BSP 145:
Man diskutiere die Funktion f(x) = e^(-1/x) (d. h. man bestimme Definitionsmenge, Nullstellen, Extremwerte, Wendepunkte, Grenzwerte, Symmetrieeigenschaften, . . .) und skizziere den Funktionsgraphen.

$$f(x) := e^{\frac{-1}{x}}$$

$$\left(-\frac{1}{x}\right)' = \left(-x^{-1}\right)' = x^{-2} = \frac{1}{x^2}$$

$$f'(x) := \frac{1}{x^2} \cdot e^{\frac{-1}{x}}$$

$$\left(\frac{1}{x^2}\right)' = \left(x^{-2}\right)' = -2\ x^{-3} = \frac{-2}{x^3}$$

$$f''(x) := \frac{-2}{x^3} \cdot e^{\frac{-1}{x}} + \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x^2} \cdot e^{\frac{-1}{x}} \rightarrow \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^4} - \frac{2 \cdot e^{-\frac{1}{x}}}{x^3}$$

$$\left(-2\ x^{-3}\right)' = -2 \cdot -3 \cdot x^{-4} = 6\ x^{-4} = \frac{6}{x^4}$$

$$f'''(x) := \left(\left(\frac{6}{x^4}\right) \cdot \left(e^{\frac{-1}{x}}\right) + \left(\frac{-2}{x^3}\right) \cdot \left(\frac{1}{x^2} \cdot e^{\frac{-1}{x}}\right)\right) + \left(\left(\frac{-4}{x^5}\right) \cdot \left(e^{\frac{-1}{x}}\right) + \left(\frac{1}{x^4}\right) \cdot \left(\frac{1}{x^2} \cdot e^{\frac{-1}{x}}\right)\right)$$

$$f'''(x) = \frac{6 \cdot e^{-\frac{1}{x}}}{x^4} - \frac{2 \cdot e^{-\frac{1}{x}}}{x^5} - \frac{4 \cdot e^{-\frac{1}{x}}}{x^5} + \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^6}$$

$$f'''(x) \rightarrow \frac{6 \cdot e^{-\frac{1}{x}}}{x^4} - \frac{6 \cdot e^{-\frac{1}{x}}}{x^5} + \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^6}$$

Deffinitionsbereich:

D=R\{0}

Nullstellen

$f(x)=0$ e^k kann nie null sein --> keine NS

Extrema

$f'(x)=0$

$\frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^2}=\frac{1}{x^2}\cdot e^{-\frac{1}{x}}=0$ e^k kann nicht null sein -->

$\frac{1}{x^2}=0$ --> $1=0$ falsch daher keine Extrema

Wendepunkte

$$f''(x)=\frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^4}-\frac{2\cdot e^{-\frac{1}{x}}}{x^3}=e^{\frac{-1}{x}}\cdot\left(\frac{1}{x^4}-\frac{2}{x^3}\right)=0$$

e^k kann nicht null sein --> $\frac{1}{x^4}-\frac{2}{x^3}=0$

$\frac{1}{x^4}=\frac{2}{x^3}$ --> $x^3=2\ x^4$ -->

überprüfen ob wendepunkt f'''(1/2)!=0

$f'''\left(\frac{1}{2}\right)\rightarrow -32\cdot e^{-2}=-4.331$

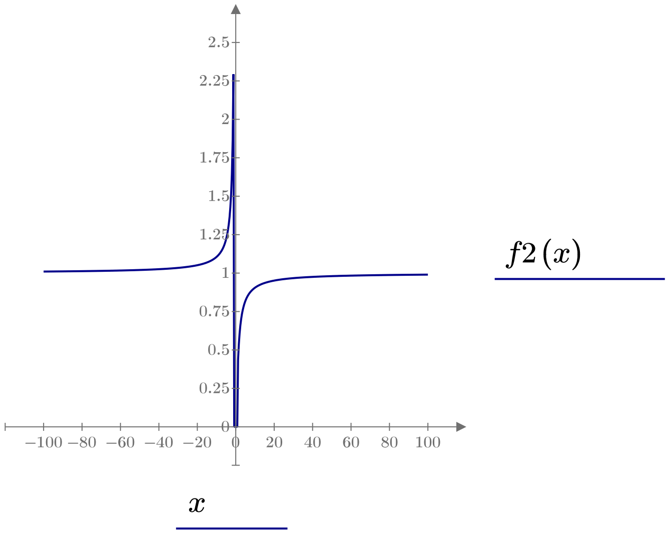
1/2 ist also ein wendepunkt

$f\left(\frac{1}{2}\right)\rightarrow e^{-2}$

$Wendepunkt:=\left[\frac{1}{2}\quad e^{-2}\right]$

$$f2(x) := \text{if } 1 > x > -1 \;\Big\|\; 0 \;\; \text{else} \;\Big\|\; e^{\frac{-1}{x}}$$

Die funktion ist nur dazu da das das Programm das ich verwende sie zeichnen kann, da 0 nicht deffiniert ist würde das sonst nicht gehen bei dem Programm



Symetrie

$f(x) = f(-x)$ Wenn das für alle x gilt, ist die funktion Achsensymetrisch

$e^{\frac{-1}{x}} = e^{\frac{1}{x}}$ falsch also nicht achsensymetrisch

$f(x) = -f(-x)$ Wenn das für alle x gilt, ist die funktion Punktsymetrisch

$e^{\frac{-1}{x}} = -e^{\frac{1}{x}}$ falsch also auch nicht punktssymetrisch