Logic-based Knowledge Representation

Multiple Choice Fragen

1. Eine Formel φ folgt nicht logisch aus einer Wissensbasis T genau dann wenn (2015 + 2014)

a) ∀I: I |= T → I |= φ	wahr	**falsch**
b) ∀I: I |= T and I |= φ	wahr	**falsch**
c) ∀I: I |= T → I **!**|= φ	wahr	**falsch**
d) ¬∃I: I |= T and I !|= φ	wahr	**falsch**
e) ∀I: I |= T and I **!**|= φ	**wahr**	falsch

2. Eine Formel φ folgt logisch aus einer Wissensbasis T genau dann wenn

a) ∀I: I |= T → I |= φ	**wahr**	falsch
b) ∀I: I |= T and I |= φ	wahr	**falsch**
c) ¬∃I: I |= T and I !|= φ	**wahr**	falsch

3. Eine Formel ist genau dann unerfüllbar wenn ihre Negation nicht gültig ist.
   a. Falsch, eine Formel ist unerfüllbar, wenn die Negation gültig ist.
4. Sei φ(x) eine Formel mit einer freien Variable x. Ist ∀x(φ(x) → ⊥) gültig, dann ist ∃xφ(x) erfüllbar. (2014 + 2015)
   a. Falsch, denn es kann kein solches x geben, wodurch die Formel erfüllbar wäre.
5. Ist φ unerfüllbar so ist ∀x(φ → ψ) gültig für beliebiges ψ. (2015 + 2014
   a. Richtig, aus Falschem kann man alles ableiten
6. Ist ∀x(φ → ψ) gültig, so ist φ erfüllbar. (2015 + 2014)
   a. Falsch: φ kann auch unerfüllbar sein.
7. Um die Gültigkeit einer geschlossenen Formel der Form φ → ψ in TC1 zu zeigen, betrachten wir die Formel φ ∧ ¬ψ. Falls !|= φ → ψ gilt, so gibt es ein geschlossenes Tableau für φ ∧ ¬ψ und somit ist φ → ψ gültig. (2015 + 2014)
   a. Falsch: falls !|= φ → ψ abgeschlossen werden kann, so ist φ → ψ gültig. Falls !|= φ → ψ gültig ist, so gäbe es ein abgeschlossenes Tableau für |= φ → ψ.
8. Wenn |= φ v ψ, dann |= φ oder |= ψ
   a. Falsch: Gegenbeispiel: φ = p, ψ = ¬p
9. |= ∃x(P(x)∧Q(x)) ⟺ (∃xP(x)) ∧ (∃xQ(x))
   a. Falsch: ∧ kann nur mit dem Allquantor zusammengezogen werden, Der Existenzquantor mit v.
      Gegenbeispiel: U = {a,b}, I(P)={a}, I(Q)={b}
10. $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \models \forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$
    a. Falsch: v kann nur mit dem Existenzquantor zusammengezogen werden. (∃-Distribution)
11. ∀x(P(x) → φ) |= (∃xP(x)) → φ falls x in φ nicht frei vorkommt.
    a. Richtig: Mod(links) muss eine Teilmenge der Mod(rechts) sein, wenn φ kein freies Vorkommen von x besitzt.

12. Eine Wissensbasis welche aus Formeln besteht, welche nur aus v, ∧, propositionalen Variablen und ⊤ (true) bestehen, kann nicht inkonsistent sein.
    a. Richtig: für eine Wissensbasis T gilt:
        i. T ist konsistent gdw. T !|= ⊥, gdw. T hat zumindest ein Modell
        ii. T ist inkonsistent gdw T |= ⊥, T hat kein Modell
13. (∃xP(x)) → φ |= ∀x(P(x) → φ), falls x in φ nicht frei vorkommt.
    a. Richtig
14. |= φ → ψ v χ ⟺ ¬∃ I: I |= φ und I !|= ψ und I !|= χ
    a. Richtig: d.h es existiert keine Interpretation die φ erfüllt, aber weder ψ, noch χ erfüllt.
15. Für jede Formel φ(x) und jede Interpretation I gilt entweder I |= φ(x) oder I |= ¬ φ(x).
    a. Richtig
16. Eine Formel ist genau dann erfüllbar wenn ihre Negation nicht gültig ist.
    a. Richtig, andernfalls ware sie unerfüllbar
17. Seien α, β, γ aussagenlogische Sätze. Falls α |= γ oder β |= γ gilt, so gilt auch a ∧ β |= γ
    a. Richtig
18. Seien α, β, γ aussagenlogische Sätze. Falls a ∧ β |= γ gilt, so gilt auch α |= γ oder β |= γ oder es gelten beide.
    a. Falsch
19. Aus ¬A v ¬B v C folgt ¬A v ¬B
    a. Falsch
20. Eine aussagenlogische Klausel ist genau dann gültig wenn sie die Literale A und ¬A für eine aussagenlogische Variable A enthält.
    a. Richtig
21. p v q ist eine logische Konsequenz von ¬(p → q)
    a. Richtig: ¬(p → q) = p ∧¬q |= p v q
22. Die Aussage (p → q) → ¬q |= ¬q gilt.
    a. Richtig (¬p v q) → ¬q = ¬ (¬p v q) v ¬q = (p ∧¬q) v ¬q |= ¬q
23. Die Aussage (p → q) → ¬q |= ¬p gilt.
    a. Falsch: (p ∧¬q) v ¬q |= ¬p
24. Zwei syntaktisch unterschiedliche Formeln können niemals dieselben Modelle haben.
    a. Falsch, es gibt syntaktisch unterschliedliche Formeln mit denselben Modellen (äquivalente Formeln)
25. W U {ϕ} |= ¬ψ gilt genau dann, wenn W U {ψ} |= ¬ϕ
    a. Richtig: Contraposition Theorem
26. Wenn die Formel ψ erfüllbar, aber nicht gültig ist, so ist ψ → ¬ψ ebenfalls erfüllbar
    a. Richtig (Wahrheitstabelle)
27. Wenn ϕ |= ψ gilt, so sind alle Modelle von ψ auch Modelle von ϕ.
    a. Falsch, umgekehrt wäre richtig
28. Wenn die Formel ϕ → ¬ψ gültig ist, dann ist auch ϕ v ψ erfüllbar.
    a. Falsch: ϕ v ψ muss unerfüllbar sein, da ϕ v ψ = ¬ϕ → ψ

29. Wenn die Formel ϕ → ψ gültig und ¬ψ erfüllbar, aber nicht gültig ist, so muss ϕ unerfüllbar sein.
    a. Falsch
30. Wissenbasis W |= ϕ → ψ genau dann, wenn W u {ϕ} |= ψ
    a. Richtig (Deduction Theorem)
31. W U {ϕ} unerfüllbar, genau dann, wenn |= W → ¬ϕ
    a. Richtig (Contradiction + Deduction Theorem)
32. W U {ψ} |= ϕ impliziert W |= ϕ
    a. Falsch?
33. W U {ϕ} unerfüllbar, genau dann, wenn W |= ¬ϕ gilt.
    a. Richtig (Contradiction Theorem)
34. Für jede konsistente Wissensbasis T und geschlossene Formel φ gilt entweder T |= φ oder T |= ¬φ, jedoch nicht beides.
    a. Falsch
35. Eine Wissensbasis T ist genau dann konsistent, wenn T !|= ∀xφ für ein φ.
    a. Richtig
36. |= φ → ψ gdw. ∀I: I |= φ und I |= ψ
    a. Falsch
37. Falls |= ψ und !|= ψ → φ, dann !|=φ.
    a. Richtig
38. Nur erfüllbare Formeln sind gültig
    a. Richtig
39. Falls φ erfüllbar ist, so ist ¬φ unerfüllbar
    a. Falsch
40. $\not\models \varphi \Rightarrow \psi \Leftrightarrow \forall I : I \models \varphi$ und $I \not\models \psi$
    a. Richtig: aus Wahrem folgt Falsches ist falsch
41. $\mathrm{Cn} : \mathrm{Formulas} \to \mathrm{Formulas}$ d.h. $\mathrm{Cn}(\cdot)$ ist eine Funktion, welche Formeln aus Formeln abbildet. Dabei ist Formulas die Menge aller Formeln.
    a. Falsch

