1. (7 Punkte) Überprüfen Sie, ob Folgendes gilt und beweisen Sie ihre Aussage.

$$\sum_{i=1}^{n}(4i-3) = 2n^2 - n$$

2. (2 Punkte) Seien $f : A \to B$, $g : B \to C$ Funktionen. Überprüfen Sie die folgende Behauptung auf Richtigkeit und beweisen Sie jeweils ihre Aussage.

   Falls $g \circ f$ surjektiv ist, muss f dann surjektiv sein?

3. (a) (3 Punkte) Sei $(G, \circ)$ eine Gruppe und e das neutrale Element. Sei für jedes $x \in G$ und $n \in \mathbb{N}_0$ Folgendes rekursiv definiert:

$$x^0 := e, \quad \forall_{n \in \mathbb{N}_0} : x^{n+1} := x \circ x^n.$$

   Zeigen Sie, dass für jedes $m, n \in \mathbb{N}_0$ das Folgende gilt:

$$x^{m+n} = x^m \circ x^n$$

   (b) (2 Punkte) Überprüfen Sie, ob es sich bei $(\mathbb{Z}, \circ)$ um eine Gruppe handelt, wobei $\circ$ folgendermaßen operiert

$$a \circ b := -a - b$$

4. (6 Punkte) Kreuzen Sie den richigen Wahrheitsgehalt der folgenden Aussagen an. Eine richtige Antwort führt zu zwei Punkten, eine falsche zu keinem Punkt. Ein Ankreuzen von "42/keine Angabe" führt zu einem Punkt.

Aussage	gültig	nicht gültig	42/keine Angabe
$(A \to B) \leftrightarrow (B \wedge A) \vee B$	○	○	○
$(A \vee B) \leftrightarrow (B \vee C)$	○	○	○
Es gibt eine bijektive Abbildung von den natürlichen Zahlen in die Potenzmenge der natürlichen Zahlen.	○	○	○