jeder Aussagenvariablen an.

b) Mit welchen Zutaten dekoriert Anna die Muffins? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Seien $\mathit{Isst}/2$, $\mathit{Mädchen}/1$, $\mathit{Speise}/1$ und $\mathit{Gesund}/1$ Prädikatensymbole sowie *salat* und *steak* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Isst}(x,y)$	… x isst y	$\mathit{Gesund}(x)$	… x ist gesund
$\mathit{Mädchen}(x)$	… x ist ein Mädchen	*salat*	… Salat
$\mathit{Speise}(x)$	… x ist eine Speise	*steak*	… Steak

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Manche Mädchen essen nur dann Steak, wenn sie auch gesunde Speisen essen.

b) Gesunde Mädchen essen manche Speisen, aber keinen Salat.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Anna}, \text{Tina}, \text{Mia}, \text{Sophie}, \text{Salat}, \text{Schnitzel}, \text{Spätzle}, \text{Suppe}, \\
&\quad\ \text{Steak}, \text{Spaghetti}, \text{Pizza}\} \\
I(\textit{Mädchen}) &= \{\text{Anna}, \text{Mia}, \text{Sophie}\} \\
I(\textit{Speise}) &= \{\text{Salat}, \text{Schnitzel}, \text{Suppe}, \text{Steak}\} \\
I(\textit{Gesund}) &= \{\text{Suppe}, \text{Salat}, \text{Pizza}, \text{Steak}\} \\
I(\textit{Isst}) &= \{(\text{Anna}, \text{Suppe}), (\text{Anna}, \text{Salat}), (\text{Anna}, \text{Spätzle}), \\
&\quad\ (\text{Mia}, \text{Schnitzel}), (\text{Mia}, \text{Salat}), (\text{Mia}, \text{Suppe}), \\
&\quad\ (\text{Tina}, \text{Pizza}), (\text{Tina}, \text{Salat}), (\text{Tina}, \text{Spaghetti}), \\
&\quad\ (\text{Sophie}, \text{Steak}), (\text{Sophie}, \text{Spaghetti})\} \\
I(\textit{salat}) &= \text{Salat} \qquad I(\textit{steak}) = \text{Steak}
\end{aligned}$$

Geben Sie an, ob die nachfolgenden Formeln in dieser Interpretation wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x\,(\textit{Isst}(x, \textit{salat}) \supset \textit{Isst}(x, \textit{steak}))$

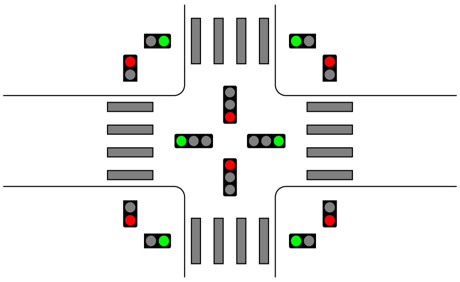
d) $\forall x(\textit{Isst}(x, \textit{salat}) \not\equiv \textit{Isst}(x, \textit{steak}))$

e) $\exists x \exists y\,(\textit{Speise}(y) \land \textit{Mädchen}(x) \land \textit{Isst}(x, y))$

f) $\forall x \exists y\,(\textit{Gesund}(x) \supset (\textit{Mädchen}(y) \land \textit{Isst}(y, x)))$

3.0 VU Formale Modellierung 185.A06 WS 2015/SS 2016 24. Mai 2016			
Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) Eine kreuzförmige Straßenkreuzung ist mit Fahrzeugampeln (vier Phasen) und Fußgängerampeln (zwei Phasen) für alle Richtungen ausgestattet. Es gibt keine speziellen Ampeln für Abbieger.



Modellieren Sie die Schaltfolgen der Ampeln mit Hilfe eines Petri-Netzes. Geben Sie eine geeignete Anfangsmarkierung an. Geben Sie den Stellen und Transitionen geeignete Bezeichnungen, die ihre Rolle beschreiben.

Hinweis: Ampeln, die sich identisch verhalten, können als eine einzige Ampel betrachtet werden.

Aufgabe 2 (10 Punkte) DATALOG ist eine logikorientierte Datenbanksprache. DATALOG-Programme bestehen aus Folgen von sogenannten Klauseln. Es gibt zwei Arten von Klauseln: Fakten und Regeln.

Ein Faktum besteht aus einer Atomformel gefolgt von einem Punkt. Eine Regel besteht aus einer Atomformel, gefolgt von den Zeichen `:-` sowie einer nicht-leeren Liste von Atomformeln, die durch Beistriche getrennt werden. Regeln enden ebenfalls mit einem Punkt.

Eine Atomformel ist ein Name, dem optional eine in runden Klammern eingeschlossene Argumentliste folgen kann. Eine Argumentliste ist eine nicht-leere Folge von Namen und Variablen in beliebiger Reihenfolge, die voneinander durch Kommas getrennt werden.

Ein Name ist eine nicht-leere Folge von Buchstaben und Ziffern, die mit einem Kleinbuchstaben beginnt. Eine Variable ist eine nicht-leere Folge von Buchstaben und Ziffern, die mit einem Großbuchstaben beginnt.

Beispielsweise besteht das folgende DATALOG-Programm aus zwei Fakten und drei Regeln; `adam`, `seth`, `istKindVon` usw. sind Namen, `X` und `Y` sind Variablen.

```
istKindVon(seth,adam).
istKindVon(enosh,seth).
istNachfahreVon(X,Y) :- istKindVon(X,Y).
istNachfahreVon(X,Z) :- istKindVon(X,Y), istNachfahreVon(Y,Z).
istMensch(X) :- istNachfahreVon(X,adam).
```

Beschreiben Sie die zulässigen DATALOG-Programme mittels einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie so weit wie möglich EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu halten und rekursive Regeln zu vermeiden.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Thomas wird im Sommer in das Ferienlager am Wolfgangsee fahren. Um den Organisatoren die Planung zu erleichtern, soll er davor bekannt geben, welche Sportarten (maximal drei) er dort ausüben möchte. Thomas kann sich nur schwer entscheiden und schreibt folgende Email.

> *Liebe Organisatoren,*
> *ich freue mich schon sehr auf den Sommer und das Camp!*
> *Fußball und Handball sind beide ok, ich möchte aber auf keinen Fall beide machen, das wäre mir zu anstrengend. Mein Freund Florian kommt auch ins Camp und geht Bogenschießen, das möchte ich auf jeden Fall auch machen! Falls ich beim Rudern teilnehme, möchte ich auch segeln, damit sich der Weg zum See auszahlt; Segeln ohne Rudern kann ich mir aber schon vorstellen, das ist alleine auch spannend genug. Ich möchte gerne meine Oberarme trainieren, dafür sind wohl Rudern oder Handball ganz gut geeignet; auch beide gleichzeitig wären in Ordnung.*
> *Bis bald, Thomas*

a) Helfen Sie den Organisatoren die Email zu analysieren, indem Sie die beschriebenen Wünsche mit allen Anhaltspunkte durch aussagenlogische Formeln ausdrücken. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b) Lassen sich Thomas' Wünsche berücksichtigen? Welche Varianten sind möglich? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Seien *Beherbergt*/2, *Gefährlich*/1, *Tier*/1 und *Zoo*/1 Prädikatensymbole sowie *elefant*, *löwe* und *schlange* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Beherbergt}(x, y)$	… x beherbergt y	*elefant*	… Elefant
$\mathit{Gefährlich}(x)$	… x ist gefährlich	*löwe*	… Löwe
$\mathit{Tier}(x)$	… x ist ein Tier	*schlange*	… Schlange
$\mathit{Zoo}(x)$	… x ist ein Zoo		

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Alle Zoos beherbergen Schlangen, Löwen oder beides.

b) Es gibt einen Zoo, der alle gefährlichen Tiere beherbergt.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Affe}, \text{Berlin}, \text{Elefant}, \text{Krokodil}, \text{Löwe}, \text{München},\\
&\quad\ \text{Pinguin}, \text{Robbe}, \text{Salzburg}, \text{Schlange}, \text{Tiger}, \text{Wien}\}\\
I(\mathit{Beherbergt}) &= \{(\text{Berlin}, \text{Affe}), (\text{Berlin}, \text{Löwe}), (\text{Berlin}, \text{Robbe}),\\
&\quad\ (\text{München}, \text{Elefant}), (\text{München}, \text{Löwe}), (\text{Salzburg}, \text{Löwe}), (\text{Salzburg}, \text{Robbe}),\\
&\quad\ (\text{Wien}, \text{Affe}), (\text{Wien}, \text{Krokodil}), (\text{Wien}, \text{Schlange}), (\text{Wien}, \text{Tiger})\}\\
I(\mathit{Gefährlich}) &= \{\text{Affe}, \text{Krokodil}, \text{Löwe}, \text{Robbe}\}\\
I(\mathit{Tier}) &= \{\text{Löwe}, \text{Pinguin}, \text{Robbe}, \text{Schlange}, \text{Tiger}\}\\
I(\mathit{Zoo}) &= \{\text{Berlin}, \text{Salzburg}, \text{Wien}\}
\end{aligned}$$

$$I(\mathit{löwe}) = \text{Löwe} \qquad I(\mathit{schlange}) = \text{Schlange} \qquad I(\mathit{elefant}) = \text{Elefant}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der angegebenen Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x \exists y\, (\mathit{Zoo}(x) \wedge \mathit{Gefährlich}(y) \wedge \mathit{Beherbergt}(x, y))$

d) $\forall x\, (\mathit{Beherbergt}(x, \mathit{schlange}) \not\equiv \mathit{Beherbergt}(x, \mathit{löwe}))$

e) $\exists x\, (\mathit{Zoo}(x) \wedge \mathit{Beherbergt}(x, \mathit{elefant}) \wedge \mathit{Beherbergt}(x, \mathit{löwe}))$

f) $\forall x \exists y\, (\mathit{Zoo}(x) \wedge \mathit{Gefährlich}(y) \wedge \mathit{Beherbergt}(x, y))$

Aufgabe 5 (10 Punkte) In Büchern über formale Sprachen ist folgende Definition zu finden:

> Eine *reguläre Grammatik* wird durch ein 4-Tupel $G = \langle V, T, P, S\rangle$ festgelegt, wobei
>
> - V und T endliche, disjunkte Mengen von Symbolen sind ($V \cap T = \{\}$),
> - S ein Symbol aus V ist ($S \in V$) und
> - $P \subseteq V \times (T \cdot V \cup \{\varepsilon\})$ eine endliche Menge von Paaren ist.
>
> Die Elemente von P werden Produktionen genannt; statt $(x, y) \in P$ wird auch $x \to y$ geschrieben. Die Notation $x \to y_1 \mid \cdots \mid y_n$ ist eine Abkürzung für die Produktionen $x \to y_1, \ldots, x \to y_n$.
>
> Das Wort $u\,y\,v$ ist aus dem Wort $u\,x\,v$ in einem Schritt ableitbar, geschrieben $u\,x\,v \Rightarrow u\,y\,v$, wenn $x \to y$ gilt. Die von G generierte Sprache $\mathcal{L}(G)$ ist definiert als die Menge $\{\, w \in T^* \mid S \stackrel{*}{\Rightarrow} w \,\}$, wobei $\stackrel{*}{\Rightarrow}$ den reflexiven und transitiven Abschluss von $\Rightarrow$ bezeichnet.[1]

Geben Sie an, welche der folgenden Tupeln eine reguläre Grammatik gemäß der obigen Definition darstellt. Begründen Sie Ihre Antwort, falls es sich um keine reguläre Grammatik handelt. Entspricht das Tupel der Definition, geben Sie die Sprache an, die durch die Grammatik generiert wird.

a) $\langle \{\mathtt{X}\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}, \{\mathtt{X} \to \mathtt{aXb} \mid \varepsilon\}, \mathtt{X}\rangle$

b) $\langle \{\mathtt{X}, \mathtt{Y}\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}, \{\mathtt{X} \to \mathtt{aX} \mid \mathtt{bY} \mid \varepsilon, \mathtt{Y} \to \mathtt{bY}\}, \mathtt{X}\rangle$

c) $\langle \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}, \{\mathtt{X}, \mathtt{Y}\}, \{\mathtt{a} \to \mathtt{Xa} \mid \mathtt{Yb} \mid \varepsilon, \mathtt{b} \to \mathtt{Yb}\}, \mathtt{b}\rangle$

d) $\langle \{\mathtt{X}, \mathtt{Y}\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}, \{\mathtt{X} \to \mathtt{Xa} \mid \mathtt{Yb} \mid \varepsilon, \mathtt{Y} \to \mathtt{Yb} \mid \varepsilon\}, \mathtt{X}\rangle$

---

[1] Das heißt, dass $\stackrel{*}{\Rightarrow}$ die kleinste Relation mit folgenden Eigenschaften ist:

- Aus $u \Rightarrow v$ folgt $u \stackrel{*}{\Rightarrow} v$.
- Es gilt $u \stackrel{*}{\Rightarrow} u$ für alle Wörter $u \in T^*$.
- Aus $u \stackrel{*}{\Rightarrow} v$ und $v \stackrel{*}{\Rightarrow} w$ folgt $u \stackrel{*}{\Rightarrow} w$.

Anschaulich gesprochen steht $\stackrel{*}{\Rightarrow}$ für die Ableitbarkeit in beliebig vielen Schritten.

3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 WS 2015/SS 2016 6. Sept. 2016			
Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) Der Tankvorgang an einer Selbstbedienungstankstelle besteht aus folgenden Schritten. Der Kunde fährt zu einer freien Zapfsäule und betankt das Auto. Anschließend begleicht er beim Tankwart die Rechnung. Nach dem Zahlen fährt der Kunde von der Zapfsäule weg und gibt sie damit für den nächsten Kunden frei.
Modellieren Sie eine Tankstelle mit zwei Zapfsäulen mit Hilfe eines Petri-Netzes. Berücksichtigen Sie alle Schritte des beschriebenen Ablaufs. Beachten Sie, dass an jeder Zapfsäule zu jedem Zeitpunkt höchstens ein Auto betankt werden kann und dass der Tankwart immer nur einen Bezahlvorgang durchführen kann. Nehmen Sie für die Anfangsmarkierung an, dass fünf Autos die Tankstelle nützen wollen. Geben Sie den Stellen und Transitionen geeignete Bezeichnungen, die ihre Rolle beschreiben.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Dienstag, 13:00 Uhr. Es ist wieder Zeit für die Vorlesung aus Formale Modellierung. Doch als eine Gruppe Studierender pünktlich zu Vorlesungsbeginn das AudiMax betritt, findet sie anstelle des Professors eine Bombe mit fünf Kippschaltern sowie einen Zettel mit folgender Nachricht.

> Liebe Studierende,
>
> um euch zur Aussagenlogik zu motivieren, habe ich diese Bombe gebaut. Sie hat fünf Kippschalter (A, B, C, D und E), die jeweils in der Position „oben“ bzw. „unten“ stehen können. Die fünf Kippschalter müssen um 14:00 alle an der richtigen Position stehen, sonst explodiert die Bombe und ihr werdet alle mit dem wohlriechenden Schleim überzogen, den ich in die Bombe gefüllt habe. Hier sind eure Hinweise.
>
> - Mindestens drei Schalter müssen oben sein, sonst knallt’s.
> - B darf nicht in der gleichen Position sein wie C, sonst knallt’s.
> - Wenn D oben ist, müssen C und E unten sein, sonst knallt’s.
> - A muss oben sein, sonst … eh schon wissen.
> - Zumindest C oder D müssen oben sein, vielleicht sogar beide, sonst …

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b) Wie müssen die Kippschalter stehen? Ist es möglich, die Bombe zu entschärfen? Gibt es eine Lösung oder mehrere? Welche? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Seien *Jagt*/2, *Superheld*/1, *Verrückt*/1 und *Schurke*/1 Prädikatensymbole sowie *catwoman* und *riddler* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$Jagt(x, y)$	... x jagt y	$catwoman$	... Catwoman
$Superheld(x)$	... x ist ein Superheld	$riddler$	... Riddler
$Verrückt(x)$	... x ist verrückt		
$Schurke(x)$	... x ist ein Schurke		

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Alle Superhelden jagen verrückte Schurken.

b) Manche Verrückte jagen Catwoman aber nicht Riddler.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Aquaman}, \text{Riddler}, \text{Superman}, \text{Batman}, \text{Catwoman}, \text{WonderWoman}, \text{Joker},\\
&\quad \text{Firebug}, \text{Pinguin}, \text{Cluemaster}\}\\
I(\mathit{Superheld}) &= \{\text{Superman}, \text{Batman}, \text{Catwoman}, \text{WonderWoman}\}\\
I(\mathit{Verrückt}) &= \{\text{Joker}, \text{Riddler}, \text{Firebug}\}\\
I(\mathit{Schurke}) &= \{\text{Joker}, \text{Firebug}, \text{Pinguin}, \text{Catwoman}, \text{Cluemaster}\}\\
I(\mathit{Jagt}) &= \{(\text{Superman}, \text{Riddler}), (\text{Superman}, \text{Joker}),\\
&\quad (\text{Batman}, \text{Riddler}), (\text{Batman}, \text{Pinguin}), (\text{Batman}, \text{Cluemaster}),\\
&\quad (\text{Catwoman}, \text{Riddler}), (\text{WonderWoman}, \text{Riddler}), (\text{WonderWoman}, \text{Joker}),\\
&\quad (\text{Aquaman}, \text{Riddler}), (\text{Aquaman}, \text{Firebug}), (\text{Aquaman}, \text{Catwoman})\},\\
I(\mathit{catwoman}) &= \text{Catwoman} \qquad I(\mathit{riddler}) = \text{Riddler}
\end{aligned}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\forall x\,(Superheld(x) \supset \exists y\,(Verrückt(y) \land Jagt(x, y)))$

d) $\forall x\, Jagt(x, riddler)$

e) $\forall x\,(Schurke(x) \supset \exists y\,(Superheld(y) \land Jagt(y, x)))$

f) $\exists x\,(\neg Jagt(x, x) \land Jagt(x, catwoman))$

Aufgabe 4 (10 Punkte) Seien folgende Mengen von Variablen-, Funktions- und Prädikatensymbole gegeben.

$$\begin{aligned}
\mathcal{V} &= \{x, y, z\}\\
\mathcal{F} &= \{catwoman/0,\ riddler/0\}\\
\mathcal{P} &= \{Superheld/1,\ Schurke/1,\ Verrückt/1,\ Jagt/2\}
\end{aligned}$$

Geben Sie eine strukturierte kontextfreie Grammatik für die Sprache der prädikatenlogischen Formeln über diesen Symbolmengen an. Beispiele für Wörter, die in dieser Formelsprache liegen:
$\forall x\,(Schurke(x) \supset \exists y\,(Superheld(y) \land Jagt(y, x)))$
$\exists x\,(\neg Jagt(x, x) \land Jagt(x, catwoman))$

Aufgabe 5 (10 Punkte) SAT-Solver sind Programme, die als Eingabe eine Formel in konjunktiver Normalform erwarten und diese auf Erfüllbarkeit testen. Als Ausgabe liefern sie die Information „erfüllbar“ bzw. „unerfüllbar“. Im ersten Fall wird eine erfüllende Variablenbelegung als Nachweis für die Erfüllbarkeit ausgegeben.
Beispiel: Für die konjunktive Normalform $(A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$ liefern SAT-Solver die Antwort „erfüllbar“ und eine der Variablenbelegungen $I_1(A) = I_1(B) = 1$ oder $I_2(A) = I_2(B) = 0$.