Theoriefragen

1. Definieren Sie den Begriff first-order Interpretation. Gegeben eine Interpretation I, definieren Sie, wann I |= φ gilt, wobei φ beliebig ist. (2014)
    a. Eine first-order Interpretation besteht aus einer **Domäne** U (eine nichtleere Menge an Symbolen) und der **Interpretationsfunktion** I(.) und wenn freie Variablen vorhanden sind einem Variablenassignment α aus der Domäne für jede freie Variable in Formel φ.
    b. I(.) muss folgende Bedingungen erfüllen:
        i. Für jedes Konstantensymbol c ∈ Func: **I(c) ∈ U**
        ii. Für jedes Funktionssymbol *f* ∈ *Func* (n>0): ***I(f)*: $\mathbf{U}^{n} \to \mathbf{U}$**
        iii. Für jedes Prädikatensymbol *p* ∈ *Pred*: ***I(p)* ⊆ $\mathbf{U}^{n}$**
    c. I |= φ iff I(φ) = 1

Übungsaufgaben

1. Es seien A, B, C Formeln. Zeigen Sie, dass aus A |= C und B |= C immer A v B |= C folgt. Verwenden Sie keine Theoreme aus der Vorlesung, es sei denn Sie beweisen Sie. (2015)
2. Sei T eine Theorie und φ, ψ Formeln, wobei φ geschlossen ist. Zeigen Sie, dass wenn T |= φ → ∃x ψ dann auch T |= ∃x (φ →ψ). Gehen Sie am besten indirekt vor. (2015)
3. Zeigen Sie, dass TC1 inkorrekt wird (also dass nicht nur unerfüllbare Formeln ein geschlossenes Tableaux haben), wenn wir in der Regel ∃x φ/ φ{x ← a} nicht fordern, dass a ein neues Konstantensymbol ist. Hinweis: Finden Sie eine erfüllbare Formel, die in TC1 mit dieser Regel ein geschlossenes Tableau hat. (2015)
4. Sei φ(x) eine quantorenfreie Formel einer Sprache L, die mindestens ein Konstantensymbol enthält.
   Der Herbrandsche Satz besagt, dass wenn |= ∃x φ(x), dann gibt es Grundterme t1, ..., tn, sodass |= φ(t1) v ... v φ(tn).
   Zeige, dass aus dem HB-Satz unmittelbar folgt:
   Satz. Sei φ(x) eine quantorenfreie Formel in L. Wenn ∀x φ(x) unerfüllbar ist, dann gibt es Grundterme t1, ..., tn, sodass |= φ(t1) v ... v φ(tn) unerfüllbar ist. (2015)
5. Geben Sie eine erfüllbare Formel der Prädikatenlogik an, deren Modelle (d.h die Universen der Modelle) alle mindestens Kardinalität 2 haben. Begründen Sie Ihre Antwort. (2015)
6. Sei T eine Menge von aussagenlogischen Formeln. Man zeige/widerlege, dass T genau dann inkonsistent ist, wenn T |= ∀x φ für alle Formeln φ. (2015+2014)
7. Sei R ein zweistelliges Prädikatensymbol und sei S* jene Klasse von Interpretationen I für die gilt, dass es für jedes x € U ein y € U gibt mit xI(R)y, wobei U die Domäne von I ist.
   Sei T = {∀x∀y(R(x,y) → R(y,x)), ∀x∀y∀z((R(x,y)∧R(y,z))→R(x,z))} und I€S*. Zeigen Sie, dass I |= ∀xR(x,x) aus I |= T folgt. (2015+2014)
8. Sei S* wie zuvor. Finden Sie eine Wissensbasis T', sodass für jede Interpretation gilt I |= T' ←→ I !€ S*. (sprich das Komplement von T) (2015+2014)
9. Zeigen oder widerlegen Sie durch semantische Argumente (kein TC1), dass die Formel Ex(P(x) → P(f(x))) eine Tautologie ist. (2014)
10. Unter Zuhilfenahme von 9. zeige/widerlege man, dass
    |= ∃x φ(x) → ∃t : t closed and |= φ(x). (2014)
11. Ist die folgende Aussage korrekt? Wenn ja, begründen Sie Ihre Antwort, wenn nein, geben Sie ein Gegenbeispiel.
    Seien a, b beliebige aussagenlogische Sätze in KNF, die dieselben n aussagenlogischen Variablen enthalten. Dann gilt entweder a |= b oder a |= -b. (2013)
12. Ist die folgende Aussage korrekt? Wenn ja, begründen Sie Ihre Antwort, wenn nein, geben Sie ein Gegenbeispiel.
    Seien a, b, c beliebige aussagenlogische Formeln, sodass c aus a ∧ b folgt. Dann gilt entweder a |= c oder b |= c. (2013)

Nonmonotonic Reasoning

Multiple Choice Fragen

1. Sei T = (W, Δ) eine Default Theorie mit W endlich. Der Abschluss $\overline{T}$ = ($\overline{W}$, $\overline{\Delta}$) hat immer ein endliches $\overline{W}$.
    a. Falsch
2. CWA(T) ist genau dann vollständig, wenn T konsistent ist. (+1)
    a. Falsch, CWA(T) ist immer vollständig
3. Cn(T1 U T2) ⊆ Cn(T1) U Cn(T2) für alle Wissensbasen T1, T2.
    a. Falsch
       Gegenbeispiel 1: T1 = {a→b}, T2 = {a}
       Cn({a→b}) U Cn({a}) != Cn({a→b, a}, da
       {a→b, a} != {a→b, a, b}
       Gegenbeispiel 2: T1 = {a}, T2 = {¬a}
       Cn({a}) U Cn({¬a}) != Cn({a, ¬a}, da
       {a, ¬a} != Menge aller Formeln
4. Es bestehe T nur aus definiten Horn Klauseln. Dann ist CWA(T) möglicherweise inkonsistent.
    a. Falsch, wenn T nur aus definiten Hornklauseln besteht, dann ist CWA(T) konsistent.
5. Es gibt Default-Theorien mit einer unerfüllbaren Extension.
    a. Richtig (=inkonsistente Extension)
6. Es gibt keine Theorie W mit Cn(W)=0.
    a. Richtig
7. Sei T = (W, Δ) eine Default Theorie mit W endlich. Der Abschluss $\overline{T}$ = ($\overline{W}$, $\overline{\Delta}$) hat immer ein unendliches $\overline{W}$.
8. Cn(T1) U Cn(T2) ⊆ Cn(T1 U T2) für alle Wissensbasen T1, T2.
    a. Richtig
9. Es bestehe T nur aus definiten Horn Klauseln. Dann ist CWA(T) möglicherweise konsistent.
    a. Falsch, dann ist CWA(T) immer konsistent.
10. Jede Default Theorie der Form T = (W,0) besitzt genau eine Extension.
11. ∃T: Cn(T)=0
    a. Falsch

e) Gegeben ist eine *Default Theorie* $T = (W, \Delta)$, mit
(Consider the following *Default Theory* $T = (W, \Delta)$)

$$W = \{A(b)\},$$
$$\Delta = \left\{ \frac{B(x) : L(x)}{L(x)}, \frac{A(a) : \neg L(a)}{\neg L(a)}, \frac{A(x) : B(x)}{B(x)} \right\}.$$

wobei a und b Konstantensymbole sind.

