Schriftliche Prüfung

Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Studienrichtung: Informatik
Vorlesung: o.Prof. R. Viertl
Übung/schriftl. Prüfung: W. Gurker
2–stündig mit Unterlagen

25. Jän. 2011

[Pro Beispiel 2 Punkte; insgesamt wenigstens 8 Punkte.]

1. Die folgenden Werte sind Beobachtungen einer stochastischen Größe X:

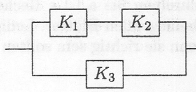
$$13.98 \quad 4.47 \quad 2.65 \quad 1.27 \quad 0.62 \quad 5.90 \quad 0.01 \quad 4.26 \quad 8.85 \quad 3.94$$

(a) Zeichnen Sie die empirische Verteilungsfunktion. (b) Bestimmen Sie: Mittelwert, Median, Varianz und Streuung.

2. Bei einer Servicestelle wird man mit Wahrscheinlichkeit 1/3 sofort bedient oder man hat eine auf dem Intervall $(0, 20]$ uniform verteilte Wartezeit [Minuten]. (a) Bestimmen und zeichnen Sie die Verteilungsfunktion. (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wartet man länger als 10 Minuten?

3. Bestimmen Sie für die Wartezeit von Beispiel **2** (a) den Mittelwert und (b) die Varianz/Streuung.

4. Beim folgenden System sind die Lebensdauern der Komponenten unabhängige, exponentialverteilte stochastische Größen mit einem Mittelwert von 300 [Stunden].



Bestimmen Sie (a) die Verteilungsfunktion, (b) die Dichte und (c) den Mittelwert der Lebensdauer des Systems.

5. Eine bestimmte Komponente sei kritisch für die Funktionsfähigkeit eines Systems und muß nach Ausfall sofort ausgetauscht werden. Wenn die mittlere Lebensdauer dieser Komponente 2/3 [Tage] und die Standardabweichung 1/4 [Tage] beträgt, und wenn man 55 derartige Komponenten vorrätig hat, mit welcher (approximativen) Wahrscheinlichkeit läßt sich für die nächsten 35 Tage die Funktion des Systems gewährleisten?

6. Die Werte 11.7, 15.0, 15.3, 35.5 und 29.9 sind eine Stichprobe aus einer Verteilung mit der Dichte:

$$f(x;\theta) = \frac{x}{\theta^2}\, e^{-x/\theta}, \quad x > 0,\ \theta > 0$$

Bestimmen Sie (a) den plausiblen Schätzer allgemein für Beobachtungen $x_1, \dots, x_n$, und (b) den plausiblen Schätzwert von θ auf Basis der angegegebenen fünf Beobachtungen.

7. Für den Anteil [Prozent] an mehrfach ungesättigten Fettsäuren bei einer bestimmten Margarine ergaben sich bei sechs zufällig ausgewählten Packungen die folgenden Werte:

$$16.8 \quad 17.2 \quad 17.4 \quad 16.9 \quad 16.5 \quad 17.1$$

Wenn die Daten aus einer Normalverteilung $N(\mu, \sigma^2)$ stammen, bestimmen Sie ein 95%–Konfidenzintervall für den Mittelwert μ.

8. Stammen die folgenden Beobachtungen:

x	0	1	2	3	4
Häufigkeit	9	30	20	17	4

aus einer Binomialverteilung mit $n = 4$ und $p = 1/2$? Nehmen Sie den (einfachen) Chiquadrat–Anpassungstest mit $\alpha = 5\%$.

(*Extrapunkt*: R–Commands zum obigen Test?)

Bitte beachten: Schreiben Sie a l l e Rechenschritte und Zwischenergebnisse auf die beiliegenden Blätter. Lediglich hingeschriebene Ergebnisse – auch wenn sie richtig sein sollten – werden nicht gewertet!

Ergebnisse der schriftlichen Prüfung:
Fr 28. Jän. 2011 ab 17:00 (Aushang am Institut)
Telefonische Auskunft: 58801–10724

Mündliche Prüfung: Do 3. u. Fr 4. Feb. 2011
In die aufliegenden Listen eintragen!

Schriftliche Prüfung

Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Studienrichtung: Informatik
Vorlesung: o.Prof. R. Viertl
Übung/schriftl. Prüfung: W. Gurker
2–stündig mit Unterlagen

2. März 2011

[Pro Beispiel 2 Punkte; insgesamt wenigstens 8 Punkte.]