Angenommen Sie und Ihre Kollegin modellieren das gleiche aussagenlogische Problem. Sie können sich zwar über die benötigten Aussagenvariablen und ihre Bedeutung einigen, für die Problembeschreibung benötigen Sie aber zwei Formeln F und G, während Ihre Kollegin mit einer einzigen Formel H auskommt, die ganz anders aussieht als Ihre Formeln. Wie können Sie mit Hilfe eines SAT-Solvers überprüfen, ob die beiden Beschreibungen gleichwertig (semantisch äquivalent) sind? Beschreiben Sie alle erforderlichen Schritte. Was bedeutet es, wenn der SAT-Solver eine erfüllende Variablenbelegung findet?

3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 SS 2016/WS 2016 19. Dez. 2016			
Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) Die *B-Sprache*, auch *Bebe-Sprache* oder *Bebe-Sprabachebe* genannt, ist eine bei Kindern beliebte Geheimsprache, bei der die normale Sprache nach folgenden Regeln verfremdet wird.

- Vokale werden verdoppelt und es wird der Buchstabe „b" eingeschoben. Zum Beispiel ergibt sich aus dem Wort `hallo` das Geheimwort `haballobo`.

  Vokale im Deutschen: a, e, i, o, u, y; die Umlaute ä, ö und ü lassen wir der Einfachheit halber weg.

- Zwielauten (Diphtongen) wird „ab" vorangestellt. So wird aus `bauer` das Geheimwort `babaueber`, aus `mais` wird `mabais`., u.s.w.

  Zwielaute im Deutschen: ai, au, ay, ei, ey, eu, und ui; die Variante äu lassen wir der Einfachheit halber weg.

- Das lange I, „ie", zählt als Vokal, dem „ib" vorangestellt wird. Aus `dieb` ergibt sich somit `dibieb`.

Geben Sie einen endlichen Automaten an, der jene Zeichenfolgen über dem Alphabet $\{\mathtt{a}, \dots, \mathtt{z}, \sqcup\}$ akzeptiert, die diese Regeln befolgen. Beispielsweise soll der Automat das Wort `deber␣babaueber␣eberntebet␣deben␣mabais` akzeptieren, nicht aber das Wort `der␣bauer␣erntet␣den␣mais`.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Laura, Mark und Nicole gehen nach der Vorlesung meist gemeinsam abendessen. Wir wollen wissen, wer von ihnen zum Essen gerne Bier trinkt, es gibt aber nur folgende Informationen.

- Wenn Laura ein Bier bestellt, bestellt auch Mark eines.
- Es kann vorkommen, dass Mark oder Nicole ein Bier bestellen, aber nie beide zusammen.
- Hingegen bestellt Laura oder Nicole sicher ein Bier, oft auch beide.
- Nicole bestellt nur dann ein Bier, wenn Laura es auch tut.

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b) Wer der drei trinkt zum Essen gerne Bier? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Seien *Bekämpft*/2, *Jedi*/1, *Sith*/1 und *Dunkel*/1 Prädikatensymbole sowie *yoda* ein Konstantensymbol mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Jedi}(x)$	... x ist ein Jedi-Ritter	$\mathit{Bekämpft}(x,y)$	... x bekämpft y
$\mathit{Sith}(x)$	... x ist ein Sith	yoda	... Yoda
$\mathit{Dunkel}(x)$	... x ist dunkel		

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Es gibt dunkle Sith, die alle Jedi-Ritter bekämpfen.

b) Kein Jedi-Ritter bekämft alle Sith.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Obi-Wan}, \text{Yoda}, \text{Luke}, \text{Anakin}, \text{DarthVader}, \text{DarthBane}, \text{DarthMaul},\\
&\quad\ \text{DarthTyrannus}, \text{DarthSidious}, \text{Yaddle}\}\\
I(\mathit{Jedi}) &= \{\text{Obi-Wan}, \text{Yoda}, \text{Luke}, \text{DarthVader}, \text{Yaddle}\}\\
I(\mathit{Sith}) &= \{\text{DarthVader}, \text{DarthBane}, \text{DarthMaul}, \text{DarthTyrannus}\}\\
I(\mathit{Dunkel}) &= \{\text{DarthBane}, \text{DarthVader}, \text{Anakin}\}\\
I(\mathit{Bekämpft}) &= \{(\text{Obi-Wan}, \text{DarthTyrannus}), (\text{Obi-Wan}, \text{DarthBane}), (\text{Obi-Wan}, \text{DarthMaul}),\\
&\quad\ (\text{Yoda}, \text{DarthMaul}), (\text{Yoda}, \text{DarthTyrannus}),\\
&\quad\ (\text{Luke}, \text{Anakin}), (\text{Luke}, \text{DarthTyrannus}),\\
&\quad\ (\text{DarthVader}, \text{Luke}), (\text{DarthVader}, \text{DarthVader}),\\
&\quad\ (\text{Anakin}, \text{Obi-Wan}), (\text{Anakin}, \text{Luke}), (\text{Anakin}, \text{DarthVader}),\\
&\quad\ (\text{DarthBane}, \text{Obi-Wan}), (\text{DarthBane}, \text{Luke}), (\text{DarthBane}, \text{Yoda}),\\
&\quad\ (\text{DarthSidious}, \text{Yaddle})\}\\
I(\mathit{luke}) &= \text{Luke}\\
I(\mathit{darthvader}) &= \text{DarthVader}
\end{aligned}$$

Geben Sie an, ob die nachfolgenden Formeln in dieser Interpretation wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x\, (\mathit{Dunkel}(x) \land \mathit{Sith}(x) \land (\mathit{Bekämpft}(x, \mathit{luke}) \not\equiv \mathit{Bekämpft}(x, \mathit{darthvader})))$

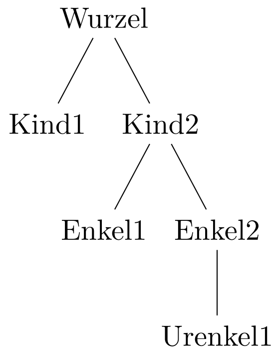
d) $\forall x \exists y\, (\mathit{Jedi}(x) \land \mathit{Sith}(y) \land \mathit{Bekämpft}(x, y))$

e) $\forall x\, (\mathit{Dunkel}(x) \supset \mathit{Bekämpft}(x, \mathit{luke}))$

f) $\forall x (\mathit{Jedi}(x) \supset \exists y (\mathit{Sith}(y) \land \mathit{Bekämpft}(y, x)))$

Aufgabe 4 (10 Punkte) Baumdiagramme können in LaTeX mit dem Paket TikZ erstellt werden. Beispielsweise kann ein einfacher Baum mit vier Ebenen folgendermaßen beschrieben werden.

```
\begin{tikzpicture}
 \node{Wurzel}
   child{node{Kind1}}
   child{node{Kind2}
     child{node{Enkel1}}
     child{node{Enkel2}
       child{node{Urenkel1}}
          }
        };
\end{tikzpicture}
```



Die Beschreibungen sind zwischen `\begin{tikzpicture}` und `\end{tikzpicture}` eingeschlossen. Jeder Knoten beginnt mit dem Schlüsselwort `node`. Danach folgt die Bezeichnung, die aus Buchstaben und Ziffern besteht, in geschwungenen Klammern. Im Anschluss an einen Knoten werden seine Unterbäume aufgelistet. Jeder Unterbaum beginnt mit dem Schlüsselwort `child`, dem in geschwungenen Klammern ein weiterer Knoten mit dessen Unterbäumen folgt. Dem Schlüsselwort `node` des Wurzelknotens geht ein verkehrter Schrägstrich (\) voraus; dem letzten Unterbaum folgt ein Strichpunkt (`;`).

Sei $\mathcal{L}$ die Menge derartiger einfacher TikZ-Baumbeschreibungen. Spezifizieren Sie die Sprache $\mathcal{L}$ mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren.

Handelt es sich bei $\mathcal{L}$ um eine reguläre Sprache, d.h., lässt sich diese Sprache auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck spezifizieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Wir nennen eine kontextfreie Grammatik $G = \langle V, T, P, S\rangle$ *Automatengrammatik*, falls $P \subseteq V \times (T^* \cdot (V \cup \{\varepsilon\})$ gilt.

a) Geben Sie zwei Beispiele für Automatengrammatiken an.

b) Geben Sie zwei Beispiele für kontextfreie Grammatiken an, die keine Automatengrammatiken sind.

c) Beschreiben Sie ein allgemeines Verfahren, um zu einer gegebenen Automatengrammatik einen endlichen Automaten zu konstruieren, der die Sprache der Grammatik akzeptiert.

3.0/2.0 VU Formale Modellierung

185.A06 SS 2016/WS 2016 16. Jan. 2017

Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe
			A

Aufgabe 1 (10 Punkte) Eine Fastfood-Kette bietet folgende Möglichkeiten um zu bestellen.

- Will man sein Auto nicht verlassen, fährt man zum *Drive-Thru* und gibt dort über eine Gegensprechanlage seine Bestellung bei einem Mitarbeiter auf. Anschließend fährt man zur Ausgabe, wo ein Mitarbeiter zuerst den offenen Betrag kassiert und anschließend die Bestellung aushändigt.
- Im Restaurant selbst gibt es drei weitere Möglichkeiten:
  - Wählt man die klassische Art zu bestellen, geht man zum *Counter* und gibt dort die Bestellung bei einem Mitarbeiter auf. Hat man bezahlt, so erhält man eine Abholnummer und wartet anschließend in der Abholzone auf die fertige Bestellung.
  - Alternativ geht man zu einem *Bestellterminal*, wählt dort am Bildschirm die gewünschten Speisen aus und zahlt anschließend mit Bankomatkarte. Dann erhält man eine Abholnummer und wartet anschließend in der Abholzone auf die fertige Bestellung.
  - Oder man bestellt und bezahlt via *Handy-App*. Auch in diesem Fall erhält man eine Abholnummer für die Abholzone.

Modellieren Sie dieses Bestellkonzept mit Hilfe eines Petri-Netzes mit folgenden Rahmenbedingungen: Es gibt drei Mitarbeiter, die flexibel beim Drive-Thru, am Counter und in der Abholzone eingesetzt werden. Es gibt einen Counter und ein Bestellterminal. Zu Beginn befinden sich zwei Autos am Drive-Thru und fünf Kunden im Eingangsbereich des Restaurants, die sich noch für eine der drei Möglichkeiten, im Restaurant zu bestellen, entscheiden müssen.
Hinweis: Überlegen Sie, wann ein Mitarbeiter in einen Prozess involviert ist und bilden Sie in Ihrem Netz ab, wann ein Mitarbeiter „belegt“ ist.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Herr Winter vom Sonnenschein-Gymnasium findet nach einem Geografietest zwei identische Schummelzettel am Boden. Für ihn kommen fünf Schüler in Frage, die schon öfters durch Abschreiben aufgefallen sind. Nachdem die Schummelzettel Computerausdrucke sind, kommt eine Schriftanalyse nicht in Frage. Nach kurzer Diskussion mit den anderen Lehrern der Klasse hat er folgende Informationen:

- Anton, Bea oder Christian – zumindest einer der drei hat sicher geschummelt.
- Bea hat dann und nur dann geschummelt, wenn Doris nicht geschummelt hat.
- Wenn Christian nicht geschummelt hat, dann haben entweder Anton oder Doris geschummelt, aber sicher nicht beide.

- Wenn Christian geschummelt hat, dann sicher auch Emil ... die stecken doch immer unter einer Decke!

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b) Lassen sich die zwei Schummler aufgrund dieser Hinweise eindeutig ermitteln? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Seien $\mathit{Frisst}/2$, $\mathit{Vogel}/1$, $\mathit{Futter}/1$ und $\mathit{Groß}/1$ Prädikatensymbole sowie *samen* und *beeren* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Vogel}(x)$	... x ist ein Vogel	$\mathit{Frisst}(x,y)$	... x frisst y
$\mathit{Futter}(x)$	... x ist Futter	*samen*	... Samen
$\mathit{Groß}(x)$	... x ist groß	*beeren*	... Beeren

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Manche Vögel fressen Samen aber keine Beeren.

b) Kein Futter wird von allen großen Vögeln gefressen.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Kakadu}, \text{Kiwi}, \text{Ara}, \text{Specht}, \text{Spatz}, \text{Nüsse}, \text{Körner}, \text{Samen}, \text{Würmer}, \text{Beeren},\\
&\quad \text{Früchte}\}\\
I(\mathit{Vogel}) &= \{\text{Kakadu}, \text{Kiwi}, \text{Ara}, \text{Specht}\}\\
I(\mathit{Futter}) &= \{\text{Körner}, \text{Samen}, \text{Würmer}, \text{Beeren}, \text{Früchte}\}\\
I(\mathit{Groß}) &= \{\text{Kakadu}, \text{Specht}, \text{Ara}, \text{Nüsse}\}\\
I(\mathit{Frisst}) &= \{(\text{Kakadu}, \text{Beeren}), (\text{Kakadu}, \text{Samen}),\\
&\quad (\text{Kiwi}, \text{Früchte}), (\text{Kiwi}, \text{Beeren}),\\
&\quad (\text{Ara}, \text{Würmer}), (\text{Ara}, \text{Samen}),\\
&\quad (\text{Specht}, \text{Körner}), (\text{Specht}, \text{Samen}), (\text{Specht}, \text{Würmer})\}\\
I(\mathit{beeren}) &= \text{Beeren}\\
I(\mathit{samen}) &= \text{Samen}
\end{aligned}$$

Geben Sie an, ob die nachfolgenden Formeln in dieser Interpretation wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort.

c) $\forall x\,((\mathit{Groß}(x) \land \mathit{Futter}(x)) \supset \mathit{Frisst}(x, \mathit{samen}))$

d) $\forall x \exists y\,(\mathit{Vogel}(x) \supset (\mathit{Futter}(y) \land \mathit{Frisst}(x,y))$

e) $\forall x \exists y\,(\mathit{Futter}(x) \supset (\mathit{Vogel}(y) \land \mathit{Groß}(y) \land \mathit{Frisst}(y,x)))$

f) $\exists x\,(\mathit{Vogel}(x) \land (\mathit{Frisst}(x, \mathit{beeren}) \not\equiv \mathit{Frisst}(x, \mathit{samen})))$

Aufgabe 4 (10 Punkte) If-Anweisungen in C++ beginnen mit dem Schlüsselwort `if`, dem zuerst in runden Klammern eine Bedingung und dann ein Anweisungsteil folgt. Der Anweisungsteil ist in geschwungenen Klammern (`{}`) eingeschlossen und besteht aus einer (möglicherweise auch leeren) Folge von Anweisungen. Für diese Aufgabe kann eine Anweisung aus einer beliebigen Kombination von Ziffern, Buchstaben und Sonderzeichen (ohne Strichpunkt) bestehen, die mit einem Strichpunkt (`;`) endet. Besteht der Anweisungsteil aus genau einer Anweisung, können die geschwungenen Klammern entfallen.
Eine Bedingung besteht aus zwei Operanden mit einem der Vergleichsoperatoren `==`, `<`, `<=`, `>`, `>=` oder `!=` dazwischen. Definieren Sie die Operanden in geeigneter Weise, sodass das Beispiel unten durch Ihre Grammatik beschrieben wird.
Nach dem `if`-Teil können beliebig viele `else-if`-Teile folgen. Der Aufbau ist analog zum `if`-Teil und unterscheidet sich nur durch das Schlüsselwort `else-if` anstelle von `if`.
Abschließend kann noch ein `else`-Teil folgen. Bei diesem folgt nach dem Schlüsselwort `else` direkt eine Anweisung bzw. eine Liste von Anweisungen (in geschwungenen Klammern).
Beispiel:

```
if (x!=7)
  x++;
else if (b==10)
{
  cout << "hurra!!" <<;
  x++;
}
else if (a>5)
  a=5;
else
{
  donothing$$?;
}
```

Anmerkung: Der Text beschreibt eine *vereinfachte Form* der If-Anweisungen in C++. Falls Sie mit C++ vertraut sind, achten Sie darauf, dass Ihre Grammatik das hier beschriebene Sprachfragment wiedergibt und nicht das, woran Sie sich erinnern.

a) Spezifizieren Sie die Sprache der `if`-Anweisungen mit Hilfe einer strukturierten kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Lesbarkeit zu erhöhen.

b) Kann man die hier beschriebene Sprache der `if`-Anweisungen auch mit Hilfe eines regulären Ausdrucks beschreiben? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 5 (10 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass die Formeln

$$(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B) \quad \text{und} \quad (A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$$

logisch äquivalent sind. Verwenden Sie die Axiome der Boolschen Algebra für $\wedge$, $\vee$ und $\neg$, keine Wahrheitstafel. Die Feststellung, dass laut Vorlesung beide Formeln dasselbe wie $A \equiv B$ sind, ist kein Beweis.

b) Zeigen Sie, dass die Formeln

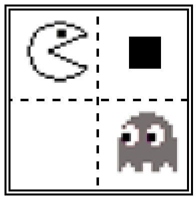
$$\forall y \exists x(\neg A(y) \vee (B(x) \wedge \neg C(y,x))) \quad \text{und} \quad \neg\exists x(A(x) \wedge \forall y(B(y) \supset C(x,y)))$$

logisch äquivalent sind. Geben Sie an, welches logische Gesetz Sie in jedem Schritt angewendet haben.

3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 WS 2016/SS 2017 31. Mai 2017			
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) Bei Pac-Man, einem Videospiel aus den 80ern, muss die Spielfigur Pac-Man Punkte in einem Labyrinth fressen, während sie von Geistern verfolgt wird. Pac-Man und jeder Geist kann pro Zug ein Feld nach oben, unten, links oder rechts bewegt werden, vorausgesetzt, es ist keine Mauer im Weg. Bewegt Pac-Man sich auf ein Feld mit einem Punkt, so frisst er diesen Punkt. Sind alle Punkte gefressen, gilt das Level als gewonnen. Befinden sich Pac-Man und ein Geist auf dem gleichen Feld, so wird Pac-Man vom Geist gefressen und das Spiel ist beendet. Befinden sich der letzte Punkt, Pac-Man und ein Geist auf demselben Feld, hat der Geist Vorrang, d.h., Pac-Man verliert auch in diesem Fall.

Nehmen Sie an, dass das aktuelle Level, das Pac-Man bewältigen muss, so aussieht wie rechts skizziert. Zu Beginn befindet sich Pac-Man im linken oberen Feld, im rechten unteren Feld ist ein Geist und im rechten oberen Feld ist ein Punkt (schwarzes Quadrat). Rundherum ist eine Mauer (doppelte Linie). Pac-Man gewinnt das Level, wenn er den einen Punkt frisst. Pac-Man verliert, falls er von dem Geist gefressen wird.



- Überlegen Sie, welche Informationen notwendig sind, um den Zustand des Systems zu beschreiben.
- Legen Sie die möglichen Aktionen fest, die zu einem Zustandswechsel führen können.
- Geben Sie einen endlichen Automaten an, der das Systemverhalten vollständig beschreibt. Gehen Sie dabei davon aus, dass Pac-Man und der Geist abwechselnd je einen Zug machen, wobei Pac-Man beginnt.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Thomas hat sich ein Haus mit Garten gekauft. Er hat zum ersten Mal einen Garten und hat keine Ahnung, was er alles im Frühling machen muss, damit sein Rasen gut gedeiht. Auch eine intensive Recherche im Internet hat ihn mehr verwirrt als zu helfen. Thomas hat alle Hinweise, die er gefunden hat zusammengeschrieben:

- Häufiges Gießen des Rasens führt zu schnellerem Wachstum. Dann muss der Rasen allerdings auch oft gemäht werden.
- Immer wenn der Rasen vertikutiert wird, sollten auch Samen gestreut werden, um den Rasen schnell wieder instandzusetzen. Ebenso macht Samen streuen nur Sinn, wenn zuvor vertikutiert wurde.
- Man sollte Samen streuen oder häufig den Rasen mähen. Beides gemeinsam darf nicht durchgeführt werden, sonst würde der Rasenmäher die frischen Keime zerstören.
- Wenn man vertikutiert, dann sollte man gießen aber nicht den Rasen mähen.

