1. (7 Punkte) Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrix. Der Lösungsweg muss hierbei klar erkennbar sein und wird mitbewertet. Die einfache Nennung einer Zahl ohne sinnvollen Rechenweg führt zu keinen Punkten. Es ist hierbei jede Methode erlaubt, solange die Methode der Laplace-Entwicklungssatz ist:

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 1 \\ -3 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

2. (7 Punkte) Sei $V = \mathbb{R}^4$ und W der Vektoraum, der durch die Basis $\begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix}$ gegeben ist. Für den Vektorraum V/W über $\mathbb{R}$ sei die Teilmenge A gegeben durch

$$A := \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + W, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + W, \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} + W \right\}$$

Überprüfen Sie, ob die Menge eine Basis für einen Untervektorraum von V/W sein kann.

3. (6 Punkte) Kreuzen Sie den richigen Wahrheitsgehalt der folgenden Aussagen an. Eine richtige Antwort führt zu zwei Punkten, eine falsche zu keinem Punkt. Ein Ankreuzen von "42/keine Angabe" führt zu einem Punkt.

Aussage	gültig	nicht gültig	42/keine Angabe
Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ linear und enthalte der Kern von f einen Vektor v, der nicht der Nullvektor ist, so hat die Funktion f nicht den vollen Rang.	○	○	○
Das Produkt einer invertierbaren und einer nicht invertierbaren Matrix kann invertierbar sein.	○	○	○
Der Betrag der Determinante aus Aufgabe 1 ist 42.	○	○	○