Welche der folgenden Mengen sind Extensionen von T? (2015)

a) Cn({A(a), A(b), B(a), B(b), ¬L(a), ¬L(b)} Ja Nein
b) Cn({A(a), A(b), B(a), B(b), ¬L(a), L(b)} Ja Nein
c) Cn({A(a), A(b), B(a), B(b), L(a), L(b)} Ja Nein

) Gegeben ist eine *Default Theorie* $T = (W, D)$, mit
(Consider the following *Default Theory* $T = (W, D)$)

$$\Delta = \left\{ 1\ \frac{Student(x) : LikesCoffee(x)}{LikesCoffee(x)}, 2\ \frac{Person(M) : \neg LikesCoffee(M)}{\neg LikesCoffee(M)}, 3\ \frac{Person(x) : Student(x)}{Student(x)} \right\}$$

wobei M und S Konstanten sind.

Welche der folgenden Mengen sind Extensionen von T? (2015)

a) Cn({Person(M), Person(S), Student(M), Student(S), LikesCoffee(M), LikesCoffee(S)}) Ja **Nein**
b) Cn({Person(M), Person(S), Student(M), Student(S), ¬LikesCoffee(M), ¬LikesCoffee(S)}) Ja **Nein**
c) Cn({Person(M), Person(S), Student(M), Student(S), ¬LikesCoffee(M), LikesCoffee(S)}) Ja **Nein**
d) Cn({Person(M), Person(S), ¬LikesCoffee(M), LikesCoffee(S)}) Ja **Nein?**

Gegeben ist eine Default Theorie $T = \langle W, \Delta \rangle$

$$W = \{parent(r,p) \wedge parent(r,s), \neg lazy(s) \wedge lazy(p), lazy(p) \Rightarrow scolds(r,p), lazy(s) \Rightarrow scolds(r,s), \forall x lazy(x) \Rightarrow \exists x lazy(x)\}$$
$$\Delta = (parent(r,p) : \neg scolds(r,p) / \neg scolds(r,p), parent(r,s) : \neg scolds(r,s) / scolds(r,s))$$

Kreuzen Sie zutreffendes an:

$\mathrm{Cn}(\{parent(r,p), parent(r,s), \neg lazy(s), lazy(p), scolds(r,p), scolds(r,s)\})$
wahr □ falsch □

$\mathrm{Cn}(\{parent(r,p), parent(r,s), \neg lazy(s), lazy(p), \neg scolds(r,p), scolds(r,s)\})$
wahr □ falsch □

$\mathrm{Cn}(\{parent(r,p), parent(r,s), \neg lazy(s), lazy(p), scolds(r,p), \neg scolds(r,s)\})$
wahr □ falsch □

Theoriefragen

1. Geben Sie die allgemeine Defintion des deduktiven Abschlusses Cn(T) einer Wissensbasis T. Nennen Sie 3 wichtige Eigenschaften von Cn(.). Kann Cn(T) endlich sein? (2015) + Zeigen Sie, dass Cn(.) idempotent ist. (+2 2014)
   a. **Deductive closure** of a theory T
      Cn(T) = { φ | T |= φ and φ is closed}
   b. **Eigenschaften** von **Cn(T)**
      i. T ⊆ Cn(T); ("inflationaryness")
      ii. Cn(T)=Cn(Cn(T)) ("idempotency")
      iii. T ⊆ T' implies Cn(T) ⊆ Cn(T') ("monotonicity")
      iv. Cn(∅) is the set of all valid closed formulas – thus, in particular, Cn(∅) ≠ ∅
      v. Cn(T) is the set of all closed formulas iff T is inconsistent.
      vi. If φ ∈ Cn(T), then Cn(T ∪ {φ}) = Cn(T).
   c. Ja Cn(T) kann endlich sein
      Beispiel: T = {p(b)} → Cn(T) = {p(b)}
   d. Beweis der Idempotenz Cn(T) = Cn(Cn(T))
      i. Cn(T) ⊆ Cn(Cn(T) gültig, da Cn(T) inflationär ist
      ii. Cn(Cn(T)) ⊆ Cn(T)
          Beweis durch Widerspruch:
          Annahme: A ∈ Cn(Cn(T), aber A !∈ Cn(T)
          Dann gilt Cn(T) |= A, aber T !|= A, d.h. es gibt ein Modell von T, welches kein Modell von A ist. Jedes Modell von T ist aber auch ein Modell von Cn(T). Folglich muss es ein Modell von Cn(T) geben, welches kein Modell von A ist, d.h. Cn(T) !|= A → Widerspruch

2. Zeigen bzw. Widerlegen Sie, dass es ein konsistentes T0 gibt, sodass Cn(T0) kofinit ist. Eine Menge von Formeln ist kofinit, wenn sie alle Formeln bis auf endlich viele enthält.
   Beweis durch Widerspruch:
   Angenommen Cn(T0) ist kofinit und enthält alle bis auf endlich viele Formeln A1, …, An.
   Betrachten wir nun die Formeln A1 ∧ ... ∧ An und ¬ (A1 ∧ ... ∧ An), so müssen beide in Cn(T0) enthalten sein, da alle bis auf A1, …, An enthalten sind, was aber T0 gleichzeitig inkonsistent macht. So kann es also für ein kofinites Cn(T0) kein konsistentes T0 existieren.

3. Welche der folgenden Definitionen beschreibt die Eigenschaft der Nichtmonotonie korrekt: (2015)
   a) Eine Inferenzrelation |– heißt nichtmonoton, wenn es **für jede** Theorie T Formeln φ, ψ gibt, sodass T |– φ, jedoch T U { ψ } **!**|– φ
   b) <u>Eine Inferenzrelation |– heißt nichtmonoton, wenn es **eine** Theorie T und Formeln φ, ψ gibt, sodass T |– φ, jedoch T U { ψ } **!**|– φ</u>

4. Man definiere das klassische Redukt einer Default Theorie T=(W, Δ) bzgl. einer Extension E von T. (2015 2x, 2014)
   Δ_E :={ φ/χ | (φ: ψ1,...,ψn/χ) ∈ Δ and {¬ψ1,...,¬ψn} ∩ E = ∅}

5. Was versteht man unter der Nichtmonotonie einer Inferenzrelation? Geben Sie eine formal korrekte Definition an. (2015 + 2014) + Ist die Default-Logik eine nichtmonotone Inferenzrelation? Belegen Sie Ihre Antwort mit einem Beispiel.
   Nichtmonotonie: Wenn das Hinzufügen neuer Fakten zu einer Wissensbasis dazu führen kann, dass zuvor ableitbares Wissen nicht mehr ableitbar ist.
   Formale Definition:
   Eine Inferenzrelation |– heißt nichtmonoton, wenn es eine Theorie T und Formeln φ, ψ gibt, sodass T |– φ, jedoch T U { ψ } !|– φ.
   Die **Default-Logik** ist eine nichtmonotone Inferenzrelation.
   Beispiel:
   T = {W, Δ}, W = {Bird(Tweety)}, Δ = {Bird(x):flies(x) / flies(x)}
   → es gilt: T |= flies(Tweety)
   T' = {W', Δ}, W' = W U {Penguin(Tweety), Vx(Penguin(x) → -flies(x)}
   → es gilt: T' !|= flies(Tweety)
   (Durch Hinzufügen neuer Fakten, ist flies(Tweety) nicht mehr ableitbar)

6. Was versteht man unter Monotonie einer Inferenzrelation? Geben Sie eine formal korrekte Definiton an! Zeigen Sie, dass die semantische Konsequenzrelation |= der klassischen Logik monoton ist. (2014)
   Monotonie:
   Wenn S |= A und S ⊆ S', dann S' |= A bzw.
   Wenn W |= φ dann W U {ψ} |= φ
   Beweis durch Widerspruch:
   Angenommen W |= φ und W U {ψ} !|= φ, d.h. es gibt eine Interpretation I für die gilt: I |= W und I |= φ. Wegen W U {ψ} !|= φ, muss auch I |= W U ψ und I |≠ φ gelten. Damit haben wir einen Widerspruch, also muss die Implikation der Definition der Monotonie gelten.