Er bittet seinen Freund Markus um Hilfe, der sich mit Aussagenlogik auskennt. Er weist ihn noch darauf hin, dass er nicht sehr viel Zeit hat und daher nur zwei Tipps befolgen kann.

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b) Kann Markus Thomas helfen und einen Rat geben? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Seien *Bewohnt*/2, *Orden*/1, *Planet*/1 und *Alt*/1 Prädikatensymbole sowie *naboo* und *alderaan* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Orden}(x)$	… x ist ein Orden	$\mathit{Bewohnt}(x, y)$	… x bewohnt y
$\mathit{Planet}(x)$	… x ist ein Planet	naboo	… Naboo
$\mathit{Alt}(x)$	… x ist alt	$\mathit{alderaan}$	… Alderaan

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Jeder alte Orden bewohnt entweder Naboo oder Alderaan.

b) Es gibt alte Planeten, die von allen Orden bewohnt werden.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Jedi-Ritter}, \text{Sith}, \text{Matukai}, \text{Watto}, \text{Mustafar}, \text{Zeison-Sha}, \text{Naboo}, \text{Alderaan},\\
&\qquad \text{Bespin}, \text{Endor}\}\\
I(\mathit{Orden}) &= \{\text{Jedi-Ritter}, \text{Sith}, \text{Matukai}, \text{Zeison-Sha}\}\\
I(\mathit{Planet}) &= \{\text{Naboo}, \text{Alderaan}, \text{Bespin}, \text{Endor}\}\\
I(\mathit{Alt}) &= \{\text{Naboo}, \text{Alderaan}, \text{Bespin}, \text{Endor}, \text{Watto}\}\\
I(\mathit{Bewohnt}) &= \{(\text{Jedi-Ritter}, \text{Bespin}), (\text{Jedi-Ritter}, \text{Endor}), (\text{Sith}, \text{Endor}),\\
&\qquad (\text{Zeison-Sha}, \text{Endor}), (\text{Zeison-Sha}, \text{Bespin}),\\
&\qquad (\text{Matukai}, \text{Naboo}), (\text{Matukai}, \text{Alderaan})\}\\
I(\mathit{naboo}) &= \text{Naboo} \qquad I(\mathit{alderaan}) = \text{Alderaan}
\end{aligned}$$

Geben Sie an, ob die nachfolgenden Formeln in dieser Interpretation wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\forall x\,(\mathit{Alt}(x) \supset \mathit{Planet}(x))$

d) $\exists x\,(\mathit{Bewohnt}(x, \mathit{naboo}) \lor \mathit{Bewohnt}(x, \mathit{alderaan}))$

e) $\forall x\,(\mathit{Orden}(x) \lor \mathit{Planet}(x) \lor \mathit{Alt}(x))$

f) $\exists x \exists y\,(\mathit{Orden}(x) \land \mathit{Planet}(y) \land \mathit{Bewohnt}(y, x))$

Aufgabe 4 (10 Punkte) *Graphen* treten in vielen technischen Bereichen auf und müssen daher oft durch Programme verarbeitet werden. DOT ist eine Sprache, um Graphen zu spezifizieren, also um die *Knoten* und die sie verbindenden *Kanten* festzulegen ebenso wie die *Eigenschaften* (Attribute) dieser beiden Objektarten. Wir beschreiben im Folgenden eine vereinfachte Version von DOT.

Jede Beschreibung eines Graphen in DOT beginnt mit dem Schlüsselwort `graph`, dem optional eine Graphbezeichnung folgt sowie in jedem Fall eine Anweisungsliste. Graphbezeichnungen sind beliebige Folgen von Buchstaben und Ziffern, die nicht mit einer Ziffer beginnen.

Anweisungslisten sind durch geschwungene Klammern (`{`,`}`) begrenzt und bestehen aus einer Folge von Anweisungen, die durch Strichpunkte (`;`) getrennt sind. Es gibt drei Arten von Anweisungen: Knotenanweisungen, Kantenanweisungen und Teilgraphen.
Eine Knotenanweisung besteht nur aus einem Knotennamen, dem optional eine Attributliste folgen kann. Attributlisten sind durch eckige Klammern (`[`,`]`) begrenzt und bestehen aus einer Folge von Attributnamen, die durch ein einzelnes Komma (`,`) voneinander getrennt sind. Für Knoten- und Attributnamen gelten dieselben Regeln wie für Graphbezeichnungen.
Kantenanweisungen sind Folgen von mindestens zwei Knotennamen oder Teilgraphen (Knoten und Graphen können beliebig abwechseln), die jeweils entweder durch die Zeichen `--` für ungerichtete Kanten bzw. durch `->` für gerichtete Kanten getrennt sind.
Die Beschreibung von Teilgraphen sieht genauso aus wie jene von Graphen, nur dass statt `graph` das Schlüsselwort `subgraph` verwendet wird. Wird keine Graphbezeichnung nach `subgraph` angegeben, kann auch das Schlüsselwort fehlen, sodass der Teilgraph gleich mit der geschwungenen Klammer beginnt.

Beispiel:

```
graph fmod {
  a [rot, ende];
  b [blau];
  c;
  a -- {b;c} -> d [gruen];
  subgraph xxx { a -- d }
}
```

Es wird ein Graph namens `fmod` definiert, der aus drei Knotenanweisungen, einer Kantenanweisung und einem Teilgraphen besteht. Die ersten beiden Knoten- und die Kantenanweisung enthalten eine Attributliste. Die Kantenanweisung enthält den unbenannten Teilgraphen `{b;c}`. Die letzte Anweisung definiert einen Teilgraphen `xxx`, der aus einer einzigen Kantenanweisung besteht.

Sei $\mathcal{D}$ die Menge derartiger Graphbeschreibungen in Dot (ohne Berücksichtigung von Leerzeichen und Zeilenumbrüchen). Spezifizieren Sie die Sprache $\mathcal{D}$ mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren.
Handelt es sich bei $\mathcal{D}$ um eine reguläre Sprache, d.h., lässt sich diese Sprache im Prinzip auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck spezifizieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 5 (10 Punkte) In Büchern über formale Sprachen ist folgende Definition zu finden:

> Eine *monotone Grammatik* wird durch ein 4-Tupel $G = \langle V, T, S, P\rangle$ festgelegt, wobei
>
> - V und T endliche, disjunkte Mengen von Symbolen sind ($V \cap T = \{\}$),
> - S ein Symbol aus V ist ($S \in V$) und
> - P eine endliche Menge von Paaren (x, y) ist, wobei $x, y \in (V \cup T)^+$ und $|x| \leq |y|$ gilt.[1]
>
> Die Elemente von P werden Produktionen genannt; statt $(x, y) \in P$ wird auch $x \to y$ geschrieben. Die Notation $x \to y_1 \mid \cdots \mid y_n$ ist eine Abkürzung für die Produktionen $x \to y_1, \ldots, x \to y_n$.
>
> Das Wort $u\,y\,v$ ist aus dem Wort $u\,x\,v$ in einem Schritt ableitbar, geschrieben $u\,x\,v \Rightarrow u\,y\,v$, wenn $x \to y$ gilt. Die von G generierte Sprache $\mathcal{L}(G)$ ist definiert

[1] $|x|$ bezeichnet die Anzahl der Zeichen in x. Die Bedingung $|x| \leq |y|$ bedeutet also, dass y nicht kürzer sein darf als x.

als die Menge $\{ w \in T^* \mid S \overset{*}{\Rightarrow} w \}$, wobei $\overset{*}{\Rightarrow}$ den reflexiven und transitiven Abschluss von $\Rightarrow$ bezeichnet.[2]

Überprüfen Sie, welche der folgenden Tupeln eine monotone Grammatik gemäß der obigen Definition darstellen. Begründen Sie Ihre Antwort, falls es sich um keine monotone Grammatik handelt. Entspricht das Tupel der Definition, geben Sie die Sprache an, die durch die Grammatik generiert wird.

a) $\langle\{\mathtt{S}\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}, \mathtt{S}, \{\mathtt{S} \to \mathtt{ab}, \mathtt{ab} \to \mathtt{aba}\}\rangle$

b) $\langle\{\mathtt{S}, \mathtt{a}\}, \{\mathtt{b}\}, \mathtt{S}, \{\mathtt{S} \to \mathtt{ab}, \mathtt{ab} \to \mathtt{aba}\}\rangle$

c) $\langle\{\mathtt{S}\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}, \mathtt{S}, \{\mathtt{S} \to \mathtt{a\,S\,b} \mid \varepsilon\}\rangle$

d) $\langle\{\mathtt{b}\}, \{\mathtt{S}, \mathtt{a}\}, \mathtt{b}, \{\mathtt{S} \to \mathtt{ab}, \mathtt{b} \to \mathtt{aba}\}\rangle$

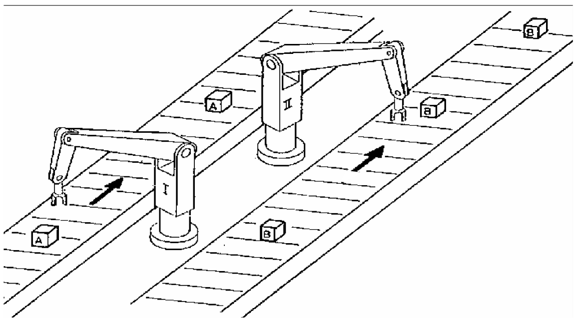
[2]Das heißt, dass $\overset{*}{\Rightarrow}$ die kleinste Relation mit folgenden Eigenschaften ist:

- Aus $u \Rightarrow v$ folgt $u \overset{*}{\Rightarrow} v$.
- Es gilt $u \overset{*}{\Rightarrow} u$ für alle Wörter $u \in T^*$.
- Aus $u \overset{*}{\Rightarrow} v$ und $v \overset{*}{\Rightarrow} w$ folgt $u \overset{*}{\Rightarrow} w$.

Anschaulich gesprochen steht $\overset{*}{\Rightarrow}$ für die Ableitbarkeit in beliebig vielen Schritten.

3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 WS 2016/SS 2017 5. September 2017			
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) In einer Fabrik werden auf zwei Fertigungsstraßen zwei unterschiedliche Sorten von Werkstücken, A und B, bearbeitet. Es gibt zwei Handhabungsgeräte I und II. Für die Bearbeitung von Werkstücken der Sorte A werden beide Handhabungsgeräte gleichzeitig benötigt, für die Bearbeitung der Sorte B nur das Gerät II.



Modellieren Sie den beschriebenen Sachverhalt mit Hilfe eines Petri-Netzes. Gehen Sie davon aus, dass es zu Beginn zwei Werkstücke der Sorte A und drei Werkstücke der Sorte B gibt, die auf die Bearbeitung warten. Wählen Sie geeignete Bezeichnungen für die Transitionen und Stellen.[1]

Aufgabe 2 (10 Punkte) In der Klasse 7C soll ein Geografietest stattfinden. Doch als der Lehrer die Klasse betreten will, kann er die Tür nicht öffnen: sie wurde von innen mit Sesseln verbarrikadiert. Ein paar Tage später befragt die Direktorin die üblichen Verdächtigen um herauszufinden, wer bei diesem Streich beteiligt war. Anschließend hält sie folgende Eindrücke fest:

- Wenn Franz beteiligt war, dann sicher auch Karl und Sarah.
- Wenn Sarah beteiligt war, dann war Elias sicher nicht dabei.
- Franz oder Elias waren sicher mit von der Partie, vielleicht sogar beide.
- Elias und Karl mögen einander gar nicht, die beiden waren sicher nicht gemeinsam beteiligt.
- Franz war nur dann beteiligt, wenn Elias beteiligt war.

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b) Welche Personen verdächtigt die Direktorin, am Streich beteiligt gewesen zu sein? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

[1] Aufgabe inspiriert von „Petri-Netze für Ingenieure“ von Dirk Abel

Aufgabe 3 (10 Punkte) Seien *Besitzt*/2, *Clown*/1, *Markenzeichen*/1 und *Lustig*/1 Prädikatensymbole sowie *hut*, *großeschuhe* und *peruecke* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Clown}(x)$	… x ist ein Clown	*hut*	… Hut
$\mathit{Markenzeichen}(x)$	… x ist ein Markenzeichen	*großeschuhe*	… große Schuhe
$\mathit{Lustig}(x)$	… x ist lustig	*peruecke*	… Perücke
$\mathit{Besitzt}(x, y)$	… x besitzt y		

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Alle Clowns besitzen lustige Markenzeichen sowie einen Hut.

b) Es gibt lustige Clowns, die alle Markenzeichen besitzen.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Enrico}, \text{Coco}, \text{Poppo}, \text{Zippo}, \text{Frosty}, \text{Pennywise}, \text{roteNase}, \text{großeSchuhe}, \\
&\quad\ \text{Hut}, \text{Perücke}, \text{Spritzblume}, \text{dickerBauch}\} \\
I(\mathit{Clown}) &= \{\text{Enrico}, \text{Coco}, \text{Frosty}, \text{Pennywise}\} \\
I(\mathit{Markenzeichen}) &= \{\text{roteNase}, \text{großeSchuhe}, \text{Hut}, \text{Perücke}, \text{Spritzblume}, \text{dickerBauch}\} \\
I(\mathit{Lustig}) &= \{\text{roteNase}, \text{großeSchuhe}, \text{Hut}, \text{Perücke}, \text{Enrico}\} \\
I(\mathit{Besitzt}) &= \{(\text{Enrico}, \text{roteNase}), (\text{Enrico}, \text{Hut}), (\text{Enrico}, \text{dickerBauch}), \\
&\quad\ (\text{Coco}, \text{dickerBauch}), (\text{Coco}, \text{Hut}), (\text{Frosty}, \text{Hut}), \\
&\quad\ (\text{Frosty}, \text{roteNase}), (\text{Pennywise}, \text{Hut}), (\text{Pennywise}, \text{dickerBauch}), \\
&\quad\ (\text{Spritzblume}, \text{großeSchuhe})\}
\end{aligned}$$

$$I(\mathit{hut}) = \text{Hut} \qquad I(\mathit{großeschuhe}) = \text{großeSchuhe} \qquad I(\mathit{peruecke}) = \text{Perücke}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x\, (\mathit{Besitzt}(x, \mathit{großeschuhe}) \land \neg \mathit{Besitzt}(x, \mathit{peruecke}))$

d) $\exists x\, (\mathit{Clown}(x) \supset \mathit{Besitzt}(x, \mathit{peruecke}))$

e) $\forall x\, (\mathit{Besitzt}(x, \mathit{hut}) \not\equiv \mathit{Besitzt}(x, \mathit{peruecke}))$

f) $\forall x\, ((\mathit{Clown}(x) \land \mathit{Lustig}(x)) \supset \exists y\, \mathit{Besitzt}(x, y))$

Aufgabe 4 (10 Punkte) Brüche können im Textsatzsystem LaTeX mit dem Befehl

`\frac{`*Zaehler*`}{`*Nenner*`}`

dargestellt werden. Für diese Aufgabe nehmen wir an, dass *Zaehler* und *Nenner* nur ganze Zahlen, weitere Brüche sowie Summen und Differenzen solcher Zahlen und Brüche sein können. Der gesamte Ausdruck muss entweder zwischen `\(` und `\)` oder zwischen `\[` und `\]` gestellt werden, damit LaTeX weiß, ob der Bruch im Fließtext oder auf einer eigenen Zeile gesetzt werden soll.

Einige Beispiele für derartige Brüche mit dem entsprechenden LaTeX-Code (wobei allerdings der Unterschied zwischen Fließtext und eigener Zeile, also zwischen `\(···\)` und `\[···\]` nicht sichtbar ist):

$\frac{5}{2}$	`\(\frac{5}{2}\)`
$\frac{7}{8-2}$	`\[\frac{7}{8-2}\]`
$\frac{\frac{1}{2+5}-1}{1+\frac{1}{25-6}}$	`\[\frac{\frac{1}{2+5}-1}{1+\frac{1}{25-6}}\]`
$\frac{15}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+3}}}$	`\(\frac{15}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+3}}}\)`

Sei $\mathcal{B}$ die Menge dieser einfachen LaTeX-Brüche. Beschreiben Sie die Sprache $\mathcal{B}$ mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren.
Handelt es sich bei $\mathcal{B}$ um eine reguläre Sprache, d.h., lässt sich diese Sprache im Prinzip auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck spezifizieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Die sogenannte *Resolutionsregel* der Aussagenlogik lautet in vereinfachter Form: „Immer wenn sowohl $A \vee B$ als auch $\neg A \vee C$ wahr ist, ist auch $B \vee C$ wahr.“

a) Zeigen Sie, dass die Resolutionsregel gültig ist.

b) Erklären Sie, warum der Modus Ponens ein Spezialfall der Resolutionsregel ist.
(Der Modus Ponens ist die Regel: „Aus F und $F \supset G$ folgt G.“)

c) Wie kann man die Gültigkeit der Resolutionsregel mit Hilfe eines SAT-Solvers überprüfen?

<table>
<tr><td colspan="4" align="center">3.0/2.0 VU Formale Modellierung
185.A06 SS 2017/WS 2017 26. Jan. 2018</td></tr>
<tr><td>Matrikelnummer</td><td>Nachname</td><td>Vorname</td><td>Gruppe
A</td></tr>
</table>

Aufgabe 1 (10 Punkte) Familie Sonnenschein beschließt, für den kommenden Sommer ein Ferienhaus zu mieten. Es ist aber gar nicht so einfach, die Wünsche aller Familienmitglieder unter einen Hut zu bekommen. Daher muss der Familienrat tagen. Es entbrennt eine hitzige Diskussion, alle reden wild durcheinander. Folgende Wünsche kann Papa in dem ganzen Chaos identifizieren.

Mama Sonnenschein: „Wenn wir keine Klimaanlage haben, dann brauche ich einen Pool um mich abzukühlen! Und ohne Geschirrspüler fahre ich sowieso nicht in den Urlaub."

Tochter Sonnenschein: „Ich will einen Pool und in der Nähe vom Meer wohnen, oder zumindest eins davon!"

Opa Sonnenschein: „Also wenn wir einen Pool haben, dann brauchen wir auch einen Griller, denn was sollen wir denn sonst bei unseren Poolparties essen?"

Oma Sonnenschein: „Pah! Meernähe und eine Klimaanlage, diesen Luxus brauchen wir wirklich nicht, eins von beidem reicht, wenn wir überhaupt eins davon brauchen!"

