

Elektrotechnische Grundlagen

1. Signale

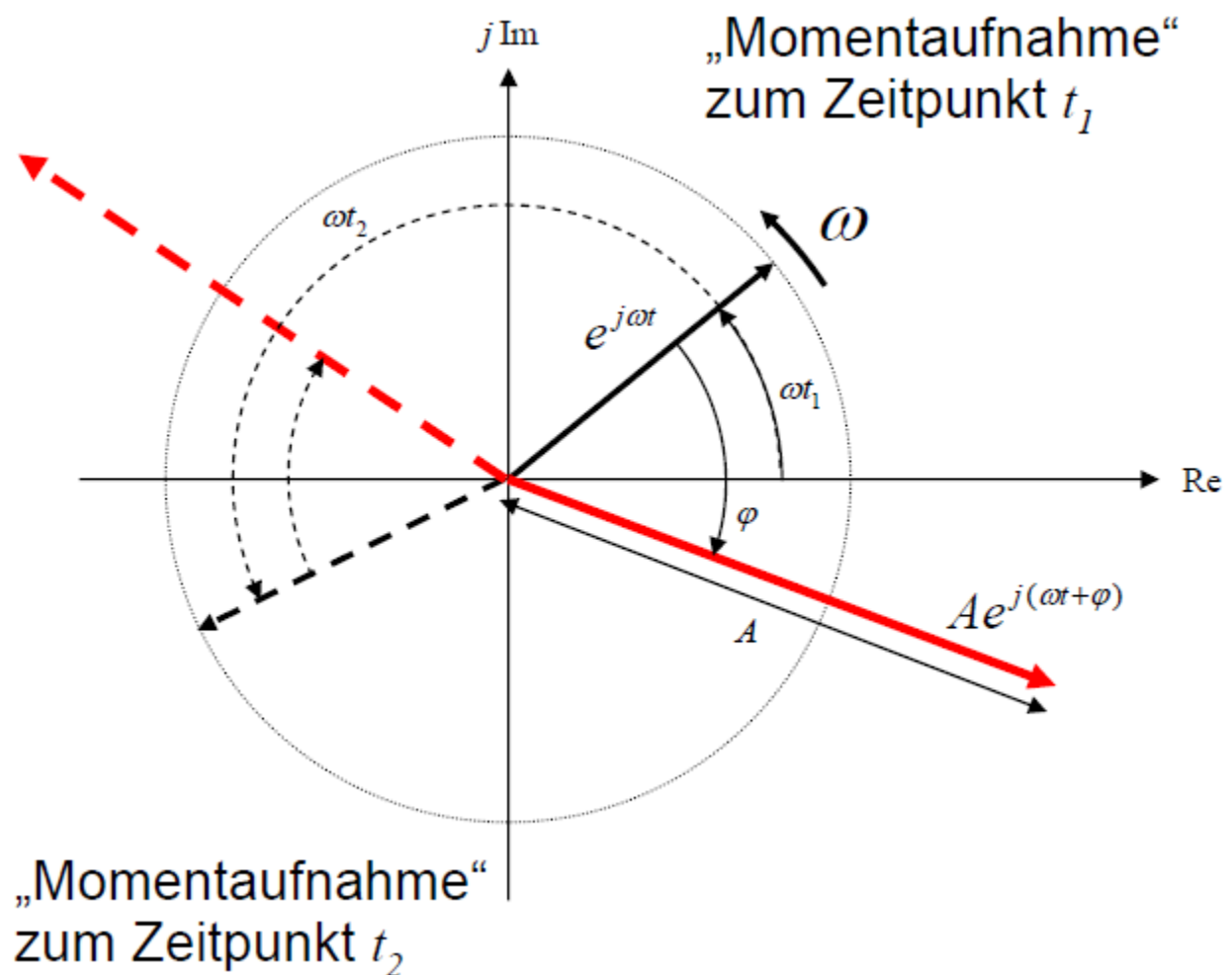
Komplexe Exponentialfunktion

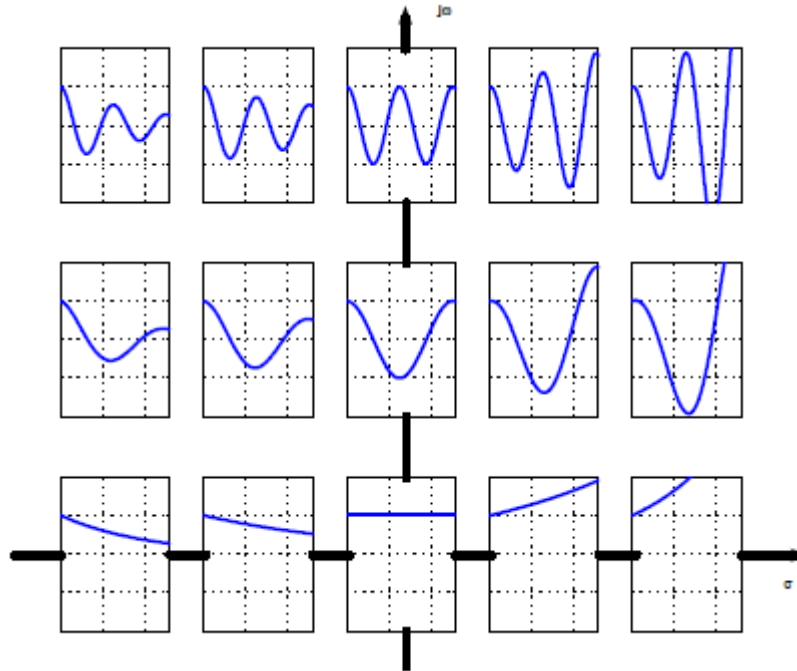
Komplexe Exponentialfunktion: $\vec{s}(t) = \vec{X}e^{st}$

Komplexe Amplitude: $\vec{X} = Ae^{j\varphi}$

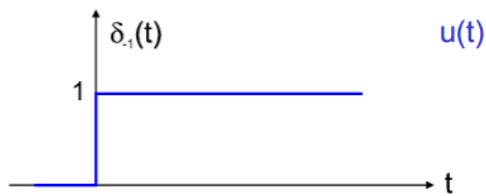
Komplexe Frequenz: $s = \sigma + j\omega$

3 Größen bestimmen einen Sinus: Amplitude, Frequenz, Phase.



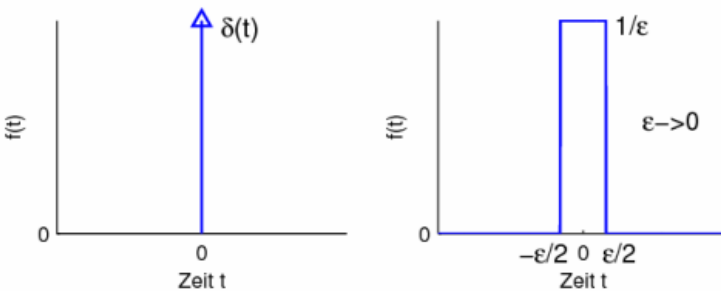