1. Zeichnen Sie für die folgenden Beobachtungen:

4.49 4.32 0.48 2.94 1.96 13.93 2.53 6.30

die empirische Verteilungsfunktion und bestimmen Sie: Mittelwert, Median, Varianz und Streuung.

2. Für die stochastische Größe X gilt $W\{X = 3\} = \frac{1}{5}$. Der Rest der Wahrscheinlichkeit ist im Intervall $(0, 3)$ stetig uniform verteilt. Ermitteln und zeichnen Sie die Verteilungsfunktion und bestimmen Sie $W\{X < 1 \,|\, X < 3\}$.

3. Bestimmen Sie für die stochastische Größe X von Beispiel **2** den Mittelwert und die Varianz/Streuung.

4. Zeigen Sie (inklusive einer graphischen Veranschaulichung), wie man – ausgehend von auf $(0, 1)$ uniform verteilten Zufallszahlen u – Beobachtungen einer stochastischen Größe X mit der folgenden Verteilungsfunktion erzeugen kann:

$$F(x) = 1 - \left(\frac{5}{x}\right)^2, \quad x \geq 5$$

Welche Beobachtung ergibt sich konkret für $u = 0.1719$?

5. Ein Seriensystem besteht aus 5 Komponenten. Die Lebensdauern der Komponenten folgen unabhängigen Exponentialverteilungen mit Mittelwert 25 [Tage]. Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion und die Dichte der Lebensdauer des Systems. Außerdem deren Mittelwert und Median.

./.

6. Die folgenden Beobachtungen stammen aus einer Verteilung mit der Dichtefunktion $f(x) = \theta x^{\theta-1} I_{(0,1)}(x)$ (mit $\theta > 0$):

0.86 0.44 0.76 0.72 0.79

Bestimmen Sie den plausiblen Schätzwert von θ (inkl. Herleitung).

7. Die folgenden Beobachtungen stammen aus einer Normalverteilung $N(\mu, \sigma^2)$ mit unbekanntem Mittelwert μ und unbekannter Varianz σ^2:

16.16 9.33 12.96 11.49 12.31 8.93

Bestimmen Sie ein 95% Konfidenzintervall für σ^2.

8. Stammen die folgenden 450 Beobachtungen:

x	0	1	2	3
Häufigkeit	63	149	180	58

aus einer Binomialverteilung mit $n = 3$ und $p = 1/2$? Nehmen Sie den (einfachen) Chiquadrat–Anpassungstest mit $\alpha = 5\%$.

Bitte beachten: Schreiben Sie a l l e Rechenschritte und Zwischenergebnise auf die beiliegenden Blätter. Lediglich hingeschriebene Ergebnisse – auch wenn sie richtig sein sollten – werden nicht gewertet!

Ergebnisse der schriftlichen Prüfung:
Di 8. März 2011 ab 16:00 (Aushang am Institut)
Telefonische Auskunft: 58801–10724
Mündliche Prüfung: Fr 11. u. Mo 14. März 2011
In die aufliegenden Listen eintragen!

Schriftliche Prüfung

Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Studienrichtung: Informatik
Vorlesung: o.Prof. R. Viertl
Übung/schriftl. Prüfung: W. Gurker
2–stündig mit Unterlagen

6. April 2011

[Pro Beispiel 2 Punkte; insgesamt wenigstens 8 Punkte.]

1. Die folgenden 10 Werte sind unabhängige Beobachtungen einer sG X:

1.5 18.7 10.2 2.6 40.4 2.2 34.1 8.4 21.8 4.2

Zeichnen Sie die empirische Verteilungsfunktion und bestimmen Sie für die Stichprobe: Mittelwert, Median, Varianz, Streuung.

2. Für die stochastische Größe X gilt $W\{X = 0\} = 0.5$. Der Rest der Wahrscheinlichkeit ist im Intervall $(0, 10]$ stetig uniform verteilt. Ermitteln und zeichnen Sie die Verteilungsfunktion und bestimmen Sie $W\{X > 5\}$.