Papa Sonnenschein wollte alle Wünsche erfüllen, aber die Suche auf „meinferienhaus.at" ergab mit so vielen Einschränkungen leider keine Treffer. Daher entschied er sich, nur drei der gewünschten Eigenschaften (Griller, Pool, ...) zu berücksichtigen.

a) Drücken Sie die beschriebenen Anforderungen an das Ferienhaus durch aussagenlogische Formeln aus. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b) Welche drei Eigenschaften sollte das Ferienhaus von Familie Sonnenschein haben? Welche Varianten sind möglich? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Seien $\mathit{Feiert}/2$, $\mathit{Fest}/1$, $\mathit{Kind}/1$ und $\mathit{Lustig}/1$ Prädikatensymbole sowie *weihnachten* und *hannukah* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Fest}(x)$	... x ist ein Fest	$\mathit{Feiert}(x, y)$	... x feiert y
$\mathit{Kind}(x)$	... x ist ein Kind	*weihnachten*	... Weihnachten
$\mathit{Lustig}(x)$	... x ist lustig	*hannukah*	... Hannukah

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Kein Kind feiert sowohl Weihnachten als auch Hannukah.

b) Es gibt lustige Feste, die von allen Kindern gefeiert werden.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Mia}, \text{Max}, \text{Anna}, \text{Tim}, \text{Fasching}, \text{Ostern},\\
&\quad \text{Laternenfest}, \text{Weihnachten}, \text{Hannukah}, \text{Advent}\}\\
I(\mathit{Fest}) &= \{\text{Fasching}, \text{Ostern}, \text{Laternenfest}, \text{Weihnachten}\}\\
I(\mathit{Kind}) &= \{\text{Mia}, \text{Max}, \text{Anna}\}\\
I(\mathit{Lustig}) &= \{\text{Fasching}, \text{Laternenfest}, \text{Advent}\}\\
I(\mathit{Feiert}) &= \{(\text{Mia}, \text{Fasching}), (\text{Mia}, \text{Ostern}), (\text{Mia}, \text{Weihnachten}),\\
&\quad (\text{Max}, \text{Laternenfest}), (\text{Max}, \text{Weihnachten}), (\text{Max}, \text{Ostern}),\\
&\quad (\text{Tim}, \text{Anna}), (\text{Tim}, \text{Hannukah}),\\
&\quad (\text{Anna}, \text{Fasching}), (\text{Anna}, \text{Weihnachten})\}\\
I(\mathit{weihnachten}) &= \text{Weihnachten}\\
I(\mathit{hannukah}) &= \text{Hannukah}
\end{aligned}
$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der angegebenen Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\forall x\, (\mathit{Kind}(x) \supset \exists y(\mathit{Fest}(y) \land \mathit{Feiert}(x, y)))$

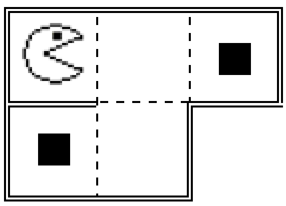
d) $\exists x\, (\mathit{Kind}(x) \land \exists y\, (\mathit{Fest}(y) \land \mathit{Lustig}(y) \land \mathit{Feiert}(x, y)))$

e) $\forall x\, (\mathit{Feiert}(x, \mathit{weihnachten}) \not\equiv \mathit{Feiert}(x, \mathit{hannukah}))$

f) $\forall x\, (\mathit{Fest}(x) \supset \exists y\, (\mathit{Kind}(y) \land \mathit{Lustig}(y) \land \mathit{Feiert}(x, y)))$

Aufgabe 3 (10 Punkte) Bei Pac-Man, einem Videospiel aus den 80ern, muss die Spielfigur Pac-Man Punkte in einem Labyrinth fressen, während sie von Geistern verfolgt wird. Pac-Man und jeder Geist kann pro Zug ein Feld nach oben, unten, links oder rechts bewegt werden, vorausgesetzt, es ist keine Mauer im Weg. Bewegt Pac-Man sich auf ein Feld mit einem Punkt, so frisst er diesen Punkt. Sind alle Punkte gefressen, gilt das Level als gewonnen. Befinden sich Pac-Man und ein Geist auf dem gleichen Feld, so wird Pac-Man vom Geist gefressen und das Spiel ist beendet. Befinden sich der letzte Punkt, Pac-Man und ein Geist auf demselben Feld, hat der Geist Vorrang, d.h., Pac-Man verliert auch in diesem Fall.

Nehmen Sie an, dass das aktuelle Level, das zu bewältigen ist, so aussieht wie rechts skizziert. Zu Beginn befindet sich Pac-Man im linken oberen Feld. Die schwarzen Quadrate symbolisieren zwei Punkte, die Pac-Man fressen muss. Rundherum ist eine Mauer, die auch in das Spielfeld hineinragt (doppelte Linie). Pac-Man gewinnt das Level, wenn er die beiden Punkte gefressen hat.



Anmerkung: Es handelt sich um ein Übungslevel. In diesem Level gibt es keinen Geist, Pac-Man kann also nicht verlieren.

- Überlegen Sie, welche Informationen notwendig sind, um den Zustand des Systems zu beschreiben.
- Legen Sie die möglichen Aktionen fest, die zu einem Zustandswechsel führen können.
- Geben Sie einen endlichen Automaten an, der das Systemverhalten vollständig beschreibt.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass die Formeln

$$(A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B) \quad \text{und} \quad (A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$$

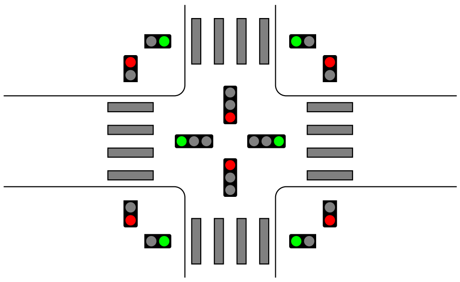
logisch äquivalent sind. Verwenden Sie die Axiome der Boolschen Algebra für $\wedge$, $\vee$ und $\neg$, keine Wahrheitstafel. Die Feststellung, dass laut Vorlesung beide Formeln dasselbe wie $A \not\equiv B$ sind, ist kein Beweis.

b) Zeigen Sie, dass die Formeln

$$\neg\exists x(P(x) \wedge \forall y(Q(y) \supset R(x,y))) \quad \text{und} \quad \forall y \exists x(\neg P(y) \vee (Q(x) \wedge \neg R(y,x)))$$

logisch äquivalent sind.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Eine kreuzförmige Straßenkreuzung ist mit Fahrzeugampeln (vier Phasen) und Fußgängerampeln (zwei Phasen) für alle Richtungen ausgestattet. Es gibt keine speziellen Ampeln für Abbieger.



Modellieren Sie die Schaltfolgen der Ampeln mit Hilfe eines Petri-Netzes. Geben Sie eine geeignete Anfangsmarkierung an. Geben Sie den Stellen und Transitionen geeignete Bezeichnungen, die ihre Rolle beschreiben.

Hinweis: Ampeln, die sich identisch verhalten, können als eine einzige Ampel betrachtet werden.

3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 SS 2017/WS 2017 15. Feb. 2018			
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) Im Kindergarten Kunterbunt gibt es ein Meerschweinchen, um das sich jede Woche drei Kinder kümmern. Im Sommer sind aber viele Kinder auf Urlaub, und in der letzten Juli-Woche sind überhaupt nur noch 6 Kinder im Kindergarten. Daher beraten die Pädagoginnen, welche drei Kinder sie auswählen. Sie stellen folgende Überlegungen an.

> *Max und Paul vertragen sich nicht besonders gut; einen der beiden Buben sollten wir auf jeden Fall nehmen, auf keinen Fall aber beide. Wenn wir Elisa nicht nehmen, dann will Anna sicher auch nicht. Flora und Anna sind sehr tierlieb, wir sollten zumindest eine der beiden auswählen. Wenn wir Elisa nehmen, dann auf jeden Fall auch Paul, die zwei machen alles gemeinsam. Luca zu nehmen ist keine gute Idee, er ist gerade mitten in einer Experimentierphase, die das Meerschweinchen womöglich nicht überstehen würde.*

a) Drücken Sie diese Überlegungen mit allen Anhaltspunkte durch aussagenlogische Formeln aus; berücksichtigen Sie auch die Bedingungen in der Einleitung. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b) Zu welchem Ergebnis kommen die Pädagoginnen? Welche Varianten sind möglich? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Seien *Pflanzt*/2, *Gärtner*/1, *Blume*/1 und *Duftend*/1 Prädikatensymbole sowie *rosen* und *tulpen* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

Gärtner(x)	... x ist ein Gärtner	*Pflanzt*(x, y)	... x pflanzt y
Blume(x)	... x ist eine Blume	*rosen*	... Rosen
Duftend(x)	... x duftet	*tulpen*	... Tulpen

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Es gibt Gärtner, die Rosen aber keine Tulpen pflanzen.

b) Kein Gärtner pflanzt alle duftenden Blumen.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Bock}, \text{Linee}, \text{Steiner}, \text{Ast}, \text{Rosen}, \text{Tulpen}, \text{Nelken}, \text{Gladiolen}, \text{Gerbera}\} \\
I(\mathit{Gärtner}) &= \{\text{Bock}, \text{Linee}, \text{Steiner}\} \\
I(\mathit{Blume}) &= \{\text{Rosen}, \text{Tulpen}, \text{Nelken}, \text{Gerbera}\} \\
I(\mathit{Duftend}) &= \{\text{Rosen}, \text{Tulpen}, \text{Gerbera}, \text{Gladiolen}\} \\
I(\mathit{Pflanzt}) &= \{(\text{Bock}, \text{Gerbera}), (\text{Bock}, \text{Rosen}), (\text{Bock}, \text{Gladiolen}), \\
&\quad (\text{Linee}, \text{Nelken}), (\text{Linee}, \text{Rosen}), \\
&\quad (\text{Steiner}, \text{Nelken}), (\text{Steiner}, \text{Gerbera}), \\
&\quad (\text{Ast}, \text{Tulpen}), (\text{Ast}, \text{Rosen})\} \\
I(\mathit{rosen}) &= \text{Rosen} \\
I(\mathit{tulpen}) &= \text{Tulpen}
\end{aligned}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der angegebenen Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\forall x\, (\mathit{Duftend}(x) \supset \exists y(\mathit{Gärtner}(y) \land \mathit{Pflanzt}(y, x)))$

d) $\exists x \exists y\, (\mathit{Blume}(x) \land \mathit{Duftend}(x) \land \mathit{Pflanzt}(y, x))$

e) $\forall x\, \mathit{Pflanzt}(x, \mathit{tulpen})$

f) $\forall x\, (\mathit{Blume}(x) \supset \exists y(\mathit{Gärtner}(y) \land \mathit{Pflanzt}(x, y)))$

Aufgabe 3 (10 Punkte) Wenn Gäste das Restaurant *Chez Pierre* betreten, stellen sie sich zunächst zur Bar, um auf einen Tisch zu warten. Während des Wartens können sie beim Barkeeper Getränke bestellen. Der Barkeeper bereitet jedes Getränk einzeln zu und übergibt es dann dem Gast. Hat ein Gast ein Getränk bestellt, muss er auf dieses an der Bar warten und kann währenddessen nicht zum Tisch gehen.
Ist ein Tisch frei, holt der Kellner einen Gast bei der Bar ab und bringt ihn zum Tisch. Dort wartet er gleich auf die Bestellung und holt diese aus der Küche. Erst danach kann er sich um einen weiteren Gast kümmern.
Hat ein Gast fertig gegessen, zahlt er bei einem freien Kellner und wird von diesem zur Tür gebracht. Anschließend räumt der Kellner den Tisch ab, um ihn für den nächsten Gast vorzubereiten. Anschließend kann er sich wieder um einen Gast kümmern.
Modellieren Sie dieses System mit Hilfe eines Petri-Netzes. Geben Sie den Stellen und Transitionen geeignete Bezeichnungen, die ihre Rolle beschreiben. Nehmen Sie an, dass es 6 Tische gibt, die zu Beginn alle frei sind. An jedem Tisch kann nur ein Gast Platz nehmen. Im Restaurant arbeiten ein Barkeeper und zwei Kellner. Zu Beginn befinden sich 4 Gäste vor dem Restaurant, die es betreten wollen. Geben Sie den Stellen und Transitionen geeignete Bezeichnungen, die ihre Rolle beschreiben.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Sei Σ das Alphabet $\{\mathtt{a}, \mathtt{h}, \mathtt{n}, \mathtt{s}\}$ und L die Menge aller Wörter über Σ, die entweder mit `hans` oder `anna` enden. Beispiele für solche Wörter sind `hans` und `anna` selber, aber auch die Wörter `hahahans` und `hanna` liegen in L.

a) Geben Sie einen Posix Extended Regular Expression an, der die Sprache L beschreibt.

b) Geben Sie einen nichtdeterministischen Automaten an, der die Sprache L akzeptiert. Der Automat soll der Definition der Sprache direkt entsprechen, sodass die Korrektheit der Modellierung unmittelbar einsichtig ist.

c) Konstruieren Sie mit Hilfe des in der Vorlesung besprochenen Determinisierungsverfahrens zu Ihrem nichtdeterministischen Automaten einen äquivalenten deterministischen.

Aufgabe 5 (10 Punkte) DATALOG-Programme besitzen folgenden Aufbau.

- Ein *Programm* ist eine möglicherweise leere Folge von Klauseln. Eine *Klausel* ist entweder ein Faktum oder eine Regel.
- Ein *Faktum* besteht aus einer Atomformel gefolgt von einem Punkt.
- Eine *Regel* besteht aus einer Atomformel, gefolgt von den Zeichen `:-` sowie einer nicht-leeren Liste von Atomformeln, die durch Kommas (`,`) getrennt werden. Regeln enden ebenfalls mit einem Punkt.
- Eine *Atomformel* ist ein Name, dem optional eine in runden Klammern eingeschlossene Argumentliste folgen kann.
- Eine *Argumentliste* ist eine nicht-leere Folge von Namen und Variablen in beliebiger Reihenfolge, die voneinander durch Kommas getrennt werden.
- Ein *Name* ist eine nicht-leere Folge von Buchstaben und Ziffern, die mit einem Kleinbuchstaben beginnt.
- Eine *Variable* ist eine nicht-leere Folge von Buchstaben und Ziffern, die mit einem Großbuchstaben beginnt.

Das folgende Beispiel besteht aus zwei Fakten und drei Regeln; `adam`, `seth`, `istKindVon` usw. sind Namen, `X` und `Y` sind Variablen.

```
istKindVon(seth,adam).
istKindVon(enosh,seth).
istNachfahreVon(X,Y) :- istKindVon(X,Y).
istNachfahreVon(X,Z) :- istKindVon(X,Y), istNachfahreVon(Y,Z).
istMensch(X) :- istNachfahreVon(X,adam).
```

Beschreiben Sie die zulässigen DATALOG-Programme mittels einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie so weit als möglich EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu halten und rekursive Regeln zu vermeiden.

<table>
<tr><td colspan="4" align="center">3.0/2.0 VU Formale Modellierung
185.A06 WS 2017/SS 2018 26. Juni 2018</td></tr>
<tr><td>Matrikelnummer</td><td>Nachname</td><td>Vorname</td><td>Gruppe
A</td></tr>
</table>

Aufgabe 1 (10 Punkte) Florian möchte gerne Gemüse anbauen und hat sich eine Selbsternteparzelle gemietet. Er würde gerne Erbsen, Gurken, Fisolen, Paradeiser und Zwiebeln anpflanzen. Er hat aber nur begrenzt Platz und kann nicht alle diese Sorten anpflanzen. Im Internet liest er außerdem, dass sich einige der Sorten nicht miteinander vertragen. Die ganzen Pflanztipps verwirren ihn, also schreibt er die Informationen zusammen und bittet seine Freundin Lisa um Hilfe, die schon etwas mehr Erfahrung mit Aussagenlogik hat als er.

> *Erbsen dürfen nicht gemeinsam mit Fisolen angepflanzt werden, dies würde die Ernteerträge erheblich schmälern. Wenn Fisolen angepflanzt werden, sollte von der Pflanzung von Gurken Abstand genommen werden. Nur wenn Zwiebeln gepflanzt werden, sollten auch Paradeiser gepflanzt werden. Zumindest drei Sorten sollten es aufgrund der Artenvielfalt schon sein, mehr als drei machen bei so wenig Platz aber keinen Sinn. Die Pflanzung von Gurken und/oder Erbsen wäre gut, denn das lockt Bienen an und kann sich positiv auf die Gesamtertragsmenge auswirken.*

Florian liebt Paradeiser, die möchte er auf jeden Fall anpflanzen. Ansonsten ist er aber unsicher, was er noch pflanzen soll. Zu welchen Gemüsesorten rät ihm Lisa, sodass alle diese Anforderungen eingehalten werden?

a) Helfen Sie Lisa den Text zu analysieren, indem Sie die beschriebenen Wünsche mit allen Anhaltspunkte durch aussagenlogische Formeln ausdrücken. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b) Lassen sich Florians Wünsche berücksichtigen? Welche Varianten sind möglich? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Seien *Besitzt*/2, *Agent*/1, *Waffe*/1 und *Gefährlich*/1 Prädikatensymbole sowie *messer* und *pistole* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Agent}(x)$	… x ist ein Agent	$\mathit{Besitzt}(x, y)$	… x besitzt y
$\mathit{Waffe}(x)$	… x ist eine Waffe	*messer*	… Messer
$\mathit{Gefährlich}(x)$	… x ist gefährlich	*pistole*	… Pistole

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Kein Agent besitzt alle Waffen.

b) Alle gefährlichen Agenten besitzen Waffen aber kein Messer.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben.

$$
\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{JamesBond}, \text{CodyBanks}, \text{JasonBourne}, \text{EthanHunt}, \text{Dolch}, \text{Messer}, \text{Pistole}, \text{Flinte}, \text{Gift}\} \\
I(\mathit{Agent}) &= \{\text{JamesBond}, \text{CodyBanks}, \text{JasonBourne}\} \\
I(\mathit{Waffe}) &= \{\text{Messer}, \text{Pistole}, \text{Flinte}, \text{Gift}\} \\
I(\mathit{Gefährlich}) &= \{\text{Messer}, \text{Flinte}\} \\
I(\mathit{Besitzt}) &= \{(\text{JamesBond}, \text{Pistole}), (\text{JamesBond}, \text{Messer}), (\text{JamesBond}, \text{Gift}), \\
&\quad\ (\text{CodyBanks}, \text{Flinte}), (\text{CodyBanks}, \text{Messer}), (\text{CodyBanks}, \text{Pistole}), \\
&\quad\ (\text{JasonBourne}, \text{Messer}), (\text{JasonBourne}, \text{Pistole}), \\
&\quad\ (\text{EthanHunt}, \text{Messer}), (\text{EthanHunt}, \text{Gift})\} \\
I(\mathit{messer}) &= \text{Messer} \\
I(\mathit{pistole}) &= \text{Pistole}
\end{aligned}
$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der angegebenen Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x\,(\mathit{Besitzt}(x, \mathit{messer}) \land \neg \mathit{Besitzt}(x, \mathit{pistole}))$

d) $\forall x\, \mathit{Besitzt}(x, \mathit{messer})$

e) $\exists x\,(\mathit{Waffe}(x) \supset \forall y\,(\mathit{Agent}(y) \land \mathit{Besitzt}(x, y)))$

f) $\exists x \exists y\,(\mathit{Agent}(x) \land \mathit{Gefährlich}(y) \land \mathit{Besitzt}(x, y))$