7. Man formuliere den Satz über die semi-rekursive Charakterisierung von Extensionen.
   Sei E eine Menge geschlossener Formeln und T=(W, Δ) eine geschlossene Default-Theorie. Man definiere eine Sequenz $(E_i)_{i\geq 0}$ folgendermaßen:
   E_0 = W;
   $E_{i+1} = Cn(E_i) \cup \{ \chi \mid (\varphi:\psi_1,\ldots,\psi_n/\chi) \in \Delta, E_i \models \varphi$, and $\neg\psi_1,\ldots,\neg\psi_n \,!\!\in E \}$
   Dann ist E eine Extension von T iff $E = \bigcup_{i\geq 0} E_i$

8. Geben Sie eine Definition einer nichtmonotonen Konsequenzrelation an, welche definiert wann eine Formel aus einer Default Theorie logisch folgt und zeigen Sie von dieser Relation, dass Sie tatsächlich nichtmonoton ist. (2014)
   Sei T = (W, Δ) eine Default-Theorie. Eine Formel φ ist nichtmonoton aus W unter der Verwendung der Defaults Δ ableitbar, in Zeichen T |- φ, wenn φ in allen Extensionen von T liegt.

9. Was versteht man unter **Monotonie**? Erfüllt die CWA die Monotonie-Eigenschaft? Wenn ja, begründen Sie Ihre Antwort, wenn nein, Gegenbeispiel. (2013)
   a. Monotonie: if S |= A and S ⊆ S′, then S′ |= A.
   b. Nein, CWA ist nichtmonoton, da nach Hinzufügen neuer Fakten, negative Fakten möglicherweise nicht mehr „ableitbar" sind.
   c. Gegenbeispiel:
      T = {P(a), Q(a), Q(b), P(b)}
      CWA(T) = Cn(T)
      CWA(T) |= ∀x(P(x) ∧ Q(x))
      Hinzufügen von P(c): T2 = T U {P(c)}
      Formel nicht mehr ableitbar: CWA(T2) !|= ∀x(P(x) ∧ Q(x))

10. Was ist ein normaler Default bzw. eine normale Default Theorie? Welcher Satz ist auf normale Default Theorien anwendbar? (2013)
    Normal Default iff it's of the form: φ : ψ / ψ
    Normal Default Theories only contain normal defaults
    Normal default theories besitzen immer zumindest eine Extension.

11. Geben Sie eine aussagenlogische Theorie T an, sodass folgende Bedingungen gleichzeitig erfüllt sind: i) CWA von T ist inkonsistent, ii) CWA von T relativ zu p ist konsistent (wobei p ein Atom ist).
    a. T = {q v p} → {¬q ∧ ¬p} € T_{asm}, da T !|= q und T !|= p
       i) T U T_{asm} ist daher inkonsistent und damit ist auch CWA(T) inkonsistent.
    b. {q v p, ¬p, q} € CWA^p(T)
       ii) CWA^p(T) ist daher relativ zu p konsistent.

12. Angenommen T_1 ist eine beliebige, konsistente Wissensbasis und T_2 ist eine inkonsistente Wissensbasis. Welche Beziehung besteht zwischen Cn(T_1) und Cn(T_2)?
    Cn(T1) c Cn(T2) (echte Teilmenge).
    Wenn T2 eine inkonsistente Theorie ist, dann ist Cn(T2) die Menge aller Formeln, die es überhaupt gibt. Da T1 konsistent ist, ist Cn(T1) eine Menge von beliebigen Mengen von Formeln, aber eben nicht aller möglichen Formeln, somit muss Cn(T1) eine echte Teilmenge von Cn(T2) sein.

Übungsaufgaben

1. Es sei T=(W, Δ) eine Default Theorie. Wir definieren T |- φ genau dann wenn E |= φ für jede Extension E von T.
   Untersuchen Sie, ob es ein T_0 = (W_0, Δ_0) gibt, sodass aus
   T |- φ und W' ⊆ W_0 und Δ' = Δ_0 immer T' |- φ folgt, wobei T'=(W', Δ').

Answer Set Programming

Multiple Choice Fragen

1. Jedes Horn Programm hat ein klassisches Modell.
    a. Richtig, jedes Hornprogramm hat ein AS und jedes AS ist ein klassisches Model von P.
2. Das Programm P = {a v b :-, a v c :-, :- a v b} ist ein disjunktives logisches Programm
    a. Falsch: :-a v b ist keine Regel
3. Falls ein Programm ein klassisches Modell hat, so besitzt es auch ein Answer Set. Jedoch sind nicht notwendigerweise alle klassischen Modelle Answer Sets.
    a. Falsch
4. Constraints fügen keine Ausdrücksstärke hinzu, sie können auf normale Regeln reduziert werden.
    a. Richtig
5. Sei P ein Programm mit starker Negation und P' ein Programm, welches aus P entsteht, indem wir alle Literale der Form ¬p uniform durch ein neues Atom $q_{\neg p}$ ersetzen. Falls P kein Answer Set besitzt, so auch P'.
    a. Falsch, P' kann ein Answer Set beinhalten, beispielsweise wenn P nur inkonsistente AS-Kandidaten der Form {p, ¬p} hat, dann wird dieses konsistent, sobald ¬p durch ein anderes Atom ersetzt wird, z.B. {p, $q_{\neg p}$}, kann daher also auch ein AS von P' sein.
6. Es gibt grundierte, normale Answer-Set Programme, die keine Answer Sets besitzen.
    a. Richtig (p :- not p)
7. Ein Answer Set eines normalen Programms P kann kein Atom enthalten, das nicht im Kopf einer Regel von P vorkommt.
    a. Richtig
8. Regeln in einem Programm zur konsistenzbasierten Diagnose dürfen nicht disjunktiv sein.
    a. Richtig
9. Jede Teilmenge von {a, b, c} außer der leeren Menge ist ein Answer Set von P = {a v b v c ←}
    a. Falsch: {a, b} ist beispielsweise kein Answer Set
10. Es gibt ein disjunktives logisches Programm P sodass P Answer Sets X1, X2 besitzt welche die Bedingung X1 C X2 erfüllen, d.h. sodass X1 eine echte Teilmenge von X2 ist.
    a. Falsch, nicht möglich, da ein Answer Set minimal sein muss und wenn X1 C X2 gilt, so wäre X1 das einzige Answer Set
11. Es gibt ein normales logisches Programm welches ein inkonsistentes Answer Set besitzt.
    a. Falsch, es gibt keines. Ein Answer Set kann nicht inkonsistent sein.
12. Programmregeln für konsistenzbasierte Diagnosen in DLV dürfen Disjunktion enthalten.
    a. Falsch

13. In ASP entsprechen Beweise und nicht Modelle, der Lösung eines Suchproblems.
    a. Falsch, andersherum wäre richtig
14. Jedes Answer Set eines Programms P ist ein klassisches Modell von P.
    a. Richtig
15. Das Programm P = {a v b :-, a v c :-} hat 2 Answer Sets.
    a. Richtig: {a}, {b, c}
16. Jedes klassische Modell eines Programms P ist auch ein Answer Set von P.
    a. Falsch: jedes AS ist ein M von P, aber nicht jedes M ein AS
17. Das Programm P = {a v b :-, a v c :-} hat die Answer Sets {a}, {b, c}, {a,c}, {a, b}
    a. Falsch: siehe oben. Answer Sets sind minimal.
18. Ein Answer Set eines normalen Programms P kann nicht-grundierte Atome enthalten.
    a. Falsch: ein Answer Set beinhaltet keine Variablen
19. Regeln in einem Programm zur abduktiven Analyse dürfen disjunkt sein.
    a. Falsch
20. Für jedes n≥1 gibt es ein disjunktives logisches Programm, in welchem O(n) Atome vorkommen, welches jedoch mindestens 2^n Answer Sets besitzt.
    a. Richtig