3. Bestimmen Sie für die sG X von Beispiel **2** den Mittelwert und die Varianz/Streuung.

4. Wenn die Seitenlänge eines Würfels eine auf dem Intervall $[0, 10]$ stetig uniform verteilte sG X ist, welches Volumen kann man erwarten?

Hinweis: Satz vom unbewußten Statistiker.

5. Ein Seriensystem besteht aus 6 Komponenten. Die Lebensdauern der Komponenten folgen unabhängigen Exponentialverteilungen mit Mittelwert 2 [Jahre]. Ermitteln Sie die Verteilungsfunktion, die Dichte, den Mittelwert und den Median der Lebensdauer des Systems.

6. Die Verteilungsfunktionen der stochastischen Größen X und Y seien im Normal–Wahrscheinlichkeitsnetz parallele Geraden mit (Horizontal–) Abstand d. Was schließen Sie daraus? (Begründete Antworten! Mehrfachantworten sind möglich!)

(1) X und Y sind normalverteilt.
(2) Die Mittelwerte sind gleich.
(3) Die Mittelwerte unterscheiden sich um d.
(4) Die Streuungen/Varianzen sind gleich.
(5) Die Streuungen unterscheiden sich um d.
(6) Die Varianzen unterscheiden sich um d.

7. Zusammengefaßt ergab sich für zwei Stichproben aus unabhängigen Normalverteilungen $N(\mu_1, \sigma^2)$, $N(\mu_2, \sigma^2)$ (mit gleicher Varianz):

	Stichprobe 1	Stichprobe 2
Stichprobenumfang	20	20
Stichprobenmittel	50.19	52.52
Stichprobenstreuung	1.71	2.48

Testen Sie (mit $\alpha = 5\%$) die Hypothese $\mathcal{H}_0 : \mu_1 = \mu_2$ (gegen $\mathcal{H}_1 : \mu_1 \neq \mu_2$).

8. Die folgenden – bereits der Größe nach geordneten – 30 Zahlen wurden mit `round(sort(runif(30)),4)` erzeugt:

0.0920	0.1469	0.1696	0.1903	0.2304	0.2415	0.2550	0.2917	0.2949	0.3201
0.3300	0.3474	0.3690	0.4259	0.4725	0.4749	0.5155	0.5820	0.5959	0.6509
0.6829	0.6950	0.7144	0.7415	0.8392	0.8459	0.8678	0.8853	0.9005	0.9640

Prufen Sie mittels Chiquadrat–Anpassungtest (mit $\alpha = 5\%$), ob die Werte als Beobachtungen einer nach $U_{(0,1)}$ verteilten sG X angesehen werden können. Nehmen Sie dazu die Klasseneinteilung $[0, 0.2), [0.2, 0.4), \ldots, [0.8, 1]$.

Bitte beachten: Schreiben Sie a l l e Rechenschritte und Zwischenergebnise auf die beiliegenden Blätter. Lediglich hingeschriebene Ergebnisse – auch wenn sie richtig sein sollten – werden nicht gewertet!

Ergebnisse der schriftlichen Prüfung:
Do 7. April 2011 ab 16:00 (Aushang am Institut)
Telefonische Auskunft: 58801–10724

Mündliche Prüfung: Do 14. April 2011
In die aufliegende Liste eintragen!

Schriftliche Prüfung

Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Studienrichtung: Informatik
Vorlesung: o.Prof. R. Viertl
Übung/schriftl. Prüfung: W. Gurker
2–stündig mit Unterlagen

18. Mai 2011

[Pro Beispiel 2 Punkte; insgesamt wenigstens 8 Punkte.]

1. Die folgenden 10 Werte sind unabhängige Beobachtungen einer sG X:

$$0.7 \quad -6.0 \quad 9.0 \quad -5.6 \quad 9.6 \quad -4.4 \quad 4.1 \quad -0.1 \quad 1.1 \quad -1.0$$

Zeichnen Sie (genaue Zeichnung!) die empirische Verteilungsfunktion und bestimmen Sie für die Stichprobe: Mittelwert, Median, Varianz, Streuung.

2. Bei einer Serviceeinrichtung wird man entweder mit Wahrscheinlichkeit 0.2 sofort bedient, oder man hat eine auf dem Intervall $(0, 10]$ (Minuten) uniform verteilte Wartezeit. Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion der Wartezeit (+ genaue Zeichnung). Mit welcher Wahrscheinlichkeit wartet man länger als 5 Minuten?