Aufgabe 3 (10 Punkte) Leiterplatten sind Kunststoffplatten mit leitenden Bahnen (meist aus Kupfer), auf die elektronische Bauteile gelötet werden. Beispielsweise sind Motherboards von Computern solche mit diversen Bauteilen bestückte Leiterplatten.
In einer Leiterplattenfabrik werden zwei unterschiedliche Leiterplatten gefertigt, Typ A und Typ B. Die Leiterplatten vom Typ A werden von einem Fließband herangebracht, in einen Bestückungsautomaten gelegt, von diesem mit den elektronischen Bauteilen bestückt und danach wieder auf ein weiteres Fließband entladen, das die fertige Leiterplatte abtransportiert. Dasselbe passiert mit den Leiterplatten vom Typ B: Auch hier gibt es ein Fließband zum Anliefern der Platten, einen Bestückungsautomaten und ein Fließband zum Abtransport. Die Bestückungsautomaten können zu jedem Zeitpunkt immer nur eine Platte bearbeiten.
Für das Be- und Entladen der Bestückungsautomaten vom bzw. zum jeweiligen Fließband gibt es einen einzelnen Roboterarm, der diese vier Tätigkeiten – Automat für Typ A/Typ B beladen/entladen – durchführt. Beim Bestücken einer Leiterplatte durch den Automaten wird der Roboter nicht benötigt, er kann sich währenddessen einer anderen Tätigkeit widmen.[1]
Modellieren Sie dieses System mit Hilfe eines Petri-Netzes. Geben Sie den Stellen und Transitionen geeignete Bezeichnungen, die ihre Rolle beschreiben. Nehmen Sie an, dass anfänglich 3 Platten des Typs A und 5 Platten des Typs B auf Bestückung warten.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Binäre Bäume zur Speicherung ganzer Zahlen können als lineare Zeichenketten kodiert werden, indem jeder Knoten des Baumes als

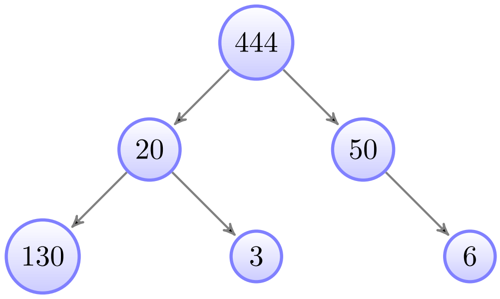
$$< \mathit{linkerBaum}\ \mathit{Zahl}\ \mathit{rechterBaum} >$$

[1] Inspiriert von der Vorlesung „Automatisierungsprojekte“ der Hochschule Karlsruhe.

dargestellt wird, wobei *Zahl* ein dezimales Numeral ist. Der leere binäre Baum wird durch `<>` dargestellt. Beispielsweise kodiert die Zeichenkette

```
<<<<>130<>>20<<>3<>>>444<<>50<<>6<>>>>
```

den binären Baum



Die Blätter des Baumes werden durch die Zeichenketten `<<>130<>>`, `<<>3<>>` und `<<>6<>>` dargestellt; bei Blättern sind sowohl der linke als auch der rechte Unterbaum leer.
Sei $\mathcal{B}$ die Menge dieser Zeichenketten, die binäre Bäume kodieren. Beschreiben Sie die Sprache $\mathcal{B}$ mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren.
Handelt es sich bei $\mathcal{B}$ um eine reguläre Sprache, d.h., lässt sich diese Sprache im Prinzip auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck spezifizieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 5 (10 Punkte) SAT-Solver sind Programme, die aussagenlogische Formeln auf Erfüllbarkeit testen. Typische SAT-Solver erhalten als Eingabe eine Formel in konjunktiver Normalform und liefern die Antwort „erfüllbar" bzw. „unerfüllbar". Im ersten Fall wird eine erfüllende Variablenbelegung als Nachweis für die Erfüllbarkeit ausgegeben.
Beispiel: Für die konjunktive Normalform $F = (A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$ liefern SAT-Solver die Antwort „erfüllbar" und eine der Variablenbelegungen $I_1(A) = I_1(B) = 1$ oder $I_2(A) = I_2(B) = 0$.

a) Wie lässt sich eine Konsequenzbeziehung $F_1, \ldots, F_n \models G$ mit Hilfe eines derartigen SAT-Solvers überprüfen? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) SAT-Solver liefern in der Regel nur eine einzige erfüllende Variablenbelegung. Die weiteren werden nicht ausgegeben, da das die verwendeten Verfahren nicht unterstützen. Was muss man tun, um diese dennoch mit Hilfe des SAT-Solvers berechnen zu können? Beschreiben Sie Ihre Methode und erläutern Sie sie an Hand des oben angeführten Beispiels. Begründen Sie die Korrektheit Ihrer Methode.

   Hinweis: Überlegen Sie, wie die Eingabeformel abgeändert werden muss, um andere Variablenbelegungen als die bereits berechnete zu erhalten.

3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 WS 2017/SS 2018 25. Sep. 2018			
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) Max ist ganz aufgeregt. Er darf an seinem Geburtstag mit seiner Familie und seinem besten Freund Acun in den Prater gehen. Fieberhaft überlegen die beiden, mit welchen Attraktionen sie fahren möchten. Die Auswahl ist groß, aber Max darf sich nicht mehr als drei aussuchen. Max stellt folgende Überlegungen an:

> *Ich will mit der Wildalpenbahn nur dann fahren, wenn ich auch mit dem Blumenrad fahren kann. Mit der Grottenbahn will ich auf jeden Fall fahren, mit der fährt meine Familie immer gemeinsam. Ich möchte mindestens mit einer Achterbahn fahren, am ehesten kommen da Megablitz und Wildalpenbahn in Frage. Megablitz und Blumenrad möchte ich nicht beide fahren, das ist mir zu wild, höchstens fahre ich mit einer davon. Wenn ich Megablitz fahre, dann auf jeden Fall auch mit der Wildalpenbahn.*

a) Drücken Sie die beschriebenen Wünsche mit allen Anhaltspunkte durch aussagenlogische Formeln aus. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b) Für welche Attraktionen entscheidet sich Max? Welche Varianten sind möglich? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Seien $\mathit{Mag}/2$, $\mathit{Person}/1$, $\mathit{Film}/1$ und $\mathit{Animiert}/1$ Prädikatensymbole sowie *bambi* und *arielle* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Person}(x)$	... x ist eine Person	$\mathit{Mag}(x, y)$	... x mag y
$\mathit{Film}(x)$	... x ist ein Film	*bambi*	... Bambi
$\mathit{Animiert}(x)$	... x ist animiert	*arielle*	... Arielle

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Es gibt Personen, die weder Bambi noch Arielle mögen.

b) Alle Personen, die Bambi mögen, mögen alle animierten Filme.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Tom}, \text{Max}, \text{Anna}, \text{Pia}, \text{Flo}, \text{Fantasia}, \text{Bambi}, \text{Arielle}, \text{Mulan}, \text{Dumbo}\} \\
I(\mathit{Person}) &= \{\text{Fantasia}, \text{Tom}, \text{Max}, \text{Anna}, \text{Pia}, \text{Flo}\} \\
I(\mathit{Film}) &= \{\text{Bambi}, \text{Arielle}, \text{Mulan}, \text{Dumbo}\} \\
I(\mathit{Animiert}) &= \{\text{Bambi}, \text{Mulan}, \text{Fantasia}\} \\
I(\mathit{Mag}) &= \{(\text{Tom}, \text{Bambi}), (\text{Tom}, \text{Mulan}), \\
&\qquad (\text{Max}, \text{Dumbo}), (\text{Max}, \text{Arielle}), (\text{Max}, \text{Fantasia}), \\
&\qquad (\text{Anna}, \text{Bambi}), (\text{Anna}, \text{Dumbo}), (\text{Pia}, \text{Bambi}), \\
&\qquad (\text{Flo}, \text{Arielle}), (\text{Flo}, \text{Mulan})\} \\
I(\mathit{bambi}) &= \text{Bambi} \\
I(\mathit{arielle}) &= \text{Arielle}
\end{aligned}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der angegebenen Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\forall x\, (\mathit{Person}(x) \supset \exists y\, (\mathit{Film}(y) \land \mathit{Animiert}(y) \land \mathit{Mag}(x, y)))$

d) $\exists x \exists y\, (\mathit{Person}(x) \land \mathit{Animiert}(y) \land \neg \mathit{Mag}(x, y))$

e) $\forall x\, (\mathit{Mag}(x, \mathit{bambi}) \not\equiv \mathit{Mag}(x, \mathit{arielle}))$

f) $\forall x\, (\mathit{Person}(x) \supset \exists y\, (\mathit{Animiert}(y) \land \mathit{Mag}(x, y)))$

Aufgabe 3 (10 Punkte) Drei Zauberer wollen nach Hause zu ihrer Höhle, der Weg wird ihnen aber von einem dichten violetten Nebel versperrt. Mithilfe einer Zauberlaterne können sie im Nebel sehen und den Weg finden. Die Laterne leuchtet aber nur hell genug, um zwei Zauberern gleichzeitig den Weg zur Höhle zeigen zu können. Die drei Zauberer sind unterschiedlich gut zu Fuß. Der rote Zauberer benötigt für die Strecke 10 Minuten und der gelbe 20 Minuten. Der blaue Zauberer hat sich den Knöchel verstaucht und braucht sogar eine Stunde und 40 Minuten.[1]

- Überlegen Sie, welche Informationen notwendig sind, um den Zustand des Systems zu beschreiben.
- Legen Sie die möglichen Aktionen fest, die zu einem Zustandswechsel führen können.
- Geben Sie einen endlichen Automaten an, der das Systemverhalten vollständig beschreibt. Aus dem Automaten sollen sich alle Möglichkeiten ablesen lassen, wie die Zauberer nach Hause kommen können.
- Fügen Sie bei den einzelnen Übergängen die Zeit hinzu, die die jeweilige Aktion benötigt. Welche der im letzten Punkt gefundenen Möglichkeiten benötigen am wenigsten Zeit, das heißt, welche Möglichkeiten bringen die Zauberer am schnellsten nach Hause?

[1] In Anlehnung an ein Level des Spiels „I Have 1 Day“ von Max Games

Aufgabe 4 (10 Punkte) Mit den drei Zeichen `/`, `_` und `\` lassen sich Bergsilhouetten[2] skizzieren, wie etwa die folgende:

```
            _
         /\/ \_
      /\/      \
   __/          \_
 _/               \
/                  \___/\_
```

Diese Silhouette lässt sich platzsparender auch in eine einzige Zeile zusammenschieben (komprimieren):

`/_/__//\//\/_\_\\_\\___/\_`

Wir legen fest, dass Silhouetten immer auf derselben Grundlinie aufhören, auf der sie begonnen haben, und dass kein Teil der Silhouette unter dieser Grundlinie liegt. Weiters kann es auf jeder Höhe beliebig breite Plateaus (Ebenen) geben. Ob die leere Silhouette bereits eine Silhouette darstellt, bleibt Ihnen überlassen.[3]
Sei $\mathcal{S}$ die Menge aller Zeichenketten, die eine Silhouette in komprimierter Form darstellen.

a) Beschreiben Sie die Sprache $\mathcal{S}$ mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren.

b) Ist die leere Silhouette laut Ihrer Grammatik eine zulässige Silhouette? Begründen Sie Ihre Antwort.

c) Zeigen Sie, dass die komprimierte Silhouette `//\/_\_\` in der Sprache Ihrer Grammatik liegt.

d) Handelt es sich bei $\mathcal{S}$ um eine reguläre Sprache, d.h., lässt sich diese Sprache im Prinzip auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck spezifizieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Die sogenannte *Resolutionsregel* der Aussagenlogik lautet in vereinfachter Form: „Immer wenn sowohl $A \vee B$ als auch $\neg A \vee C$ wahr ist, ist auch $B \vee C$ wahr."

a) Zeigen Sie, dass die Resolutionsregel gültig ist.

b) Erklären Sie, warum der Modus Ponens ein Spezialfall der Resolutionsregel ist.

   (Der Modus Ponens ist die Regel: „Aus F und $F \supset G$ folgt G.")

c) Wie kann man die Gültigkeit der Resolutionsregel mit Hilfe eines SAT-Solvers überprüfen?

[2] *Silhouette* ist ein anderes Wort für *Umriss*.
[3] Inspiriert von einer Aufgabe von M.Schmidt-Schauß, Goethe-Universität Frankfurt.

3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 SS 2018 22. November 2018			
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) Nach einem Banküberfall befragt Kommissar Klever Zeugen in der Hoffnung, eine möglichst genaue Täterbeschreibung zu bekommen. Er hält folgende Aussagen zum Täter fest:

Z1: Er hatte schwarze Haare.

Z2: Er hatte einen Bart oder einen Rucksack.

Z3: Wenn er einen Rucksack hatte, dann hatte er auch eine Kappe. Wenn er einen Bart hatte, dann hatte er keine Kappe.

Z4: Unsinn, er hatte sicher nicht beides, Kappe und Rucksack!

Z5: Wenn er gehumpelt ist, dann hatte er entweder schwarze Haare oder eine Kappe (beides sicher nicht).

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b) Wie hat der Täter ausgesehen, wenn man diesen Aussagen Glauben schenkt? Welche Varianten sind möglich? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Seien *Pflanzt*, *Alt*, *Baum* und *Gärtner* Prädikatensymbole und *palme* ein Konstantensymbol mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Pflanzt}(x, y)$	... x pflanzt y	$\mathit{Gärtner}(x)$	... x ist ein Gärtner
$\mathit{Baum}(x)$	... x ist ein Baum	palme	... Palme
$\mathit{Alt}(x)$	... x ist alt		

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Es gibt alte Bäume, die von allen Gärtnern gepflanzt werden.

b) Alle Gärtner pflanzen mindestens einen Baum.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Hinz}, \text{Kunz}, \text{Krethi}, \text{Plethi}, \text{Kurt}, \text{Tanne},\\
&\qquad \text{Zirbe}, \text{Birke}, \text{Ahorn}, \text{Palme}\}\\
I(\mathit{Gärtner}) &= \{\text{Hinz}, \text{Kunz}, \text{Kurt}\}\\
I(\mathit{Alt}) &= \{\text{Hinz}, \text{Kurt}, \text{Zirbe}, \text{Birke}\}\\
I(\mathit{Baum}) &= \{\text{Tanne}, \text{Zirbe}, \text{Birke}, \text{Ahorn}\}\\
I(\mathit{Pflanzt}) &= \{(\text{Hinz}, \text{Palme}), (\text{Hinz}, \text{Ahorn}),\\
&\qquad (\text{Kunz}, \text{Palme}), (\text{Kunz}, \text{Birke}), (\text{Kunz}, \text{Tanne}),\\
&\qquad (\text{Kurt}, \text{Palme}), (\text{Plethi}, \text{Palme}), (\text{Krethi}, \text{Palme}),\\
&\qquad (\text{Zirbe}, \text{Palme}), (\text{Zirbe}, \text{Ahorn})\}\\
I(\mathit{palme}) &= \text{Palme}
\end{aligned}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x\,(\mathit{Alt}(x) \land \exists y\,(\mathit{Baum}(y) \land \mathit{Pflanzt}(x,y)))$

d) $\forall x\,\mathit{Pflanzt}(x, \mathit{palme})$

e) $\exists x\,(\mathit{Baum}(x) \land \mathit{Alt}(x) \land \mathit{Pflanzt}(x, \mathit{palme}))$

f) $\forall x\,(\mathit{Baum}(x) \supset \exists y\,(\mathit{Gärtner}(y) \land \mathit{Pflanzt}(x,y)))$

Aufgabe 3 (10 Punkte) In einer Kurzparkzone darf maximal 2 Stunden geparkt werden. Dazu muss zuvor bei einem Parkscheinautomaten ein Ticket gekauft werden. 15 Minuten Parken kosten 50 Cent. Der Automat akzeptiert 50-Cent-, 1-Euro- und 2-Euro-Münzen. Je nachdem, wieviel Geld eingeworfen wurde, erhöht sich die Parkdauer auf bis zu 2 Stunden. Nach jedem Münzeinwurf zeigt der Automat das aktuelle Zeitguthaben an (das aber 2 Stunden nicht überschreitet). Dann kann eine weitere Münze eingeworfen oder mit dem „Drucken“-Knopf das Ticket gedruckt werden. Der Automat gibt kein Wechselgeld zurück. Durch Drücken der „Storno“-Taste erhält man das gesamte eingeworfene Geld wieder zurück. Nach beiden Tasten geht der Automat wieder in den Startzustand zurück.
Modellieren Sie den Parkscheinautomaten mit Hilfe eines Moore-Automaten. Es ist nicht notwendig, die Ausgabe der verschieden beschrifteten Tickets bzw. bei einem Storno die Rückgabe der verschiedenen Geldbeträge zu modellieren.

a) Welche Zustände benötigt der Automat? Was kennzeichnet einen Zustand?

b) Welche Eingaben muss der Automat verarbeiten?

c) Was sind die Ausgaben des Automaten?

d) Geben Sie den Moore-Automaten in graphischer oder tabellarischer Form an.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Mit den drei Zeichen `/`, `_` und `\` lassen sich Bergsilhouetten[1] skizzieren, wie etwa die folgende:

[1] *Silhouette* ist ein anderes Wort für *Umriss*.

```
            _
         /\/ \_
      /\/      \
   __/          \_
 _/               \
/                  \___/\_
```

Diese Silhouette lässt sich platzsparender auch in eine einzige Zeile zusammenschieben (komprimieren):

`/_/__//\//\/_\_\\_\\___/\_`

Wir legen fest, dass Silhouetten immer auf derselben Grundlinie aufhören, auf der sie begonnen haben, und dass kein Teil der Silhouette unter dieser Grundlinie liegt. Weiters kann es auf jeder Höhe beliebig breite Plateaus (Ebenen) geben. Ob die leere Silhouette bereits eine Silhouette darstellt, bleibt Ihnen überlassen.[2]
Sei $\mathcal{S}$ die Menge aller Zeichenketten, die eine Silhouette in komprimierter Form darstellen.

a) Beschreiben Sie die Sprache $\mathcal{S}$ mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren.

b) Ist die leere Silhouette laut Ihrer Grammatik eine zulässige Silhouette? Begründen Sie Ihre Antwort.

c) Zeigen Sie, dass die komprimierte Silhouette `//\/_\_\` in der Sprache Ihrer Grammatik liegt.

d) Handelt es sich bei $\mathcal{S}$ um eine reguläre Sprache, d.h., lässt sich diese Sprache im Prinzip auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck spezifizieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 5 (10 Punkte) In wissenschaftlichen Arbeiten aus dem Bereich der formalen Sprachen ist folgende Definition zu finden:

> Eine *pure Grammatik* G ist ein 3-Tupel $\langle \Sigma, P, S \rangle$, wobei Σ ein endliches Alphabet, $S \subseteq \Sigma^*$ eine endliche Menge von Wörtern über Σ und $P \subseteq \Sigma \times \Sigma^*$ eine endliche Menge von Wortpaaren ist. Die Elemente von P werden Produktionen genannt; statt (x, y) wird auch $x \to y$ geschrieben.
>
> Das Wort uyv ist aus dem Wort uxv in einem Schritt ableitbar, geschrieben $uxv \Rightarrow uyv$, wenn P die Produktion $x \to y$ enthält, wobei u und v beliebige Wörter aus Σ^* sein können. Die von G generierte Sprache $\mathcal{L}(G)$ ist definiert als die Menge $\{\, w \in \Sigma^* \mid s \stackrel{*}{\Rightarrow} w \text{ für ein Wort } s \in S \,\}$, wobei $\stackrel{*}{\Rightarrow}$ den reflexiven und transitiven Abschluss von $\Rightarrow$ bezeichnet.[3]

a) Geben Sie an, welche der folgenden Tupeln der Form nach pure Grammatiken sind. Begründen Sie Ihre Antwort, wenn das Tupel keine pure Grammatik darstellt.

---

[2] Inspiriert von einer Aufgabe von M.Schmidt-Schauß, Goethe-Universität Frankfurt.