Es sei |– die skeptische Inferenzrelation definiert wie folgt: für jedes disjunktive logische Programm P und jedes grundierte Literal q gelte P |– q genau dann wenn q in einem Answer Set (klassischen Modell) von P enthalten ist. (2015 + 2014)

a) |– erfüllt das Monotonieprinzip.
   (Falsch: es verletzt das Monotonieprinzip)
b) Es gibt ein Programm P sodass P |– q für ein Atom q das nicht in P vorkommt.
   (Falsch: unmöglich, da jedes Atom im Answer Set auch im Head zumindest einer Regel vorkommen muss)

Gegeben seien folgende Programme (a und b sind Grundatome):
P = {a v b ←} Q={a ← not b, b ← not a}
Für welche der folgenden Programme ist {a} <u>ein</u> Answer Set?

a) P U {a ←}	**ja**	nein (Erg: {a})?
b) Q U {a ←}	**ja**	nein (Erg: {a})?
c) P U Q	**ja**	nein (Erg: {a}, {b})?

Gegeben seien folgende Programme (a, b, c sind Grundatome):
P = {a :- not a, a :- a} Q={b :- not b, a :- a} R={a v b :-, a v c :-}
Für welche der folgenden Programme ist {a} das <u>einzige</u> Answer Set?

a) P U {a}	**ja**	nein (Erg: {a})
b) Q U {a}	ja	**nein** (Erg: {})
c) R	ja	**nein** (Erg: {a}, {b,c})
d) Q U R	ja	**nein** (Erg: {b,c})

Gegeben seien folgende Programme (a und b sind Grundatome):
P = {a v b ←} Q={a ← not b, b ← not a, b ← a}
Für welche der folgenden Programme ist {a} <u>kein</u> Answer Set?

a) P U {a ←} Answer Set: {a}	ja	**nein**
b) Q U {a ←} Answer Set: {a, b}	**ja**	nein
c) P U Q Answer Set: {b}	**ja**	nein

Gegeben seien folgende Programme (a und b sind Grundatome):
P = {a :- not a, a :- a} Q={b :- not b, a :- a}
Für welche der folgenden Programme ist {a} <u>ein</u> Answer Set?

a) P U {a} Answer Set: {a}	**ja**	nein
b) Q U {a} Answer Set: {a, b}	ja	**nein**
c) P U Q U {a :- not b, b :- not a} Answer Set: {?}	ja	**nein**

Theoriefragen

1. Was ist ein Diagnoseproblem? Was ist eine konsistenzbasierte Diagnose gegeben solch ein Problem?
   a. Ein Diagnoseproblem P ist ein Tripel <H, T, O> bestehend aus einer Menge von Hypothesen H, einer Theorie T und einer Menge von Beobachtungen O
   b. Konsistenzbasierte Diagnose ist eine Menge $S \subseteq H$, sodass $T \cup O \cup S \cup \{\neg h \mid h \in H \setminus S\}$ konsistent ist, d.h. zumindest ein Answer Set besitzt.

2. Was versteht man unter einer konsistenzbasierten Diagnose eines Diagnose Problem <H, T, O>? (2013 o. 2014)
   a. Konsistenzbasierte Diagnose ist eine Menge $S \subseteq H$, sodass $T \cup O \cup S \cup \{\neg h \mid h \in H \setminus S\}$ konsistent ist, d.h. zumindest ein Answer Set besitzt.
   b. H ist eine Menge von grundierten Atome mit Prädikatname ab(.)

3. Was versteht man unter einer abduktiven Diagnose eines abduktiven Diagnose Problems <H, T, O>? (2013 u 2012)
   a. Eine abduktive Diagnose ist eine Menge S für die gilt: $S \subseteq H$ und $T \cup S \models O$. (|= steht für „brave consquence relation“). D.h. Beobachtungen O müssen sowohl von der Theorie als auch von den Hypothesen ableitbar sein.
   b. H ist eine Menge von willkürlichen, grundierten Atomen

4. Sei M eine Interpretation und P ein grundiertes Programm. Definieren Sie den Begriff des Reduktes P^M. Wann ist M ein Answer Set von P? (2013 2x)
    a. $P^M = \{ a_1 \vee \ldots \vee a_m :- b_1, \ldots, b_k \mid$
    $a_1 \vee \ldots \vee a_m :- b_1, \ldots, b_k, \text{not } b_{k+1}, \ldots, \text{not } b_n \in P,$
    $\{b_{k+1}, \ldots, b_n\} \cap M = \emptyset \}$
    b. Eine Interpretation M ist ein Answer Set eines grundierten Programms, genau dann, wenn M ein minimales Model des Reduktes P^M ist, also wenn es kein $N \subset M$ gibt, das ebenfalls ein Model von P^M ist.
    Das Redukt ist eine Adaptierung des Fixpunktoperators in der Default Theory.

5. In welcher Weise kann ein grundiertes, normales Program P als Default Theorie T übersetzt werden, sodass die Answer Sets von P zu den Extensionen von T korrespondieren? (2013 u 2012 u 2015)
    a. Ist r € P eine Regel der Form
    $a :- b_1, \ldots, b_n, \text{not } c_1, \ldots, \text{not } c_m$
    dann ist δ(r) die korrespondierende Default-Regel
    $(b_1 \vee \ldots \vee b_n : \neg c_1, \ldots, \neg c_m)/a$
    b. Sei $\delta(P) = \{\delta(r) \mid r € P\}$ dann kann das Programm P als Default Theorie $T = (0, \delta(P))$ dargestellt werden, womit die Answer Sets von P zu den Extensionen von T korrespondieren.

6. Dürfen Programmregeln für eine konsistenzbasierte Diagnose in DLV Disjunktion enthalten? (2013)
    a. Nein

7. Es sei P ein logisches Programm und M eine Interpretation. Man definiere die Begriffe klassisches Modell von P, Gelfond-Lifschitz Redukt von P und Answer Set von P.
    a. Klassisches Model: M ist ein klassisches Modell einer Regel gdw. der Rumpf, der Regel true ist, auch der Kopf der Regel true ist. M ist ein klassisches Modell von P, wenn es für alle Regeln € P ein Modell ist.
    b. GL Redukt:
    $P^M = \{ a_1 \vee \ldots \vee a_m :- b_1, \ldots, b_k \mid$
    $a_1 \vee \ldots \vee a_m :- b_1, \ldots, b_k, \text{not } b_{k+1}, \ldots, \text{not } b_n \in P,$
    $\{b_{k+1}, \ldots, b_n\} \cap M = \emptyset \}$
    c. Answer Set: ein Answer Set ist die minimale Menge von Literalen welches ein Model von P^M ist.

8. Für jedes Horn Programm P und jede Interpretation M gilt $P = P^M$
    a. Richtig:
    Alle Regeln eines Hornprogramms haben die Form:
    $a :- b_1, \ldots, b_n$
    Daraus folgt, dass für ein Reduct eines Hornprogramms gilt:
    $P^M_{Horn} = \{a :- b_1, \ldots, b_n \mid a :- b_1, \ldots, b_n € P\}$
    Also gilt für jede Regel r € P auch r € P^M.