3. Bestimmen Sie für die Wartezeit von Bsp **2** den Mittelwert und die Varianz bzw. die Streuung.

4. Ein Parallelsystem bestehe aus 5 Komponenten. Die Lebensdauern der Komponenten seien unabhängige uniform $U(0, 1)$ verteilte sGn. Ermitteln Sie (a) die Verteilungsfunktion (b) die Dichte (c) den Mittelwert und (d) den Median der Lebensdauer des Systems.

5. Die Lebensdauer eines bestimmten Batterietyps sei eine stochastische Größe mit Mittelwert 5 [Wochen] und Standardabweichung 1.5 [Wochen]. Eine ausgefallene Batterie wird sofort durch eine gleichartige neue Batterie ersetzt. Berechnen Sie (näherungsweise) die Wahrscheinlichkeit, daß man in einem Jahr (= 52 Wochen) mit 12 Batterien auskommt.

Hinweis: Zentraler Grenzverteilungssatz.

6. Die Beobachtungen von Bsp **1** stammen aus einer Normalverteilung $X \sim N(\mu, \sigma^2)$.

(a) Ermitteln Sie ein 95%–Konfidenzintervall für σ^2 und für σ.

(b) Läßt sich behaupten, daß die Streuung gleich 4 ist?

7. Siehe Beiblatt !

8. Fünf (österr.) 1 EURO–Münzen werden gleichzeitig 200 Mal geworfen und jedesmal die Zahl X der geworfenen „Mozart“ gezählt, mit dem folgenden Ergebnis:

X	0	1	2	3	4	5
Häufigkeit	5	38	48	71	32	6

Prüfen Sie mittels Chiquadrat–Anpassungstest (mit $\alpha = 5\%$), ob die Beobachtungen einer Binomialverteilung mit $n = 5$ und $p = 1/2$ entstammen.

Zusatzpunkt: Wie lautet ein R-Command zur Durchführung des Tests?

Bitte beachten: Schreiben Sie a l l e Rechenschritte und Zwischenergebnisse auf die beiliegenden Blätter. Lediglich hingeschriebene Ergebnisse – auch wenn sie richtig sein sollten – werden nicht gewertet!

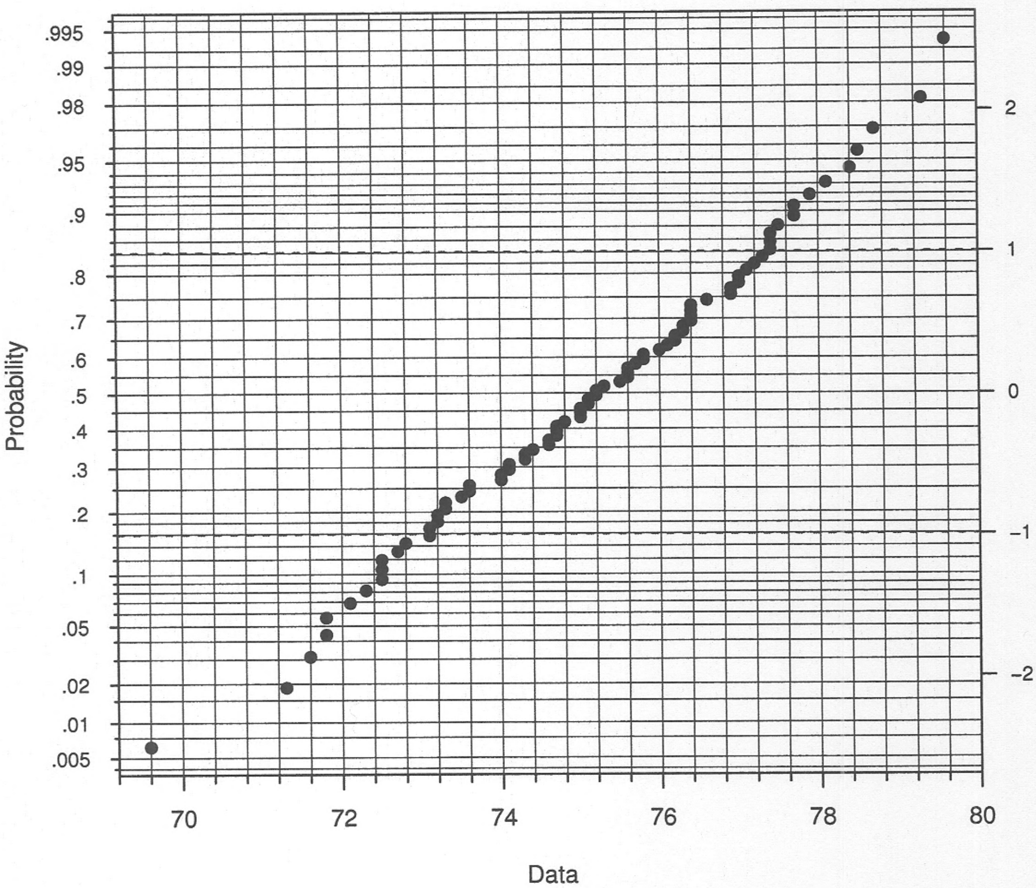
Ergebnisse der schriftlichen Prüfung:
Fr 20. Mai 2011 ab 15:00 (Aushang am Institut)
Telefonische Auskunft: 58801–10724