[3] Das heißt, dass $\stackrel{*}{\Rightarrow}$ die kleinste Relation mit folgenden Eigenschaften ist:

- Aus $u \Rightarrow v$ folgt $u \stackrel{*}{\Rightarrow} v$.
- Es gilt $u \stackrel{*}{\Rightarrow} u$ für alle Wörter $u \in \Sigma^*$.
- Aus $u \stackrel{*}{\Rightarrow} v$ und $v \stackrel{*}{\Rightarrow} w$ folgt $u \stackrel{*}{\Rightarrow} w$.

Anschaulich gesprochen steht $\stackrel{*}{\Rightarrow}$ für die Ableitbarkeit in beliebig vielen Schritten.

i. $\langle\{\mathtt{S},\mathtt{A}\},\ \{\mathtt{S}\rightarrow\mathtt{SA}\},\ \mathtt{S}\rangle$

ii. $\langle\{\mathtt{S},\mathtt{A}\},\ \{\mathtt{S}\rightarrow\mathtt{SA}\},\ \{\mathtt{A}\}\rangle$

iii. $\langle\{\mathtt{S}\},\ \{\mathtt{S}\rightarrow\mathtt{aSb},\ \mathtt{S}\rightarrow\varepsilon\},\ \{\mathtt{S}\}\rangle$, wobei ε für das Leerwort steht.

iv. $\langle\{\mathtt{S},\mathtt{a},\mathtt{b}\},\ \{\mathtt{S}\rightarrow\mathtt{aSb},\ \mathtt{S}\rightarrow\varepsilon\},\ \{\mathtt{aS},\mathtt{Sb}\}\rangle$, wobei ε für das Leerwort steht.

b) Sei G die pure Grammatik $\langle\{\mathtt{a},\mathtt{b}\},\ \{\mathtt{a}\rightarrow\mathtt{ab}\},\ \{\mathtt{ab},\mathtt{ba}\}\rangle$. Zeigen Sie, dass das Wort `babb` in der von G generierten Sprache liegt. Wie sehen die Wörter in $\mathcal{L}(G)$ aus? Beschreiben Sie $\mathcal{L}(G)$ mit Hilfe eines regulären Ausdrucks.

3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 SS 2018 9. Jänner 2019			
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) Camille ist mit ihren Eltern über das Wochenende in ein Thermenhotel gefahren. Dort darf sie sich bei dem reichhaltigen Frühstücksbuffet selbst ihr Frühstück zusammenstellen. Camille ist davon sehr begeistert und teilt ihrem Vater sofort mit, was sie sich denn alles nehmen könnte:

> *Ich will entweder Tee oder Müsli ... beides auf keinen Fall, das schmeckt nicht gut. Ich will Baked Beans ... oder Eierspeise ... hmm ... oder sogar beides! Wenn ich Müsli nehme, dann auf jeden Fall Orangensaft, aber keine Baked Beans. Aber wenn ich Tee nehme, dann will ich Eierspeise und Baked Beans!*

Der Vater bremst ihren Enthusiasmus ein wenig:

> *Such dir bitte höchstens zwei Speisen und genau ein Getränk aus!*

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b) Für welche Speisen bzw. welches Getränk entscheidet sich Camille, welche Kombinationen sind möglich? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Seien *Spielt*, *Kind*, *Lustig* und *Spiel* Prädikatensymbole und *kakerlak* und *geistesblitz* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Spielt}(x,y)$	$\ldots$ x spielt y	$\mathit{Spiel}(x)$	$\ldots$ x ist ein Spiel
$\mathit{Kind}(x)$	$\ldots$ x ist ein Kind	$\mathit{kakerlak}$	$\ldots$ Kakerlak
$\mathit{Lustig}(x)$	$\ldots$ x ist lustig	$\mathit{geistesblitz}$	$\ldots$ Geistesblitz

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Es gibt lustige Kinder, die dann und nur dann Kakerlak spielen, wenn sie auch Geistesblitz spielen.

b) Es gibt ein lustiges Spiel, das von allen Kindern gespielt wird.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Yasin}, \text{Marie}, \text{Heinz}, \text{Thomas}, \text{Stefan}, \text{Uno}, \text{Obstgarten},\\
&\qquad \text{Kakerlak}, \text{Geistesblitz}, \text{Krokodoc}\}\\
I(\mathit{Kind}) &= \{\text{Yasin}, \text{Heinz}, \text{Thomas}, \text{Stefan}\}\\
I(\mathit{Lustig}) &= \{\text{Yasin}, \text{Uno}, \text{Kakerlak}, \text{Geistesblitz}\}\\
I(\mathit{Spiel}) &= \{\text{Kakerlak}, \text{Geistesblitz}, \text{Uno}\}\\
I(\mathit{Spielt}) &= \{(\text{Marie}, \text{Uno}), (\text{Yasin}, \text{Uno}), (\text{Yasin}, \text{Kakerlak}),\\
&\qquad (\text{Thomas}, \text{Kakerlak}), (\text{Thomas}, \text{Uno}), (\text{Thomas}, \text{Obstgarten}),\\
&\qquad (\text{Heinz}, \text{Kakerlak}), (\text{Heinz}, \text{Krokodoc}), (\text{Heinz}, \text{Obstgarten}),\\
&\qquad (\text{Stefan}, \text{Uno}), (\text{Stefan}, \text{Kakerlak})\}\\
I(\mathit{uno}) &= \text{Uno} \qquad I(\mathit{krokodoc}) = \text{Krokodoc}
\end{aligned}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

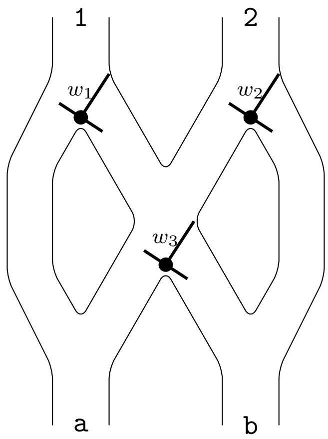
c) $\exists x \exists y\, (\mathit{Kind}(x) \land \mathit{Spiel}(y) \land \mathit{Spielt}(y, x))$

d) $\forall x\, (\mathit{Kind}(x) \supset \mathit{Spielt}(x, \mathit{kakerlak}))$

e) $\exists x \forall y\, ((\mathit{Spiel}(y) \land \mathit{Lustig}(y)) \supset \mathit{Spielt}(x, y))$

f) $\forall x\, (\mathit{Spielt}(x, \mathit{uno}) \not\equiv \mathit{Spielt}(x, \mathit{krokodoc}))$

Aufgabe 3 (10 Punkte) Max erhält zu Weihnachten ein Knobelspiel, das aus einem Würfel und einer Murmel (Glaskugel) besteht. Der Würfel besitzt oben und unten jeweils zwei Löcher. Wirft man die Murmel bei einem der beiden oberen Löcher hinein, kommt sie bei einem der beiden unteren wieder heraus. Die Rätsel besteht nun darin vorherzusagen, bei *welchem* der beiden Löcher sie unten auftauchen wird.
Am Ende der Weihnachtsferien verliert Max schließlich die Geduld und zerlegt den Würfel. Er macht folgende Skizze vom Inneren des Würfels.



Die Löcher oben bezeichnet er mit `1` und `2`, die beiden unten mit `a` und `b`. Dort, wo sich die Murmelbahnen gabeln, befinden sich Weichen (w_1 bis w_3), die eine Bahn offen lassen und die andere verschließen. Kommt die Murmel an diese Stelle, kann sie nur die offene Bahn nehmen. Sobald die Murmel an der Weiche vorbei ist, schaltet sie durch einen

kleinen Hebel die Weiche hinter sich um, sodass die Murmel das nächste Mal an dieser Stelle die andere Abzweigung nehmen muss. Bei der Weichenstellung laut Skizze wird die Murmel bei jeder Weiche nach links geleitet, sodass sie von beiden Eingängen, `1` und `2`, zum Ausgang `a` gelangt. Beim Weg von `1` nach `a` wird dabei Weiche w_1 umgeschaltet, beim Weg von `2` nach `a` werden hingegen die Weichen w_2 und w_3 beide umgeschaltet.
Die Reihenfolge, in der die Murmel in die beiden Löcher oben geworfen wird, lässt sich durch ein Wort über $\{\mathtt{1}, \mathtt{2}\}$ beschreiben. Etwa bedeutet `121`, dass die Murmel zuerst in das Loch `1`, dann in das Loch `2` und zuletzt wieder in das Loch `1` geworfen wird. Analog lässt sich die Reihenfolge der Löcher, bei denen die Murmel unten herauskommt, durch ein Wort über $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$ beschreiben. Stehen die Weichen zu Beginn so wie in der Skizze gezeigt, dann führt das Eingabewort `121` zur Ausgabe `aab`.
Modellieren Sie das Verhalten dieses Spiels mit Hilfe eines Mealy-Automaten, der `1`/`2`- in `a`/`b`-Wörter umwandelt. Verwenden Sie die skizzierte Weichenstellung als Anfangszustand. Sie können die Übergangs- und Ausgabefunktion graphisch oder als Tabelle darstellen.
Berechnen Sie weiters $\gamma^*(q_0, \mathtt{0010011})$, wobei γ die Ausgabefunktion und q_0 den Anfangszustand Ihres Automaten bezeichnet.[1]

Aufgabe 4 (10 Punkte) Einfache Dokumente im Textsatzsystem LaTeX beginnen mit den Zeilen

`\documentclass` *Optionen* `{`*Art*`}`
`\begin{document}`

Danach folgt der eigentliche Dokumenteninhalt und die Schlusszeile

```
\end{document}
```

Art ist ein einzelner Name, wobei ein Name eine nicht-leere Folge von Ziffern, Klein- und Großbuchstaben ist. Die *Optionen* können entweder ganz fehlen oder sie sind eine in eckigen Klammern eingeschlossene nicht-leere Folge von Namen, die durch Beistriche getrennt werden.
Der Dokumentinhalt ist eine möglicherweise leere Folge von Texten, Aufzählungen und punktierten Listen in beliebiger Reihenfolge. Ein Text ist eine nicht-leere Folge von Buchstaben, Ziffern, Leerzeichen, Kommas, Punkten und Doppelpunkten. Aufzählungen beginnen mit

```
\begin{enumerate}
```

und enden mit

```
\end{enumerate}
```

Dazwischen liegt eine nicht-leere Folge von Listeneinträgen. Ein Listeneintrag besteht aus dem Kommando `\item` gefolgt von Texten, Aufzählungen und punktierten Listen in beliebiger Reihenfolge. Ist der Listeneintrag leer, besteht er nur aus `\item`. Eine punktierte Liste ist genauso aufgebaut wie eine Aufzählung, außer dass sie mit `\begin{itemize}` beginnt und mit `\end{itemize}` endet.
Ein Beispiel für ein derartiges Dokument ist das folgende.

```
\documentclass[a4paper,12pt]{article}
\begin{document}
Ich bin ein Text, dem eine punktierte Liste folgt:
```

[1]Inspiriert von einer Aufgabe unter `bytesoftheday.wordpress.com/category/theory-of-computation/`

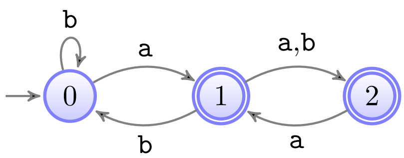
```
\begin{itemize}
\item Listeneintrag
\item Aufzählung innerhalb eines Listeneintrags:
      \begin{enumerate}
      \item Schon wieder ein Eintrag.
      \end{enumerate}
\end{itemize}
\end{document}
```

Das Beispieldokument ist von der Art `article` mit den beiden Optionen `a4paper` und `12pt`. Der Dokumenteninhalt besteht aus einem Text und einer punktierten Liste. Diese enthält zwei Einträge, wobei der erste aus einem Text und der zweite aus einem Text und einer Aufzählung besteht. Die Aufzählung enthält nur einen Listeneintrag.
Sei $\mathcal{L}$ die Menge all solcher einfachen LaTeX-Dokumente.

a) Beschreiben Sie die Sprache $\mathcal{L}$ mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren.

b) Handelt es sich bei $\mathcal{L}$ um eine reguläre Sprache, d.h., lässt sich diese Sprache im Prinzip auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck beschreiben? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Konstruieren Sie zu folgendem endlichen Automaten einen regulären Ausdruck. Orientieren Sie sich am Algorithmus, der in der Vorlesung besprochen wurde und geben Sie den Automaten nach jeder Zustandselimination an!



3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 SS 2019 18. Juni 2019			
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) Marie und Pierre haben zur Matura von ihrem (offensichtlich recht wohlhabenden) Onkel Round-the-World-Tickets geschenkt bekommen. Nach kurzer Zeit haben sie die meisten Stopps festgelegt, nur bei Südamerika sind die beiden noch unschlüssig. Sie dürfen noch höchstens drei weitere Stopps machen. Zur Auswahl stehen Peru, Brasilien, Argentinien, Chile und Uruguay. Sie stellen folgende Überlegungen an:
Marie: *„Wir müssen auf jeden Fall nach Peru zum Machu Picchu."*
Pierre: *„Aber ich möchte auf jeden Fall auch noch in mindestens ein Land, von dem aus ich die Iguazu-Wasserfälle sehen kann!"* (Die Iguazu-Wasserfälle befinden sich an der Grenze zwischen Brasilien und Argentinien und können von beiden Ländern aus besucht bzw. besichtigt werden.)
Marie: *„Fahren wir entweder nach Brasilien oder nach Uruguay, da ist der Regenwald sehr ähnlich, die müssen wir nicht beide besuchen."*
Pierre: *„Ich will aber nur nach Brasilien, wenn wir auch nach Chile fahren!"*
Marie: *„Wenn wir nach Brasilien fahren, will ich auch nach Argentinien."*

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b) Welche Länder in Südamerika werden die beiden bereisen, welche Kombinationen sind möglich? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Seien *Spielt*/2, *DJ*/1, *Laut*/1 und *Musik*/1 Prädikatensymbole und *electro* und *funk* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Spielt}(x, y)$	… x spielt y	$\mathit{electro}$	… Electro
$\mathit{DJ}(x)$	… x ist ein DJ	funk	… Funk
$\mathit{Laut}(x)$	… x ist laut		
$\mathit{Musik}(x)$	… x ist eine Musikrichtung		

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Alle lauten DJs spielen Electro und Funk.

b) Es gibt DJs, die alle lauten Musikrichtungen spielen.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Hardwell}, \text{Axwell}, \text{Afrojack}, \text{Skrillex}, \text{Zedd}, \text{Funk}, \text{Electro}, \text{Gothic}, \text{Indie}, \\
&\quad\ \text{Urban}, \text{Talk}, \text{Alesso}\} \\
I(\mathit{DJ}) &= \{\text{Alesso}, \text{Hardwell}, \text{Axwell}\} \\
I(\mathit{Laut}) &= \{\text{Hardwell}, \text{Axwell}, \text{Funk}, \text{Electro}\} \\
I(\mathit{Musik}) &= \{\text{Funk}, \text{Electro}, \text{Urban}, \text{Indie}, \text{Skrillex}\} \\
I(\mathit{Spielt}) &= \{(\text{Alesso}, \text{Electro}), (\text{Alesso}, \text{Garfield}), (\text{Hardwell}, \text{Electro}), (\text{Hardwell}, \text{Urban}), \\
&\quad\ (\text{Axwell}, \text{Electro}), (\text{Axwell}, \text{Indie}), (\text{Axwell}, \text{Talk}), \\
&\quad\ (\text{Afrojack}, \text{Funk}), (\text{Afrojack}, \text{Indie})\} \\
I(\mathit{funk}) &= \text{Funk} \\
I(\mathit{electro}) &= \text{Electro}
\end{aligned}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der angegebenen Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x \mathit{Spielt}(x, \mathit{funk})$

d) $\forall x \mathit{Spielt}(x, \mathit{electro})$

e) $\exists x \exists y(\mathit{Musik}(x) \land \mathit{DJ}(y) \land \mathit{Laut}(y) \land \mathit{Spielt}(x, y))$

f) $\forall x(\mathit{DJ}(x) \supset \exists y(\mathit{Musik}(y) \land \mathit{Spielt}(x, y))$

Aufgabe 3 (10 Punkte) Zwei Mönche und zwei Kannibalen treffen an einem Fluss aufeinander, den sie überqueren wollen. Am Ufer liegt ein Boot, das höchstens zwei Passagiere aufnehmen kann. Wie gelangen alle vier Personen an das andere Ufer, wenn vermieden werden soll, dass ein einzelner Mönch mit zwei Kannibalen (Gefahr für den Mönch!) alleine an einem der Ufer zurückbleibt?

- Überlegen Sie, welche Informationen notwendig sind, um den Zustand des Systems (bestehend aus den vier Personen, dem Boot und dem Fluss) zu beschreiben.
- Legen Sie die möglichen Aktionen fest, die zu einem Zustandswechsel führen können.
- Geben Sie einen endlichen Automaten an, der das Systemverhalten vollständig beschreibt.
- Geben Sie eine Aktionsfolge an, die das System vom Anfangs- in einen Endzustand überführt und damit die Frage beantwortet.

Anregung: Verwenden Sie zur Bezeichnung der Zustände und Aktionen kurze, sprechende (mnemotechnische) Bezeichnungen. Eine Durchnummerierung mit Zahlen oder Buchstaben ist zwar möglich, mindert aber die Lesbarkeit des Automaten.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Die JavaScript Object Notation (JSON) ist ein kompaktes Datenformat in einer einfach lesbaren Textform zur Übertragung und zum Speichern von strukturierten Daten.[1] JSON kennt folgende Datentypen.

Nullwert: wird durch das Schlüsselwort `null` dargestellt.

[1] Inspiriert von `https://de.wikipedia.org/wiki/JavaScript_Object_Notation`

Boolescher Wert: wird durch die Schlüsselwörter `true` bzw. `false` dargestellt.

Zahl: ist eine Folge der Ziffern `0` bis `9`. Diese Folge kann durch ein negatives Vorzeichen (`-`) eingeleitet und einen Dezimalpunkt (`.`) unterbrochen sein. Die Zahl kann durch die Angabe eines Exponenten ergänzt werden. Dieser beginnt mit dem Buchstaben `e` oder `E`, danach folgt ein Vorzeichen (`+` oder `-`) und eine Folge der Ziffern `0` bis `9`.

Zeichenkette: beginnt und endet mit doppelten geraden Anführungszeichen (`"`). Der Einfachheit halber nehmen wir an, dass Zeichenketten nur Groß- und Kleinbuchstaben, Ziffern und Bindestriche enthalten können.

Array: beginnt mit `[` und endet mit `]`. Es enthält eine durch Kommata getrennte Liste von Werten gleichen oder verschiedenen Typs. Leere Arrays sind zulässig.

Objekt: beginnt mit `{` und endet mit `}`. Es enthält eine durch Kommata getrennte Liste von Eigenschaften. Objekte ohne Eigenschaften (leere Objekte) sind zulässig. Jede Eigenschaft besteht aus einem Schlüssel und einem Wert, getrennt durch einen Doppelpunkt (Schlüssel : Wert). Der Schlüssel ist eine Zeichenkette, der Wert ist einer der Datentypen.