9. Man gebe ein Hornprogramm P und Mengen M1, M2 an, sodass M1 und M2 Answer Sets von P sind, jedoch M1 U M2 kein AS von P ist.
    a. Nicht möglich: jedes definite Hornprogramm besitzt genau ein Answer Set, da für Hornprogramme gilt $P = P^M$. D.h. dass jedes Answer Set von P ein Modell vom selben Redukt sein muss. Dadurch dass Hornprogramme weiters nicht-disjunktiv sind, muss also jenes Modell mit den wenigsten Literalen das einzige Answer Set von P sein.

10. Betrachten Sie folgendes Programm (a,b,c,d sind Grundatome)
    P = {a v ¬c :-, c v ¬d :-, c v a :- b, a v b :-}
    Geben Sie eine Menge Q von Constraints an, sodass P U Q nur {a,c} als Answer Set besitzt.
    a. P hat die Answer Sets {a, c}, {a, ¬d}
    b. Eliminieren von { a, ¬d }: Q = {:- ¬d} oder Q = {:- not c}

11. Konstruieren Sie ein ASP dessen Answer Sets alle Möglichkeiten repräsentieren, aus 2 gegebenen endlichen Mengen S1, S2 höchstens ein Element aus S1 ∩ S2 auszuwählen. Verwenden Sie die Atome in1(X) und in2(X) um zu repräsentieren, dass X in S1 bzw. In S2 enthalten ist, sowie sel(X), dass x ein ausgewähltes Element aus S1 ∩ S2 ist.
    a. höchstens <u>ein</u> Element
       sel(X) v ¬sel(X) :- in1(X), in2(X).
       :- sel(X), sel(Y), X != Y.
    b. höchstens 2:
       sel(X) v ¬sel(X) :- in1(X), in2(X).
       :- sel(X), sel(Y), sel(Z) X != Y, X != Z, Y != Z.

12. Betrachten Sie folgendes Programm (a,b,c sind Grundatome)
    P = {c v ¬b :-, ¬b v a :-, c v a :-}
    Geben Sie eine Menge Q von Constraints an, sodass P U Q nur {a,c} als Answer Set besitzt.
    a. P hat die Answer Sets {a, c}, {a, ¬b}, {¬b, c}
    b. Eliminieren: Q = {:- ¬b} oder Q = {:- not c}

13. Betrachten Sie folgendes Programm (a,b,c sind Grundatome)
    P = {¬c v ¬d :-, a v b :- not c}
    Geben Sie eine Menge Q von Constraints an, sodass P U Q nur {¬c, a} und {¬c, b} als Answer Sets besitzt.
    a. P hat die Answer Sets {¬c, a}, {¬c, b}, {¬d, a}, {¬d, b}
    b. Eliminieren der letzten beiden: Q = {:- ¬d}

14. Gegeben sei folgende Beschreibung eines Rechenelements C: falls C nicht defekt ist, am Eingang 1 von C der Wert V1 anliegt und am Eingang 2 von C der Wert V2 anliegt, dann liegt am Ausgang von C der Wert V1 * V2 an, vorausgesetzt V1 > 0, ansonsten liegt am Ausgang von C2 der Wert V2 an. Repräsentieren Sie dies durch logische Programmregeln.
    a. out(C, V) :- calculator(C), not ab(C), in1(C,V1), in2(C,V2), V1 > 0, V = V1*V2.
       out(C, V) :- calculator(C), not ab(C), in1(C,V1), in2(C,V2), V1 ≤ 0, V = V2.

15. Zeigen Sie, dass wenn M1, M2 Modelle eines Hornprogramms P sind, dann auch M1 ∩ M2.
    a. Ein Hornprogramm hat genau ein Answer Set, damit M1 und M2 ein Answer Set von P ist, muss gelten M1 = M2. Der Schnitt dieser beiden Mengen wäre also wieder dieselbe Menge, daher sind Modelle von Hornprogrammen unter Schnittmengen abgeschlossen.
    b. Beweis:
       Sei P={a :- $b_1, \ldots, b_n$} ein Hornprogramm P und b_i = {$b_1, \ldots, b_n$}
       Angenommen es gibt ein Hornprogramm P, sodass gilt:
       b_i ⊆ M1 € Mod(P) und b_i ⊆ M2 € Mod(P), aber a ∩ M1 ∩ M2 = ø.
       Daher gilt a !⊆ (M1 ∩ M2) = a !⊆ M1 v a !⊆ M2
       (1) (b_i ⊆ M1) → a € M1 impliziert, dass wenn (a !⊆ M1) gilt, auch (b_i !⊆ M1) gelten muss. → Widerspruch
       (2) (b_i ⊆ M2) → a € M2 impliziert, dass wenn (a !⊆ M2) gilt, auch (b_i !⊆ M2) gelten muss. → Widerspruch
       Daher muss a ⊆ (M1 ∩ M2) gelten.

16. Erklären Sie das Guess and Check Paradigma der Answer Set Programmierung anhand eines Programmes, dass die möglichen Drei-Färbungen eines Graphen berechnet. Zur Erinnerung: Ein Graph G=(V, E) ist dreifärbbar, wenn es eine Funktion f: V → {1,2,3} gibt, sodass aus (u, v) € E immer auch f(u) ≠ f(v) folgt.
    a. Das Guess and Check Paradigma für ASP besteht aus 2 Teilen. Dem Guess-Teil, der den gesamten Suchraum eines Problems beschreibt und dem Check-Teil, der die Constraints beschreibt um unzulässige Kandidaten für Answer Sets aus dem Suchraum „entfernt".
    b. 3-Colorability mit Farben r, g, b:
       col(X, r) v col(X, g) v col(X,b) :- node(X). → Guess: alle Möglichkeiten einen Knoten einzufärben
       :-edge(X,Y), col(X,C), col(Y,C). → Check: Verwerfe jene Kandidaten für die gilt: Es gibt eine Kante zwischen 2 Knoten X und Y mit derselben Farbe C

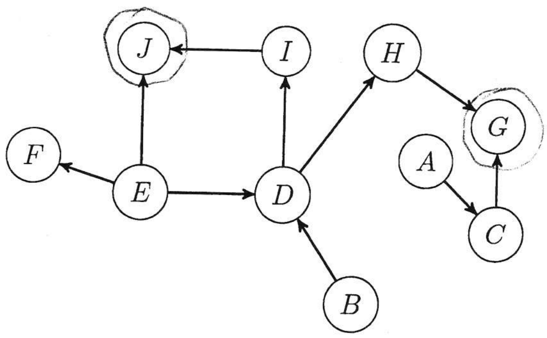
17. Sei M eine Interpretation und P ein grundiertes erweitertes logisches Programm. Betrachten Sie die beiden Definitionen eines AS von P:
    i) M ist ein Answer Set genau dann, wenn M ein minimales Modell (bzgl. ⊆) von P^M ist.
    ii) M ist ein Answer Set genau dann, wenn M das kleinste Modell (bzgl. ⊆) von P^M ist.
    Zeige oder widerlege, dass die Definitionen übereinstimmen. Falls nicht untersuchen Sie ob jedes AS laut i) auch eines von ii) ist und vv.
    a. i) M minimal ←→ !Ex (x ⊆ M)
       ii) M kleinste ←→ Vx (M ⊆ x)
    b. Damit die beiden Definitionen äquivalent sind, muss gelten Def1 → Def2 und Def2 → Def1
    c. Fall 1: Def2 → Def1 ist gültig, da
       Vx (M ⊆ x) → !Ex (x ⊆ M) auch gilt:
    d. Fall 2: Def1 → Def2 ist nicht gültig, da
       !Ex (x ⊆ M) → Vx (M ⊆ x) nicht gültig ist.
    e. Daher gilt die kleinste Menge ist auch die minimale Menge, allerdings ist eine minimale Menge nicht unbedingt die kleinste Menge.