Mündliche Prüfung: Fr 27. Mai 2011
In die aufliegende Liste eintragen!

Dieses Blatt bitte abgeben!

Name/Matr.Nr.: ______________________________

7. Eine Stichprobe zeigt im (Normal–) Wahrscheinlichkeitsnetz das folgende Bild:



Verteilungstyp :

Mittelwert ≈

Streuung ≈

95%–Quantil ≈

Schriftliche Prüfung

Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Studienrichtung: Informatik
Vorlesung: o.Prof. R. Viertl
Übung/schriftl. Prüfung: W. Gurker
2–stündig mit Unterlagen

22. Juni 2011

[Pro Beispiel 2 Punkte; insgesamt wenigstens 8 Punkte.]

1. Komponenten werden von drei Maschinen hergestellt: Maschine A stellt täglich 200 Komponenten mit einem Defektanteil von 4% her, Maschine B 300 Komponenten mit einem Defektanteil von 5% und Maschine C 400 Komponenten mit einem Defektanteil von 2%. Am Ende des Produktionstages kommen alle Komponenten in einen Behälter. Wenn daraus eine Komponente zufällig entnommen wird und sich herausstellt, daß sie defekt ist, mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde sie dann von A hergestellt?

2. Für die stochastische Größe X gilt $W\{X = 0\} = 0.3$. Der Rest der Wahrscheinlichkeit ist im Intervall $(0, 20)$ stetig uniform verteilt. Ermitteln und zeichnen Sie die Verteilungsfunktion und bestimmen Sie $W\{X > 10\}$.

3. Bestimmen Sie für die stochastische Größe X von **Bsp 2** den Mittelwert und die Varianz/Streuung.

4. Zeigen Sie (auch an Hand einer Skizze), wie man – ausgehend von auf $(0, 1)$ uniform verteilten Zufallszahlen u – Beobachtungen einer stochastischen Größe X mit der Dichte von **Bsp 6** simulieren kann. Welche Beobachtung ergibt sich konkret für $\theta = 5$ und $u = 0.2653$?

5. Ein Seriensystem besteht aus 8 Komponenten. Die Lebensdauern der Komponenten folgen unabhängigen Exponentialverteilungen mit Mittelwert 1.6 [Jahre]. Bestimmen Sie die Lebensdauer des Systems: Verteilungsfunktion, Dichte, Mittelwert (ohne Rechnung!) und Median.

6. Die folgenden Beobachtungen stammen aus einer Verteilung mit der Dichtefunktion $f(x) = \theta(1-x)^{\theta-1} I_{(0,1)}(x)$ (mit $\theta > 0$):

0.630 0.043 0.027 0.012 0.002 0.152

Bestimmen Sie den plausiblen Schätzwert von θ (mit Herleitung).

./.

7. Die folgenden Beobachtungen stammen aus einer Normalverteilung $N(\mu, \sigma^2)$ mit unbekanntem Mittelwert μ und unbekannter Varianz σ^2:

83.7 79.6 83.3 70.1 79.3 85.7

Bestimmen Sie ein 90% Konfidenzintervall für μ.