Beispiel für ein JSON-Objekt:

```
{ "Herausgeber": "Xema",
  "Nummer": "1234-5678-9012-3456",
  "Deckung": 2e+6,
  "Waehrung": "EURO",
  "Inhaber":
  { "Name": "Mustermann",
    "Vorname": "Max",
    "maennlich": true,
    "Hobbys": ["Reiten", "Golfen", "Lesen"],
    "Alter": 42,
    "Kinder": [],
    "Partner": null
  }
}
```

Sei $\mathcal{J}$ die Menge aller Zeichenketten, die ein JSON-Objekt darstellen, wobei wir Leerzeichen und Zeilenumbrüche nicht berücksichtigen.

a) Beschreiben Sie die Sprache $\mathcal{J}$ mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren. Verwenden Sie einfache Anführungszeichen zur Kennzeichnung von Terminalsymbolen, da die doppelten Teil der Sprache sind.

b) Handelt es sich bei $\mathcal{J}$ um eine reguläre Sprache, d.h., lässt sich diese Sprache im Prinzip auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck spezifizieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 5 (10 Punkte) SAT-Solver sind Programme, die als Eingabe eine Formel in konjunktiver Normalform erwarten und diese auf Erfüllbarkeit testen. Als Ausgabe liefern sie die Information „erfüllbar“ bzw. „unerfüllbar“. Im ersten Fall wird eine erfüllende Variablenbelegung als Nachweis für die Erfüllbarkeit ausgegeben.
Beispiel: Für die konjunktive Normalform $(A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$ liefern SAT-Solver die Antwort „erfüllbar“ und eine der Variablenbelegungen $I_1(A) = I_1(B) = 1$ oder $I_2(A) = I_2(B) = 0$.

Angenommen Sie und Ihre Kollegin modellieren das gleiche aussagenlogische Problem. Sie können sich zwar über die benötigten Aussagenvariablen und ihre Bedeutung einigen, für die Problembeschreibung benötigen Sie aber zwei Formeln F und G, während Ihre Kollegin mit einer einzigen Formel H auskommt, die ganz anders aussieht als Ihre Formeln.

a) Wie können Sie mit Hilfe eines SAT-Solvers überprüfen, ob die beiden Beschreibungen gleichwertig (semantisch äquivalent) sind? Beschreiben Sie alle erforderlichen Schritte.

b) Was bedeutet es, wenn der SAT-Solver eine erfüllende Variablenbelegung findet? Was lässt sich über den Wahrheitswert der ursprünglichen Formeln F, G und H in dieser Variablenbelegung sagen?

3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 SS 2019 25. September 2019			
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) Heinz möchte das Äußere seines Hauses neu streichen. Als Patriot will er für jeden der vier Bereiche Tür, Fensterrahmen, Wand und Dach nur eine der Farben rot oder weiß verwenden. Heinz stellt folgende Überlegungen an.

> „Mindestens einer der vier Bereiche soll weiß sein, und mindestens zwei davon rot. Die Wand soll nur dann weiß sein, wenn die Tür rot ist. Tür und Fensterrahmen sollen aber nicht beide rot sein. Dach und Wand sollen jedenfalls nicht dieselbe Farbe erhalten.“

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b) Welche Möglichkeiten hat Heinz unter diesen Umständen für die Farben von Tür, Fensterrahmen, Wand und Dach? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Empfehlung: Nützen Sie bei Ihrer Modellierung den Umstand aus, dass jeder Bereich, der nicht rot ist, weiß sein soll, und umgekehrt.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Seien *Beherbergt*/2, *Gefährlich*/1, *Tier*/1 und *Zoo*/1 Prädikatensymbole sowie *elefant*, *löwe* und *schlange* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Beherbergt}(x,y)$	… x beherbergt y	*elefant*	… Elefant
$\mathit{Gefährlich}(x)$	… x ist gefährlich	*löwe*	… Löwe
$\mathit{Tier}(x)$	… x ist ein Tier	*schlange*	… Schlange
$\mathit{Zoo}(x)$	… x ist ein Zoo		

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Alle Zoos beherbergen Schlangen, Löwen oder beides.

b) Es gibt einen Zoo, der alle gefährlichen Tiere beherbergt.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Affe}, \text{Berlin}, \text{Elefant}, \text{Krokodil}, \text{Löwe}, \text{München},\\
&\quad \text{Pinguin}, \text{Robbe}, \text{Salzburg}, \text{Schlange}, \text{Tiger}, \text{Wien}\}\\
I(\mathit{Beherbergt}) &= \{(\text{Berlin}, \text{Affe}), (\text{Berlin}, \text{Löwe}), (\text{Berlin}, \text{Robbe}),\\
&\quad (\text{München}, \text{Elefant}), (\text{München}, \text{Löwe}), (\text{Salzburg}, \text{Löwe}), (\text{Salzburg}, \text{Robbe}),\\
&\quad (\text{Wien}, \text{Affe}), (\text{Wien}, \text{Krokodil}), (\text{Wien}, \text{Schlange}), (\text{Wien}, \text{Tiger})\}\\
I(\mathit{Gefährlich}) &= \{\text{Affe}, \text{Krokodil}, \text{Löwe}, \text{Robbe}\}\\
I(\mathit{Tier}) &= \{\text{Löwe}, \text{Pinguin}, \text{Robbe}, \text{Schlange}, \text{Tiger}\}\\
I(\mathit{Zoo}) &= \{\text{Berlin}, \text{Salzburg}, \text{Wien}\}\\
I(\mathit{löwe}) &= \text{Löwe} \qquad I(\mathit{schlange}) = \text{Schlange} \qquad I(\mathit{elefant}) = \text{Elefant}
\end{aligned}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der angegebenen Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x \exists y\, (\mathit{Zoo}(x) \land \mathit{Gefährlich}(y) \land \mathit{Beherbergt}(x,y))$

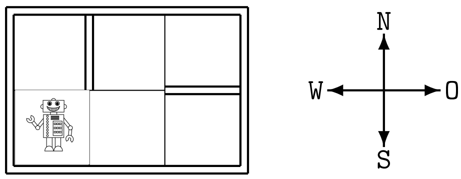
d) $\forall x\, (\mathit{Beherbergt}(x, \mathit{schlange}) \not\equiv \mathit{Beherbergt}(x, \mathit{löwe}))$

e) $\exists x\, (\mathit{Zoo}(x) \land \mathit{Beherbergt}(x, \mathit{elefant}) \land \mathit{Beherbergt}(x, \mathit{löwe}))$

f) $\forall x \exists y\, (\mathit{Zoo}(x) \land \mathit{Gefährlich}(y) \land \mathit{Beherbergt}(x,y))$

Aufgabe 3 (10 Punkte) Ein Roboter wird in einem Labyrinth ausgesetzt, um es zu erkunden. Per Funk erhält er jeweils einen der Steuerbefehle `N` (Nord), `S` (Süd), `W` (West) und `O` (Ost), wodurch er versucht, sich um ein Feld in die angegebene Richtung weiterzubewegen. Gelingt ihm das, antwortet er `1` (ja). Ist der Weg durch eine Mauer versperrt, bleibt er auf dem ursprünglichen Feld und antwortet `0` (nein).

Nehmen Sie an, dass die Höhle so aussieht wie rechts skizziert und dass sich der Roboter zu Beginn links unten befindet. Die doppelten Linien markieren Wände. Die Eingabe `NNOSSOOOWNO` führt dann beispielsweise zur Ausgabe `10010110111`.



a) Überlegen Sie, welche Informationen notwendig sind, um die momentane Situation des Roboters in der Höhle zu beschreiben. Wieviele Zustände kann das Roboter-Höhle-System annehmen? Wieviele Zustände sind es im Allgemeinen, wenn die Höhle b Felder breit und l Felder lang ist? Wie lassen sich die Zustände kompakt bezeichnen?

b) Legen Sie die Aktionen fest, die zu einem Zustandswechsel führen, sowie die möglichen Reaktionen des Roboters. Definieren Sie ein entsprechendes Ein- und Ausgabealphabet.

c) Geben Sie einen Mealy-Automaten an, der das Roboter-Höhle-System vollständig beschreibt. Sie können den Automaten graphisch oder tabellarisch spezifizieren.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Zwei Unternehmen, A und B, besitzen jeweils ein Lager und einen Warenempfang. Fahrradboten transportieren Pakete vom Lager des einen Unternehmens zum Warenempfang des anderen. Ein Transport läuft immer nach demselben Muster ab: Beim Lager des einen Unternehmens wird das Fahrrad mit einem Paket beladen, dann fährt der Bote damit zum anderen Unternehmen, wo er es dem Empfang übergibt. Danach ist der Bote bereit, ein Paket von diesem Unternehmen zurück zum ersten Unternehmen zu transportieren. Jeder Bote bringt also abwechselnd ein Paket vom A nach B und danach ein anderes von B nach A (bzw. umgekehrt, wenn er beim Unternehmen B beginnt).

a) Modellieren Sie dieses System mit Hilfe eines Petri-Netzes. Wählen Sie die Anfangsmarkierung so, dass zu Beginn 4 Pakete im Lager A und 3 Pakete im Lager B auf Transport warten. Weiters stehen anfänglich zwei Boten beim Unternehmen A und einer beim Unternehmen B für Transporte zur Verfügung.

b) Dieses System hat den Nachteil, dass Boten unter Umständen untätig bei einem Unternehmen auf Pakete warten, während beim anderen Boten benötigt werden. Wie lässt sich Ihr Petri-Netz erweitern, um dieses Problem zu lösen?

Aufgabe 5 (10 Punkte) Brüche können im Textsatzsystem LaTeX mit dem Befehl

`\frac{`*Zaehler*`}{`*Nenner*`}`

dargestellt werden. Für diese Aufgabe nehmen wir an, dass *Zaehler* und *Nenner* nur ganze Zahlen, weitere Brüche sowie Summen und Differenzen solcher Zahlen und Brüche sein können. Der gesamte Ausdruck muss entweder zwischen `\(` und `\)` oder zwischen `\[` und `\]` gestellt werden, damit LaTeX weiß, ob der Bruch im Fließtext oder auf einer eigenen Zeile gesetzt werden soll.
Einige Beispiele für derartige Brüche mit dem entsprechenden LaTeX-Code (wobei allerdings der Unterschied zwischen Fließtext und eigener Zeile, also zwischen `\(`$\cdots$`\)` und `\[`$\cdots$`\]` nicht sichtbar ist):

$\frac{5}{2}$	`\(\frac{5}{2}\)`
$\frac{7}{8-2}$	`\[\frac{7}{8-2}\]`
$\frac{\frac{1}{2+5}-1}{1+\frac{1}{25-6}}$	`\[\frac{\frac{1}{2+5}-1}{1+\frac{1}{25-6}}\]`
$\frac{15}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+3}}}$	`\(\frac{15}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+3}}}\)`

Sei $\mathcal{B}$ die Menge aller derartigen LaTeX-Brüche.

a) Beschreiben Sie die Sprache $\mathcal{B}$ mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren.

b) Handelt es sich bei $\mathcal{B}$ um eine reguläre Sprache, d.h., lässt sich diese Sprache im Prinzip auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck spezifizieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

3.0/2.0 VU Formale Modellierung

185.A06   SS 2019   21. November 2019

Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe
			A

Aufgabe 1 (10 Punkte) Donald Duck möchte einen neues Auto kaufen. Das Auto soll billig, schön, sicher oder schnell sein, wobei es mindestens zwei dieser Eigenschaften erfüllen soll. Dabei gehen ihm die folgenden Gedanken durch den Kopf:

- Wenn das Auto schnell ist, muss es auf jeden Fall auch schön sein.
- Das Auto ist nicht schön, wenn es billig ist.
- Donald will auf jeden Fall entweder ein sicheres oder ein schnelles Auto, aber nicht beides.
- Das Auto ist nicht gleichzeitig sicher und billig.

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung jeder Aussagenvariablen an.

b) Findet Donald ein Auto, das er kaufen möchte? Wenn ja, welche(s)? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Seien $\mathit{Besitzt}/2$, $\mathit{Zauberer}/1$, $\mathit{Magisch}/1$ und $\mathit{Waffe}/1$ Prädikatensymbole sowie *schwert* und *stab* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Zauberer}(x)$	… x ist ein Zauberer	$\mathit{Besitzt}(x, y)$	… x besitzt y
$\mathit{Magisch}(x)$	… x ist magisch	$\mathit{schwert}$	… Schwert
$\mathit{Waffe}(x)$	… x ist eine Waffe	stab	… Zauberstab

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Kein Zauberer besitzt sowohl ein Schwert als auch einen Zauberstab.

b) Es gibt Zauberer, die alle magischen Waffen besitzen.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Draco}, \text{Harry}, \text{Hermine}, \text{Ron}, \text{Zauberstab}, \text{Drache}, \text{Kessel}, \text{Teppich},\\
&\qquad \text{Schwert}, \text{Pistole}, \text{Zaubertrank}\}\\
I(\mathit{Zauberer}) &= \{\text{Harry}, \text{Hermine}, \text{Ron}\}\\
I(\mathit{Magisch}) &= \{\text{Zauberstab}, \text{Drache}, \text{Kessel}, \text{Teppich}\}\\
I(\mathit{Waffe}) &= \{\text{Zauberstab}, \text{Drache}, \text{Schwert}, \text{Pistole}, \text{Zaubertrank}\}\\
I(\mathit{Besitzt}) &= \{(\text{Harry}, \text{Drache}), (\text{Harry}, \text{Schwert}), (\text{Harry}, \text{Zauberstab}), (\text{Harry}, \text{Kessel}),\\
&\qquad (\text{Harry}, \text{Teppich}), (\text{Draco}, \text{Zaubertrank}), (\text{Draco}, \text{Drache}),\\
&\qquad (\text{Hermine}, \text{Drache}), (\text{Hermine}, \text{Zauberstab}), (\text{Hermine}, \text{Schwert}),\\
&\qquad (\text{Ron}, \text{Kessel}), (\text{Ron}, \text{Drache}), (\text{Ron}, \text{Zauberstab})\}\\
I(\mathit{schwert}) &= \text{Schwert} \qquad I(\mathit{stab}) = \text{Zauberstab} \qquad I(\mathit{drache}) = \text{Drache}
\end{aligned}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x\,(\mathit{Zauberer}(x) \land \forall y\,(\mathit{Magisch}(y) \supset \mathit{Besitzt}(x,y)))$

d) $\forall x(\mathit{Zauberer}(x) \land \mathit{Besitzt}(x,\mathit{stab}))$

e) $\exists x\,(\mathit{Zauberer}(x) \land \mathit{Besitzt}(x,\mathit{drache}) \land \neg\mathit{Besitzt}(x,\mathit{schwert}))$

f) $\forall x(\mathit{Besitzt}(x,\mathit{stab}) \lor \mathit{Besitzt}(x,\mathit{drache}))$

Aufgabe 3 (10 Punkte) Es stehen drei Wasserkrüge mit einem Fassungsvermögen von 3, 5 bzw. 7 Litern zur Verfügung, von denen zu Beginn der kleinste und der größte Krug vollständig gefüllt und der mittlere leer ist. Die Krüge sollen nun ohne Wasserverlust so umgefüllt werden, dass sich am Ende in einem der Krüge genau ein Liter befindet.
Modellieren Sie dieses Problem mit Hife eines endlichen Automaten.

a) Wodurch werden die Zustände des Systems charakterisiert, wie lassen sie sich eindeutig beschreiben? Was ist der Startzustand, was sind die Endzustände? Schätzen Sie die Zahl der benötigten Zustände möglichst genau ab.

   Hinweis: Durch das Umfüllen geht kein Wasser verloren. Weiters ist nach jedem Umfüllvorgang einer der beteiligten Krüge leer oder voll.

b) Wie lassen sich die Zustandsübergänge in diesem System beschreiben? Legen Sie das Alphabet des Automaten fest. Welche Bedeutung besitzt die zum Automaten gehörige Sprache, d.h., was geben die Wörter in dieser Sprache an?

   Wählen Sie das Alphabet möglichst klein, aber groß genug, sodass sich aus den Wörtern über diesem Alphabet die Abläufe im System rekonstruieren lassen. Sie sollten also weder jedem Übergang zwischen zwei Zuständen ein eigenes Symbol zuordnen (das Symbol repräsentiert dann nur genau diesen einen Übergang) noch sollten Sie alle Übergänge mit demselben Symbol beschriften, da sich damit die Abläufe im System nicht beschreiben lassen.

c) Geben Sie einen endlichen Automaten für das Problem an. Der Automat soll das gesamte System modellieren, nicht nur einen möglichen Lösungsweg.

d) Geben Sie zwei Wörter an, die dieser Automat akzeptiert.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Sei Σ das Alphabet $\{\mathtt{a},\mathtt{h},\mathtt{n},\mathtt{s}\}$ und L die Menge aller Wörter über Σ, die entweder mit `hans` oder `anna` enden. Beispiele für solche Wörter sind `hans` und `anna` selber, aber auch die Wörter `hahahans` und `hanna` liegen in L.

a) Geben Sie einen Posix Extended Regular Expression an, der die Sprache L beschreibt.

b) Geben Sie einen nichtdeterministischen Automaten an, der die Sprache L akzeptiert. Der Automat soll der Definition der Sprache direkt entsprechen, sodass die Korrektheit der Modellierung unmittelbar einsichtig ist.

c) Konstruieren Sie mit Hilfe des in der Vorlesung besprochenen Determinisierungsverfahrens zu Ihrem nichtdeterministischen Automaten einen äquivalenten deterministischen.

Aufgabe 5 (10 Punkte) In Büchern über formale Sprachen ist folgende Definition zu finden:

> Eine *monotone Grammatik* wird durch ein 4-Tupel $G = \langle V, T, S, P\rangle$ festgelegt, wobei
>
> - V und T endliche, disjunkte Mengen von Symbolen sind ($V \cap T = \{\}$),
> - S ein Symbol aus V ist ($S \in V$) und
> - P eine endliche Menge von Paaren (x, y) ist, wobei $x, y \in (V \cup T)^+$ und $|x| \leq |y|$ gilt.[1]
>
> Die Elemente von P werden Produktionen genannt; statt $(x, y) \in P$ wird auch $x \to y$ geschrieben. Die Notation $x \to y_1 \mid \cdots \mid y_n$ ist eine Abkürzung für die Produktionen $x \to y_1, \ldots, x \to y_n$.
>
> Das Wort $u\,y\,v$ ist aus dem Wort $u\,x\,v$ in einem Schritt ableitbar, geschrieben $u\,x\,v \Rightarrow u\,y\,v$, wenn $x \to y$ gilt. Die von G generierte Sprache $\mathcal{L}(G)$ ist definiert als die Menge $\{\, w \in T^* \mid S \overset{*}{\Rightarrow} w \,\}$, wobei $\overset{*}{\Rightarrow}$ den reflexiven und transitiven Abschluss von $\Rightarrow$ bezeichnet.[2]

Überprüfen Sie, welche der folgenden Tupeln eine monotone Grammatik gemäß der obigen Definition darstellen. Begründen Sie Ihre Antwort, falls es sich um keine monotone Grammatik handelt. Entspricht das Tupel der Definition, geben Sie die Sprache an, die durch die Grammatik generiert wird.

a) $\langle \{\mathtt{S}\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}, \mathtt{S}, \{\mathtt{S} \to \mathtt{ab}, \mathtt{ab} \to \mathtt{aba}\}\rangle$

b) $\langle \{\mathtt{S}, \mathtt{a}\}, \{\mathtt{b}\}, \mathtt{S}, \{\mathtt{S} \to \mathtt{ab}, \mathtt{ab} \to \mathtt{aba}\}\rangle$

c) $\langle \{\mathtt{S}\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}, \mathtt{S}, \{\mathtt{S} \to \mathtt{a\,S\,b} \mid \varepsilon\}\rangle$

d) $\langle \{\mathtt{b}\}, \{\mathtt{S}, \mathtt{a}\}, \mathtt{b}, \{\mathtt{S} \to \mathtt{ab}, \mathtt{b} \to \mathtt{aba}\}\rangle$

[1] $|x|$ bezeichnet die Anzahl der Zeichen in x. Die Bedingung $|x| \leq |y|$ bedeutet also, dass y nicht kürzer sein darf als x.