Übungsaufgaben

Probabilistic Reasoning

Multiple Choice Fragen

1. Zwei verschiedene Elementarereignisse (= atomares Ereignis) können zugleich eintreten.
    a. Falsch
2. Ein Bayes'sches Netz kann aus einem einzigen Knoten bestehen, der mit sich selbst verbunden ist
    a. Falsch
3. Es ist möglich ein Bayes'sches Netz mit 3 Knoten A, B, C zu konstruieren, dessen Topologie sicherstellt, dass notwendigerweise $P(A|C) \neq P(A)$ gilt.
    a. Richtig
4. Angenommen Variablen X1, ..., Xk haben keine Vorgänger in einem gegeben Bayes-Netz, das insgesamt n > k Variablen enthält. Dann legt das Bayes-Netzt fest, dass P(X1, ..., Xk)= P(X1)P(X2)...P(Xk).
    a. Richtig, da X1,..., Xk keine Vorgänger besitzen gilt die Produktregel.
5. Jede Boole'sche Funktion kann durch ein Bayes-Netz dargestellt werden.
    a. Richtig



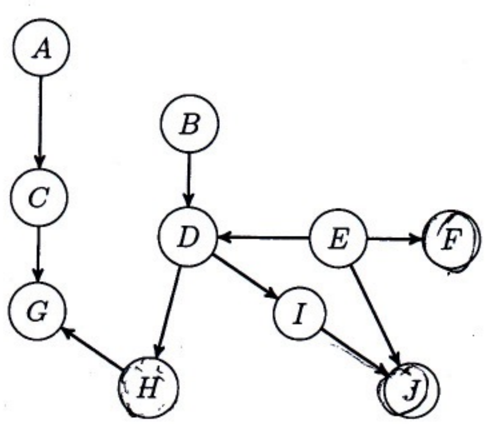
Welche Eigenschaften treffen zu? (2015)

a) J ist bedingt unabhängig von F bei Evidenz H.
    a. Falsch

b) G ist bedingt unabhängig von A bei Evidenz D und J.
    a. Flasch

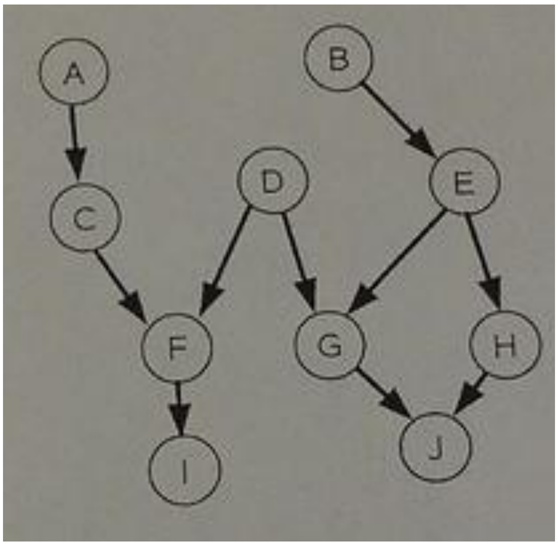
c) I ist nicht bedingt unabhängig von F bei Evidenz D.
    a. Falsch

d) H ist bedingt unabhängig von A bei Evidenz B.
    a. Richtig



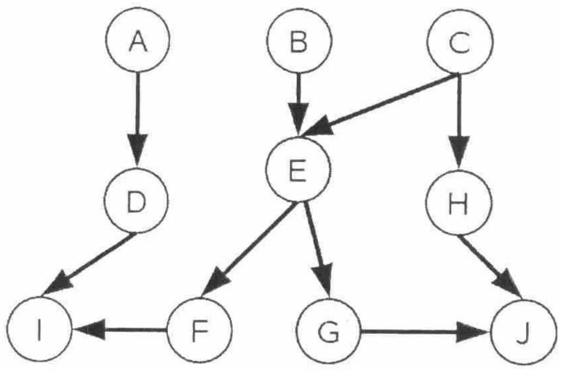
Welche Eigenschaften treffen zu? (2015)

a) J ist nicht bedingt unabhängig von F bei Evidenz H.
b) G ist bedingt unabhängig von A bei Evidenz D und J.
c) I ist bedingt unabhängig von F bei Evidenz D.
d) H ist nicht bedingt unabhängig von A bei Evidenz B



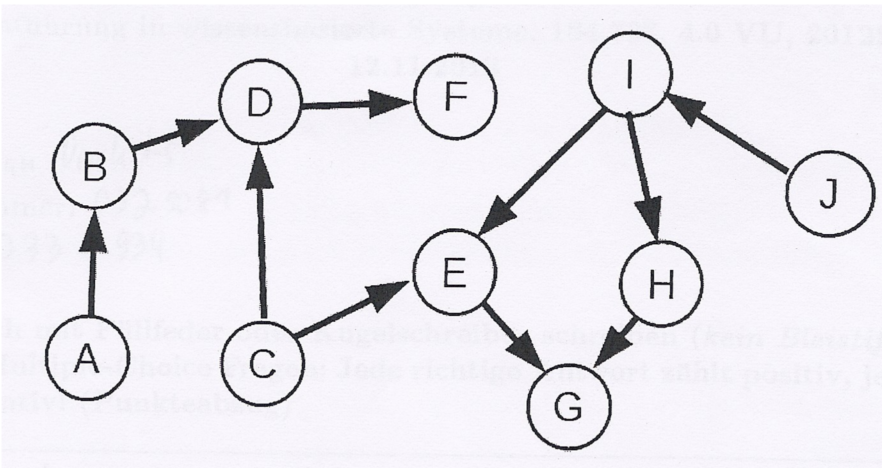
Welche Eigenschaften treffen zu? (2013)

a) F ist bedingt unabhängig von G bei Evidenz D.
    a. Richtig
b) D ist bedingt unabhängig von E bei Evidenz F, G, H.
    a. Falsch
c) I ist bedingt unabhängig von B bei Evidenz J.
    a. Falsch
d) C ist bedingt unabhängig von D bei Evidenz A.
    a. Richtig



Welche Eigenschaften treffen zu? (2013)

a) I ist bedingt unabhängig von C bei Evidenz E.
    a. Richtig
b) C ist bedingt unabhängig von G bei Evidenz E, A, D.
    a. Richtig
c) J ist bedingt unabhängig von B bei Evidenz E.
    a. Falsch
d) D ist bedingt unabhängig von E bei Evidenz I.
    a. Falsch



Welche Eigenschaften treffen zu? (2012/2014)

a) E ist nicht bedingt unabhängig von H bei Evidenz B.
    a. Richtig
b) F ist bedingt unabhängig von A bei Evidenz B (2014: bei Evid. B u G)
    a. Richtig
c) D ist bedingt unabhängig von A bei Evidenz J.
    a. Falsch
d) C ist bedingt unabhängig von H bei Evidenz D.
    a. Richtig
e) G ist bedingt unabhängig von I bei Evidenz D.
    a. Falsch

<u>Zusätzliches Beispiel 2014-01-29!</u>

Entscheiden Sie, welche der folgenden Relationen für beliebige Boole'sche Zufallsvariablen A und B gelten:

1. P(a,b) + P(a, ¬b) = P(b) ja **nein**
2. P(a|b) + P(a|¬b) = 1 ja **nein** (Erg = P(a))
3. P(a|b) + P(¬a|b) = 1 **ja** nein
4. P(a,b) = P(a)P(b) ja **nein**
   (gilt nur bei unabhängigen Zufallsvariablen)
5. P(a,b) + P(a, ¬b) = P(a) **ja** nein