8. Ein Würfel wird 150 Mal geworfen, mit dem folgenden Ergebnis:

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Häufigkeit	36	23	23	18	20	30

Ist der Würfel fair? Nehmen Sie zur Beantwortung den Chiquadrat–Anpassungstest (mit $\alpha = 10\%$).

Bitte beachten: Schreiben Sie a l l e Rechenschritte und Zwischenergebnisse auf die beiliegenden Blätter. Lediglich hingeschriebene Ergebnisse – auch wenn sie richtig sein sollten – werden nicht gewertet!

Ergebnisse der schriftlichen Prüfung:
Fr 24. Juni 2011 ab 15:00 (Aushang am Institut)
Telefonische Auskunft: 58801–10724
Mündliche Prüfung: Do 30. Juni 2011
In die aufliegende Liste eintragen!

Schriftliche Prüfung

Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Studienrichtung: Informatik
Vorlesung: o.Prof. R. Viertl
Übung/schriftl. Prüfung: W. Gurker
2–stündig mit Unterlagen

4. Okt. 2011

[Pro Beispiel 2 Punkte; insgesamt wenigstens 8 Punkte.]

1. Zeichnen Sie für die folgenden Beobachtungen die empirische Verteilungsfunktion und bestimmen Sie: Mittelwert, Median, Varianz und Streuung.

14.71 1.32 7.09 5.70 2.95 3.25 2.38 1.67

(Von welcher Verteilung könnten die Beobachtungen stammen?)

2. Die Dichte der stochastischen Größe X ist gegeben durch $f(x) = C(5-x)I_{(0,5)}(x)$. Bestimmen Sie die Konstante C und die Verteilungsfunktion $F(x)$. Erstellen Sie Zeichnungen/genaue Skizzen der Dichte und der Verteilungsfunktion.

3. Bestimmen Sie für die stochastische Größe X von Beispiel **2** den Mittelwert und die Varianz/Streuung.

4. Zeigen Sie (inklusive einer graphischen Veranschaulichung), wie man, ausgehend von auf $(0,1)$ uniform verteilten Zufallszahlen u, Beobachtungen einer stochastischen Größe X mit der Dichte $f(x) = 3x^2 I_{(0,1)}(x)$ erzeugen kann. Wenn Sie 1000 derartige Beobachtungen erzeugen, wieviele davon erwarten Sie im Intervall $(0, \frac{1}{2})$?

5. Ein Seriensystem besteht aus 5 Komponenten. Die Lebensdauern der Komponenten folgen unabhängigen Exponentialverteilungen mit Mittelwert 120 [Stunden]. Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion und die Dichte der Lebensdauer des Systems, sowie den Mittelwert und die Streuung.

6. Für eine diskrete sG X mit Merkmalraum $M_X = \{1,2,3\}$ gilt $(0 < p < 1/2)$:

$$P\{X=1\} = P\{X=3\} = p, \quad P\{X=2\} = 1-2p$$

Eine Stichprobe des Umfangs $n = 100$ ergibt:

x	1	2	3
Häufigkeit	21	62	17

Bestimmen Sie den plausiblen Schätzwert von p.

7. Von zwei (unabhängigen) Stichproben aus $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ bzw. $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ ist folgendes bekannt:

Stichprobe 1: $n_1 = 10, \quad \overline{x} = 52, \quad s_x^2 = 400$
Stichprobe 2: $n_2 = 12, \quad \overline{y} = 46, \quad s_y^2 = 340$

Bestimmen Sie – unter der Voraussetzung $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ – ein 90%–Konfidenzintervall für $\Delta = \mu_1 - \mu_2$. Gibt es einen signifikanten Unterschied zwischen μ_1 und μ_2 ?

---

8. Ein Würfel wird 100 Mal geworfen, mit dem folgenden Ergebnis:

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Häufigkeit	13	17	9	17	18	26

Handelt es sich um einen „fairen" (d.h., symmetrischen) Würfel? Nehmen Sie zur Beantwortung den Chiquadrat–Anpassungstest (mit $\alpha = 10\%$).

Bitte beachten: Schreiben Sie a l l e Rechenschritte und Zwischenergebnisse auf die beiliegenden Blätter. Lediglich hingeschriebene Ergebnisse – auch wenn sie richtig sein sollten – werden nicht gewertet!