[2] Das heißt, dass $\overset{*}{\Rightarrow}$ die kleinste Relation mit folgenden Eigenschaften ist:

- Aus $u \Rightarrow v$ folgt $u \overset{*}{\Rightarrow} v$.
- Es gilt $u \overset{*}{\Rightarrow} u$ für alle Wörter $u \in T^*$.
- Aus $u \overset{*}{\Rightarrow} v$ und $v \overset{*}{\Rightarrow} w$ folgt $u \overset{*}{\Rightarrow} w$.

Anschaulich gesprochen steht $\overset{*}{\Rightarrow}$ für die Ableitbarkeit in beliebig vielen Schritten.

3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 SS 2019 8. Jänner 2020			
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) Sechs Mitglieder der berüchtigten Panzerknacker-Bande verbüßen nach einem Raubzug eine Haftstrafe. *Babyface Knack* war nicht untätig und hat unter seinem Bett einen Fluchttunnel gegraben. Nun überlegt er, wen er mitnehmen soll.
„Ich muss mindestens eine Person mitnehmen, die die Wärter im Auge behält. *Opa Knack* wird bereits nächste Woche entlassen, er wird daher den Ausbruch nicht riskieren. *Megabyte Knack* und *Karlchen Knack* streiten ständig miteinander, ich nehme sicher nicht beide zusammen mit. *Oma Knack* ist nicht gut zu Fuß, daher wird sie auf *Karlchen Knack* als Stütze bestehen, wenn sie mitkommt. *Schlabber Knack* tut nie das Gleiche wie *Karlchen Knack*; wenn Karlchen mitkommt, bleibt er sicher da. *Megabyte Knack* kommt dann und nur dann mit, wenn *Oma Knack* oder *Karlchen Knack* mitkommen."

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung jeder Aussagenvariablen an.

b) Wer begleitet Babyface bei seinem Ausbruchsversuch? Begründen Sie Ihre Antwort(en) mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Seien *SchautAn*, *Kind*, *Lustig* und *Sendung* Prädikatensymbole und *teletubbies* und *spongebob* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{SchautAn}(x,y)$	… x schaut y an	$\mathit{Sendung}(x)$	… x ist eine Fernsehserie
$\mathit{Kind}(x)$	… x ist ein Kind	$\mathit{teletubbies}$	… Teletubbies
$\mathit{Lustig}(x)$	… x ist lustig	$\mathit{spongebob}$	… Spongebob

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Es gibt lustige Kinder, die dann und nur dann Teletubbies schauen, wenn sie auch Spongebob schauen.

b) Es gibt lustige Sendungen, die von allen Kinder geschaut werden.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Tom}, \text{Anna}, \text{Flo}, \text{Karo}, \text{Spongebob}, \text{Teletubbies}, \text{Barbapapas}, \\
&\quad\ \text{12oder3}, \text{Niklas}, \text{Heidi}\} \\
I(\mathit{Kind}) &= \{\text{Tom}, \text{Flo}, \text{Anna}, \text{Karo}\} \\
I(\mathit{Lustig}) &= \{\text{Spongebob}, \text{Teletubbies}, \text{Barbapapas}\} \\
I(\mathit{Sendung}) &= \{\text{12oder3}, \text{Teletubbies}, \text{Niklas}, \text{Barbapapas}, \text{Heidi}\} \\
I(\mathit{SchautAn}) &= \{(\text{Tom}, \text{Heidi}), (\text{Tom}, \text{12oder3}), \\
&\quad\ (\text{Flo}, \text{Barbapapas}), (\text{Flo}, \text{Heidi}), (\text{Flo}, \text{12oder3}), \\
&\quad\ (\text{Anna}, \text{Barbapapas}), (\text{Anna}, \text{Teletubbies}), (\text{Anna}, \text{Heidi}), \\
&\quad\ (\text{Karo}, \text{Heidi}), (\text{Karo}, \text{Spongebob})\} \\
I(\mathit{heidi}) &= \text{Heidi} \\
I(\mathit{niklas}) &= \text{Niklas}
\end{aligned}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\forall x\, (\mathit{Kind}(x) \land \mathit{SchautAn}(x, \mathit{heidi}))$

d) $\exists x \forall y\, ((\mathit{Sendung}(y) \land \mathit{Lustig}(y)) \supset \mathit{SchautAn}(x, y))$

e) $\forall x\, (\mathit{SchautAn}(x, \mathit{heidi}) \not\equiv \mathit{SchautAn}(x, \mathit{niklas}))$

Aufgabe 3 (10 Punkte) Die lineare Optimierung (auch lineare Programmierung genannt) beschäftigt sich mit der Optimierung linearer Zielfunktionen über Mengen, die durch lineare Gleichungen und Ungleichungen beschrieben werden können, das heißt, durch Gleichungen und Ungleichungen folgenden Typs:

$$\begin{aligned}
a_1 \cdot v_1 + a_2 \cdot v_2 + a_3 \cdot v_3 + \cdots &= b \\
a_1 \cdot v_1 + a_2 \cdot v_2 + a_3 \cdot v_3 + \cdots &\leq b
\end{aligned}$$

wobei a_1, a_2, a_3, ... und b reelle Konstanten und v_1, v_2, v_3 Variablen sind.
Damit solche Optimierungsprobleme durch den Computer verarbeitet werden können, müssen die (Un)Gleichungen in maschinenlesbare Form gebracht werden. Variablen werden dabei durch das Symbol `v` gefolgt von einer oder mehreren Dezimalziffern dargestellt. Die reellen Konstanten werden durch arithmetische Ausdrücke dargestellt, die aus ganzzahligen Numeralen und Konstantensymbolen mittels Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division und Klammern gebildet werden können. Konstantensymbole werden durch das Symbol `c` gefolgt von einer oder mehreren Dezimalziffern dargestellt. Die arithmetischen Operationen werden durch die Symbole `+`, `-`, `*`, `/`, `=` bzw. `<=` dargestellt. Die einzelnen Gleichungen und Ungleichungen werden durch einen Strichpunkt (`;`) getrennt.

Beispiel eines linearen Programms:

```
7*v1 + 1*v2 + c3*v3 <= 30;
(3*c100)*v3 + ((1-c1)/2)*v2 = 42;
41*v1 + (1-c1)*v2 <= (c2+1/(10-c3))
```

Sei $\mathcal{LP}$ die Menge aller Zeichenketten, die ein lineares Programm darstellen.

a) Beschreiben Sie die Sprache $\mathcal{LP}$ mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren.

b) Handelt es sich bei $\mathcal{LP}$ um eine reguläre Sprache, d.h., lässt sich diese Sprache im Prinzip auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck spezifizieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Eine Fastfood-Kette bietet folgende Möglichkeiten um zu bestellen.

- Will man sein Auto nicht verlassen, fährt man zum *Drive-Thru* und gibt dort über eine Gegensprechanlage seine Bestellung bei einem Mitarbeiter auf. Anschließend fährt man zur Ausgabe, wo ein Mitarbeiter zuerst den offenen Betrag kassiert und anschließend die Bestellung aushändigt.
- Im Restaurant selbst gibt es drei weitere Möglichkeiten:
  - Wählt man die klassische Art zu bestellen, geht man zum *Counter* und gibt dort die Bestellung bei einem Mitarbeiter auf. Hat man bezahlt, so erhält man eine Abholnummer und wartet anschließend in der Abholzone auf die fertige Bestellung.
  - Alternativ geht man zu einem *Bestellterminal*, wählt dort am Bildschirm die gewünschten Speisen aus und zahlt anschließend mit Bankomatkarte. Dann erhält man eine Abholnummer und wartet anschließend in der Abholzone auf die fertige Bestellung.
  - Oder man bestellt und bezahlt via *Handy-App*. Auch in diesem Fall erhält man eine Abholnummer für die Abholzone.

Modellieren Sie dieses Bestellkonzept mit Hilfe eines Petri-Netzes mit folgenden Rahmenbedingungen: Es gibt drei Mitarbeiter, die flexibel beim Drive-Thru, am Counter und in der Abholzone eingesetzt werden. Es gibt einen Counter und ein Bestellterminal. Zu Beginn befinden sich zwei Autos am Drive-Thru und fünf Kunden im Eingangsbereich des Restaurants, die sich noch für eine der drei Möglichkeiten, im Restaurant zu bestellen, entscheiden müssen.
Hinweis: Überlegen Sie, wann ein Mitarbeiter in einen Prozess involviert ist und bilden Sie in Ihrem Netz ab, wann ein Mitarbeiter „belegt“ ist.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Sind folgende Gleichungen für beliebige Sprachen L gültig? Falls ja, begründen Sie warum, falls nein, geben Sie ein Gegenbeispiel an.

a) $L \cup \{\} = L \cdot \{\varepsilon\}$

b) $\{\varepsilon\} \cdot L^* = L^+$

c) $(L \cdot L)^* = L^* \cdot L^*$

d) $L^+ \cup \{\varepsilon\} = L^* \cdot \{\}$

3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 SS 2020 27. Juni 2020			
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) In der Klasse 7C soll ein Geografietest stattfinden. Doch als der Lehrer die Klasse betreten will, kann er die Tür nicht öffnen: sie wurde von innen mit Sesseln verbarrikadiert. Ein paar Tage später befragt die Direktorin die üblichen Verdächtigen um herauszufinden, wer bei diesem Streich beteiligt war. Anschließend hält sie folgende Eindrücke fest:

- Wenn Franz beteiligt war, dann sicher auch Karl und Sarah.
- Wenn Sarah beteiligt war, dann war Elias sicher nicht dabei.
- Franz oder Elias waren sicher mit von der Partie, vielleicht sogar beide.
- Elias und Karl mögen einander gar nicht, die beiden waren sicher nicht gemeinsam beteiligt.
- Franz war nur dann beteiligt, wenn Elias beteiligt war.

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b) Welche Personen verdächtigt die Direktorin, am Streich beteiligt gewesen zu sein? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Seien $\mathit{Besitzt}/2$, $\mathit{Clown}/1$, $\mathit{Markenzeichen}/1$ und $\mathit{Lustig}/1$ Prädikatensymbole sowie hut, $\mathit{großeschuhe}$ und $\mathit{peruecke}$ Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Clown}(x)$	... x ist ein Clown	hut	... Hut
$\mathit{Markenzeichen}(x)$	... x ist ein Markenzeichen	$\mathit{großeschuhe}$	... große Schuhe
$\mathit{Lustig}(x)$	... x ist lustig	$\mathit{peruecke}$	... Perücke
$\mathit{Besitzt}(x, y)$	... x besitzt y		

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Alle Clowns besitzen zumindest ein lustiges Markenzeichen sowie einen Hut.

b) Es gibt lustige Clowns, die alle Markenzeichen besitzen.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Enrico}, \text{Coco}, \text{Poppo}, \text{Zippo}, \text{Frosty}, \text{Pennywise}, \text{roteNase}, \text{großeSchuhe}, \\
&\qquad \text{Hut}, \text{Perücke}, \text{Spritzblume}, \text{dickerBauch}\} \\
I(\mathit{Clown}) &= \{\text{Enrico}, \text{Coco}, \text{Frosty}, \text{Pennywise}\} \\
I(\mathit{Markenzeichen}) &= \{\text{roteNase}, \text{großeSchuhe}, \text{Hut}, \text{Perücke}, \text{Spritzblume}, \text{dickerBauch}\} \\
I(\mathit{Lustig}) &= \{\text{roteNase}, \text{großeSchuhe}, \text{Hut}, \text{Perücke}, \text{Enrico}\} \\
I(\mathit{Besitzt}) &= \{(\text{Enrico}, \text{roteNase}), (\text{Enrico}, \text{Hut}), (\text{Enrico}, \text{dickerBauch}), \\
&\qquad (\text{Coco}, \text{dickerBauch}), (\text{Coco}, \text{Hut}), (\text{Frosty}, \text{Hut}), \\
&\qquad (\text{Frosty}, \text{roteNase}), (\text{Pennywise}, \text{Hut}), (\text{Pennywise}, \text{dickerBauch}), \\
&\qquad (\text{Spritzblume}, \text{großeSchuhe})\} \\
I(\mathit{hut}) &= \text{Hut} \qquad I(\mathit{großeschuhe}) = \text{großeSchuhe} \qquad I(\mathit{peruecke}) = \text{Perücke}
\end{aligned}
$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x\, (\mathit{Besitzt}(x, \mathit{großeschuhe}) \land \neg \mathit{Besitzt}(x, \mathit{peruecke}))$

d) $\exists x\, (\mathit{Clown}(x) \supset \mathit{Besitzt}(x, \mathit{peruecke}))$

e) $\forall x\, (\mathit{Besitzt}(x, \mathit{hut}) \not\equiv \mathit{Besitzt}(x, \mathit{peruecke}))$

f) $\forall x\, ((\mathit{Clown}(x) \land \mathit{Lustig}(x)) \supset \exists y\, \mathit{Besitzt}(x, y))$

Aufgabe 3 (10 Punkte) Zwei Trolle und zwei Orks treffen an einem Fluss aufeinander. Alle wollen auf die andere Flussseite. Am Ufer liegt ein Floß, es trägt aber höchstens zwei Passagiere, daher müssen sie mehrmals fahren. Das Floß muss bei jeder Überfahrt von jemandem gesteuert werden. Da Trolle rauflustig sind, wollen die Orks unter allen Umständen vermeiden, dass einer von ihnen alleine mit beiden Trollen an einem der Ufer zurückbleibt. Wie können unter dieser Bedingung trotzdem alle vier Kreaturen an das andere Ufer gelangen?

a) Geben Sie an, welche Informationen notwendig sind, um den Zustand des Systems (bestehend aus den vier Kreaturen, dem Floß und dem Fluss) zu beschreiben. Wie lässt sich der Start-, wie der Endzustand beschreiben?

b) Legen Sie die möglichen Aktionen fest, die zu einem Zustandswechsel führen können.

c) Geben Sie einen endlichen Automaten an, der das Systemverhalten vollständig beschreibt.

d) Geben Sie basierend auf Ihrem Automaten eine Aktionsfolge an, die das System vom Anfangs- in einen Endzustand überführt und damit die Frage beantwortet.

Verwenden Sie zur Bezeichnung der Zustände und Aktionen kurze, sprechende Bezeichnungen (mit entsprechender Erklärung), um den Automaten verständlich zu gestalten.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Entwickeln Sie schrittweise ein Petri-Netz für die folgende Problemstellung. Geben Sie den Stellen und Transitionen sinnvolle Bezeichnungen, die ihre Rolle erklären.

a) Eine zweispurige Brücke kann in beiden Richtungen von Fahrzeugen befahren werden. Modellieren Sie dieses System mit Hilfe eines Petri-Netzes, wobei die drei Fahrzeugpositionen vor, auf und nach der Brücke dargestellt werden sollen. Nehmen Sie an, dass die Brücke vier Fahrzeuge in der einen und zwei Fahrzeuge in der anderen Richtung überqueren wollen, die Brücke selber aber leer ist.

b) Bei einer Inspektion der Brücke werden bauliche Mängel festgestellt, sodass sich von nun an nur mehr drei Fahrzeuge gleichzeitig auf der Brücke befinden dürfen (insgesamt, unabhängig von der Fahrtrichtung). Erweitern Sie Ihr Petri-Netz, sodass diese Bedingung eingehalten wird.

c) Während der Reparatur ist die Brücke nur einspurig befahrbar. Damit es zu keinen Unfällen bzw. Blockaden kommt, werden auf beiden Seiten Ampeln aufgestellt, die abwechselnd auf grün schalten. Dabei dürfen die Ampeln erst umschalten, wenn die Brücke frei von Fahrzeugen ist. Fahrzeuge fahren nur dann auf die Brücke, wenn ihre Ampel grün zeigt (und sich noch keine drei Fahrzeuge auf der Brücke befinden). Erweitern Sie Ihr Petri-Netz um diese Ampeln und das beschriebene Verhalten.

   Hinweise: Ihr Petri-Netz wird weiterhin zwei „Spuren“ aufweisen, Sie müssen nur sicherstellen, dass sich die Fahrzeuge zu jedem Zeitpunkt nur in eine Richtung bewegen. Für diese Erweiterung benötigen Sie bei einigen Übergängen Gewichte, die größer als 1 sind.

d) Nach der vorigen Teilaufgabe sollte Ihr Petri-Netz sicher sein, d.h., es sollte zu keinen Kollisionen auf der Brücke kommen können. Ist es aber auch fair? Was passiert, wenn aus der Richtung, die gerade grün hat, ständig weitere Fahrzeuge nachkommen? Wenn Ihr Petri-Netz trotzdem umschalten kann, sind Sie bereits fertig. Andernfalls erweitern Sie Ihre Ampeln um eine Phase, während der beide rot sind, sodass sich die Brücke leeren und anschließend die andere Richtung zum Zug kommen kann.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Kreuzen Sie eine oder mehrere Antwortmöglichkeiten an. Es ist keine Begründung erforderlich. Die richtigen Antwortmöglichkeiten einer Teilaufgabe werden zusammen mit zwei Punkten bewertet. Bei mehreren richtigen Antwortmöglichkeiten teilen sich die Punkte entsprechend auf. Bei einer falschen Antwort wird die Teilaufgabe mit null Punkten bewertet.

a) Die Formel $(A \wedge B) \supset (A \wedge C)$ ist
   ☐ gültig ☐ erfüllbar ☐ widerlegbar ☐ unerfüllbar.

b) Eine Formel F mit den Variablen A und B (und anderen) wird an die zwei SAT-Solver Minisat und Glucose übergeben. Minisat liefert die Interpretation I mit $I(A) = I(B) = 0$ als erfüllende Interpretation. Glucose liefert hingegen die Interpretation J mit $J(A) = 1$. Welche Schlüsse lassen sich daraus ziehen? (Variablen, die ein SAT-Solver in seiner Antwort nicht festlegt, können beliebig interpretiert werden.)

   ☐ Die Konsequenzbeziehung $\neg B \models F$ ist wahr.

   ☐ Die Formel F ist widerlegbar.

   ☐ Die Formel F könnte $A \supset B$ gewesen sein.

   ☐ Die Formel $A \supset F$ ist gültig.

c) In welche Beziehung stehen die beiden regulären Sprachen, die durch folgende reguläre Ausdrücke in POSIX-Notation beschrieben werden?

Die durch `c*[c]` beschriebene Sprache ist

- ☐ eine echte Übermenge
- ☐ eine echte Untermenge
- ☐ identisch mit
- ☐ unvergleichbar mit

der durch `(ac*)*c` beschriebenen Sprache.

d) Die von der Grammatik $\langle\{S\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}, \{S \to \mathtt{a}S\mathtt{a} \mid \varepsilon\}, S\rangle$ generierte Sprache ist

- ☐ endlich
- ☐ regulär
- ☐ kontextfrei

e) Sei G die Grammatik $\langle\{S\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}, \{S \to \mathtt{a}S\mathtt{a} \mid \mathtt{b}S \mid \mathtt{c}\}, S\rangle$. Welche der folgenden Wörter liegen in der von G generierten Sprache?

- ☐ `abc`
- ☐ `abababcaaa`
- ☐ `bababacaa`
- ☐ `baabbacaaa`