Theoriefragen

1. Was versteht man unter Marginalisierung im Bezug auf Wahrscheinlichkeitsverteilungen? (2015 2x, 2014 2x)
   a. Marginalisierung beschreibt die Berechnung von Wahrscheinlichkeiten über einem Subset der Variablen. Gegeben P(V1, ..., Vn), mit der Marginalisierung meint man nun die Berechnung von $P(V_{i1}, ..., V_{ik})$, wobei $1 \leq i_j \leq n$.
   $$P(V_{i_1} = v_{i_1}, \ldots, V_{i_k} = v_{i_k}) = \sum_{V_{i_1}=v_{i_1}, \ldots, V_{i_k}=v_{i_k}} P(V_1, \ldots, V_n)$$
   Beispiel für k=1: P(cavity)=P(cavity, toothache) + P(cavity, ¬toothache)

2. Welche Eigenschaften haben atomare Ereignisse? Welche Arten von Zufallsvariablen gibt es? Geben Sie Erklärungen an. (2015 2x 2014)
   a. Atomares Ereignis: ein Assignment von Werten an alle Zufallsvariablen der Welt, d.h. ein komplette Spezifizierung des Zustands der Welt.
      Beispiel: Welt besteht aus bool'schen Zufallsvariablen Karies und Zahnschmerzen. Dann gibt es genau 4 atomare Ereignisse, bspw. karies ∧ ¬zahnschmerzen.
      Eigenschaften:
      i. Mutually exclusive: maximal ein atomares Ereignis ist möglich
      ii. Exhaustive: mindestens ein atomares Ereignis muss gelten, daher ist die Disjunktion aller atomaren Ereignisse logisch äquivalent zu T (=true).
   b. Zufallsvariablen:
      i. Boolsche Zufallsvariablen: Domäne {true, false}, z.b. Cavity = true/false
      ii. Diskrete Zufallsvariablen: die Domäne besteht aus einer abzählbaren Menge an Werten, die sich gegenseitig ausschließen (mutually exclusive),
      z.b. D(Wetter) = {sonnig, regnerisch, wolkig}, aber zumindest ein Wert muss zu einer gegebenen Zeit gelten (exhaustive)
      iii. Kontinuierliche Zufallsvariablen: besitzen Werte aus der Domäne der reellen Zahlen, dadurch können Propositionen auch Ungleichheiten beinhalten, z.b. $X \leq 0.3$

3. Was ist ein Bayes'sches Netz (Grundidee, Komponenten, Unabhängigkeitsannahmen, Berechnung der Wahrscheinlichkeiten)? (2015, 2014, 2012)
    a. Grundidee: ein Bayesian Network ist eine graphische Datenstruktur für die Darstellung gemeinsamer Wahrscheinlichketsverteilungen (JPD) unter Berücksichtigung der Unabhängigkeit der Variablen voneinander. Es ist ein gerichteter Graph, sodass jeder Knoten Wahrscheinlichkeitsinformationen enthält.
    b. Komponenten:
        i. Zufallsvariablen: Menge an random variables, die die Knoten des Systems bilden.
        ii. Gerichtete Kanten: V1 → V2 = V1 ist der Parent von V2
        iii. Jeder Knoten hat eine bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilung P(V|Parents(V)), wobei Parents(V) die Menge aller Parentknoten von V enthält
        iv. Der Graph azyklisch (DAG = directed acyclic graph)
    c. Unabhängigkeitsannahmen: jeder Knoten ist, gegeben die Elternknoten, bedingt unabhängig von seinen Non-descendants (Nichtverwandten).
       P(V|W, Parents(V)) = P(V|Parents(V)) für eine Menge W, die weder Vorgänger, noch Nachfolger von V sind.
    d. Berechnung: Für die Berechnung von Wahrscheinlichkeiten verfügt das Netzwerk über volle Information zur Joint Probability Distribution

4. Leiten Sie das Bayes'sche Gesetz aus der Produktregel her. (2013 2x, 2012)
    a. Bayes'sche Gesetz: P(C|E) = (P(C|E) * P(C)) / P(E)
       $$P(V_i|V_j) = \frac{P(V_j|V_i)P(V_i)}{P(V_j)}$$
    b. Produktregel:
       $$P(V_1, ..., V_n) = \prod_{i=1}^{n} P(V_i|V_{i+1}, ..., V_n)$$
    c. Für die Ableitung muss man sich nur die Zusammensetzung zweier Instanzen der Produktregel anschauen:
    d. Ableitung:
       P(C, E) = P(C|E) * P(E) = P(E|C) * P(C)
       → P(C|E) * P(E) = P(E|C) * P(C) |:P(E)
       → P(C|E) = (P(C|E) * P(C)) / P(E)

5. Was versteht man unter einer gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung (Joint Probability Distribution) über Zufallsvariablen $V_1, ..., V_n$? (2013)
    a. Eine JPD ist eine Zuweisung P, dass jedem atomaren Ereignis ω aus dem Set Ω aller atomarer Ereignisse über einer Menge Zufallsvariablen $V_1, ..., V_n$ einen Wert P(ω) zuweist, sodass gilt:
        i. $0 \leq P(\omega) \leq 1$;
        ii. $\sum_{\omega \in \Omega} P(\omega) = 1$.

6. Was versteht man unter einem atomaren Ereignis in Bezug auf Wahrscheinlichkeitsverteilungen?
    a. Atomares Ereignis: ein Assignment von Werten an alle Zufallsvariablen der Welt, d.h. ein komplette Spezifizierung des Zustands der Welt.
    b. Atomare Ereignisse sind mutually exclusive und exhaustive.

7. Was versteht man unter dem Begriff Marginalsierung im probabilistischen Schließen? Geben Sie ein kurzes Beispiel. (2012)
    a. Marginalisierung ist die Berechnung der Wahrscheinlichkeiten üebr einem Subset der Variablen.
       z.b.: P(cavity) = P(cavity, ¬toothache) + P(cavity, toothache) für k=1

8. Erklären Sie die Begriffe Diagnostisches/Kausales/Interkausales Schließen im Zusammenhang mit Bayes'schen Netzen und geben Sie jeweils ein kleines Beispiel zur Illustration jedes Begriffes an.
    a. Beispiel:
        i. M: „robot moves block“
        ii. L: „block is not too heavy“
        iii. B: „battery is charged“
    b. Kausales Schließen: Schließen von den Ursachen auf die Effekte.
        i. Beispiel: P(M|L) → Wahrscheinlichkeit, dass der Roboter den Block bewegt, falls er nicht zu schwer ist.
    c. Diagnostisches Schließen: Schließen von Effekten auf die Ursachen.
        i. Beispiel: P(-L|-M) → Wahrscheinlichkeit, dass ein Block zu schwer war, falls der Roboter ihn nicht bewegt hat.
        ii. Diagnostisches Schließen kann durch die Bayes Regel zu kausalem Schließen reduziert werden.
    d. Interkausales Schließen: Schließen zwischen den Ursachen eines gemeinsamen Effekts
        i. Beispiel: P(-L|-B, -M) → Wahrscheinlichkeit, dass ein Block nicht bewegt wird, wenn der Roboter ihn nicht bewegt hat und die Batterie nicht geladen ist. Da –B eine Ursache von –M ist, verringert sich die Wahrscheinlichkeit, dass –L eintritt.
        ii. Auch bei voneinander unabhängigen Evidenzen verringert sich die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses beträchtlich, da das Vorliegen von einer Evidenz die andere unwahrscheinlicher macht. (=Wegerklären)

Übungsaufgaben

1. In der allgemeinen Bevölkerung haben 5 von 100.000 Leuten MLC. Ein Test ergibt bei erkrankten Leuten in 999 von 1.000 Fällen true. Bei gesunden Menschen meldet er fälschlicherweise auch bei 1 von 1.000 Fällen true. Berechne P(MLC|test=true).