Ergebnisse der schriftlichen Prüfung:
Fr 7. Okt 2011 ab 15:00 (Aushang am Institut)
Telefonische Auskunft: 58801–10724
Mündliche Prüfung: Fr 14. Okt. 2011
In die aufliegende Liste eintragen!

Schriftliche Prüfung

Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Studienrichtung: Informatik
Vorlesung: o.Prof. R. Viertl
Übung/schriftl. Prüfung: W. Gurker
2–stündig mit Unterlagen

10. Nov. 2011

[Pro Beispiel 2 Punkte; insgesamt wenigstens 8 Punkte.]

1. Die folgenden Werte sind Beobachtungen einer stochastischen Größe:

$$-0.42,\ -1.27,\ 0.79,\ 1.42,\ 0.58,\ 0.61,\ -1.06,\ -1.69,\ 2.07,\ 1.18$$

Zeichnen Sie die empirische Verteilungsfunktion und bestimmen Sie für die Stichprobe: Mittelwert, Median, Varianz und Streuung.

2. Ein diagnostischer Test zeige in 99.5% der Fälle das korrekte Ergebnis, bei Erkrankten und bei nicht Erkrankten. Wenn man davon ausgeht, daß nur 0.2% der Bevölkerung diese Erkrankung hat, mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dann eine zufällig ausgewählte Person, deren Test die Erkrankung anzeigt, tatsächlich erkrankt? Geben Sie eine Erklärung für die (unerwartet?) kleine Wahrscheinlichkeit.

Hinweis: Bayes'sche Formel.

3. Bei einer Serviceeinrichtung wird man mit Wahrscheinlichkeit 1/3 sofort bedient oder man hat eine auf dem Intervall (0, 20] [Minuten] uniform verteilte Wartezeit. Bestimmen und zeichnen Sie die Verteilungsfunktion. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wartet man länger als 10 Minuten?

4. Bestimmen Sie für die Wartezeit von Beispiel **3** den Mittelwert und die Varianz/Streuung.

5. Betrachten Sie ein Seriensystem aus fünf Komponenten. Die Lebensdauern der Komponenten sind unabhängige exponentialverteilte sGn mit Mittelwert 1200 [h]. Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion, die Dichte, den Mittelwert, die Streuung sowie den Median der Lebensdauer des Systems.

./.

6. Für eine diskrete sG X mit Merkmalraum $M_X = \{1, 2, 3\}$ gilt $(0 < p < 1/2)$:

$$P\{X = 1\} = P\{X = 3\} = p, \quad P\{X = 2\} = 1 - 2p$$

Eine Stichprobe des Umfangs $n = 100$ ergibt:

x	1	2	3
Häufigkeit	14	74	12

Bestimmen Sie den plausiblen Schätzwert von p.

7. Für die Kapazität [Ah] eines bestimmten Batterietyps bekommt man bei 8 Testläufen die folgenden Werte:

$$123 \quad 127 \quad 127 \quad 110 \quad 111 \quad 138 \quad 124 \quad 115$$

Wenn man davon ausgeht, daß die Daten aus einer Normalverteilung $N(\mu, \sigma^2)$ stammen, bestimmen Sie ein 90% Konfidenzintervall für die mittlere Kapazität μ. Läßt sich die Behauptung $\mu = 125$ [Ah] vertreten?

8. Stammen die folgenden 100 Beobachtungen:

x	0	1	2	3	4	5
Häufigkeit	6	23	35	25	7	4

von einer Binomialverteilung mit $n = 5$ und $p = 1/2$? Nehmen Sie den (einfachen) Chiquadrat–Anpassungstest mit $\alpha = 5\%$.

Bitte beachten: Schreiben Sie a l l e Rechenschritte und Zwischenergebnise auf die beiliegenden Blätter. Lediglich hingeschriebene Ergebnisse – auch wenn sie richtig sein sollten – werden nicht gewertet!

Ergebnisse der schriftlichen Prüfung:
Mo 14. Nov. 2011 ab 15:00 (Aushang am Institut)
Telefonische Auskunft: 58801–10724
Mündliche Prüfung: Fr 18. Nov. 2011
In die aufliegende Liste eintragen!

