Lösung von Aufgabe 308

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Wir zeigen mit der Methode von Aufgabe 298, dass f im Punkt $(0,0)$ unstetig ist und berechnen die Grenzwerte $\lim\limits_{t\to 0} f(\alpha t, \beta t)$ für (i) $\alpha=1, \beta=0$; (ii) $\alpha=0, \beta=1$.

(i) $\alpha=1, \beta=0$: $\lim\limits_{t\to 0} f(t,0) = \lim\limits_{t\to 0} \dfrac{t^2}{t^2} =$

$= \lim\limits_{t\to 0} 1 = 1$

(ii) $\alpha=0, \beta=1$: $\lim\limits_{t\to 0} f(0,t) = \lim\limits_{t\to 0} \dfrac{-t^2}{t^2} =$

$= \lim\limits_{t\to 0} (-1) = -1$

Also ist f unstetig im Punkt $(0,0)$.