Schriftliche Prüfung

Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Studienrichtung: Informatik
Vorlesung: o.Prof. R. Viertl
Übung/schriftl. Prüfung: W. Gurker
2–stündig mit Unterlagen

15. Dez. 2011

[Pro Beispiel 2 Punkte; insgesamt wenigstens 8 Punkte.]

1. Die folgenden 10 Werte sind unabhängige Beobachtungen einer sG X:

$$1.5 \quad 18.7 \quad 10.2 \quad 2.6 \quad 40.4 \quad 2.2 \quad 34.1 \quad 8.4 \quad 21.8 \quad 4.2$$

Zeichnen Sie die empirische Verteilungsfunktion und bestimmen Sie für die Stichprobe: Mittelwert, Median, Varianz, Streuung.

2. Von einem Prüfverfahren für Schaltkreise ist bekannt, daß ein defekter Schaltkreis mit Wahrscheinlichkeit 0.98, ein intakter Schaltkreis mit Wahrscheinlichkeit 0.95 als solcher erkannt wird. Durchschnittlich 3% der Schaltkreise sind defekt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Schaltkreis tatsächlich defekt, wenn die Prüfung einen Defekt anzeigt? (*Hinweis*: Bayes'sche Formel.)

3. Bei einer Serviceeinrichtung hat man eine Wartezeit X (Einheit: Minuten) mit Dichte $f(x) = C(12-x)I_{(0,12)}(x)$. Bestimmen Sie die Konstante C und die Verteilungfunktion. Skizzieren Sie die Verteilungsfunktion.

4. Bestimmen Sie für die Wartezeit X von Beispiel **3** den Mittelwert und die Varianz/Streuung.

5. Ein System bestehe aus 5 hintereinander geschalteten Komponenten. Die Lebensdauern der Komponenten seien unabhängige exponentialverteilte sGn mit Mittelwert $\tau = 1250$ [Stunden]. Ermitteln Sie die Verteilungs– und Dichtefunktion der Lebensdauer des Systems. Mittelwert? Streuung? Median?

6. Die durchschnittliche Größe eines digitalen Bildes betrage 0.8 MB mit einer Streuung von 0.4 MB. Mit welcher Wahrscheinlichkeit belegen 180 derartige Bilder mehr als 150 MB ? (*Hinweis*: Zentraler Grenzverteilungssatz.)

./.

7. Zusammengefaßt ergab sich für zwei Stichproben aus unabhängigen Normalverteilungen $N(\mu_1, \sigma^2)$, $N(\mu_2, \sigma^2)$ (mit gleicher Varianz):

	Stichprobe 1	Stichprobe 2
Stichprobenumfang	20	20
Stichprobenmittel	50.19	52.52
Stichprobenstreuung	1.71	2.48

Testen Sie (mit $\alpha = 5\%$) die Hypothese $\mathcal{H}_0 : \mu_1 = \mu_2$ (gegen $\mathcal{H}_1 : \mu_1 \neq \mu_2$).

---

8. Die folgenden (der Größe nach geordneten) 30 Zahlen wurden mit dem R–Befehl `round(sort(runif(30)),4)` erzeugt:

0.0920	0.1469	0.1696	0.1903	0.2304	0.2415	0.2550	0.2917	0.2949	0.3201
0.3300	0.3474	0.3690	0.4259	0.4725	0.4749	0.5155	0.5820	0.5959	0.6509
0.6829	0.6950	0.7144	0.7415	0.8392	0.8459	0.8678	0.8853	0.9005	0.9640

Prufen Sie mittels Chiquadrat–Anpassungtest (mit $\alpha = 5\%$), ob die Werte als Beobachtungen einer nach $U_{(0,1)}$ verteilten sG X angesehen werden können. Nehmen Sie dazu die Klasseneinteilung $[0, 0.2), [0.2, 0.4), \ldots, [0.8, 1]$.

<u>Bitte beachten:</u> Schreiben Sie a l l e Rechenschritte und Zwischenergebnisse auf die beiliegenden Blätter. Lediglich hingeschriebene Ergebnisse – auch wenn sie richtig sein sollten – werden nicht gewertet!

Ergebnisse der schriftlichen Prüfung: Fr 16. Dez. 2011 ab 16:00 (Aushang am Institut) Telefonische Auskunft: 58801–10724
Mündliche Prüfung: Do 22. Dez. 2011 In die aufliegende Liste eintragen!