Sprung- und Impulsfunktion



$$\delta_{-1}(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ 1 & \text{für } t \geq 0 \end{cases}$$

Die Sprungfunktion wird benutzt, um Signale ab einem gewissen Zeitpunkt zu „aktivieren“.



$$\delta_0(t) = 0 \text{ für } t \neq 0 \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta_0(t) dt = 1$$

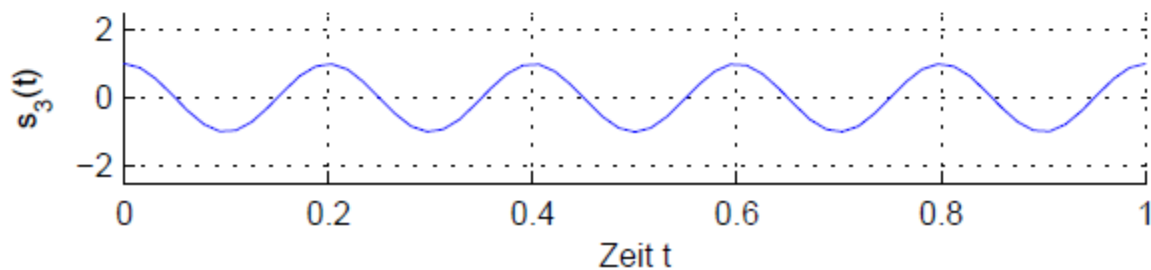
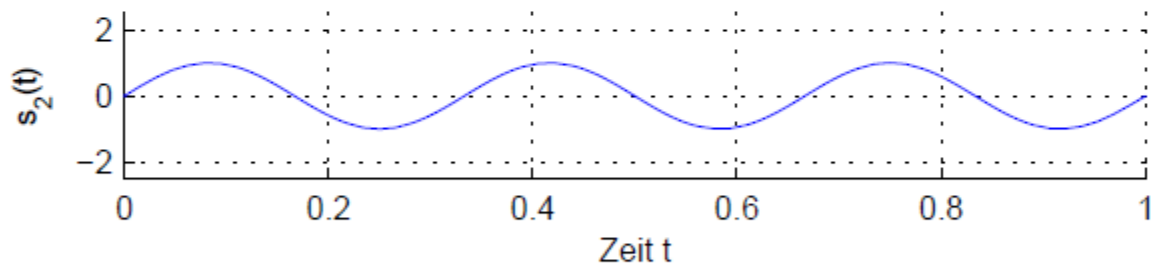
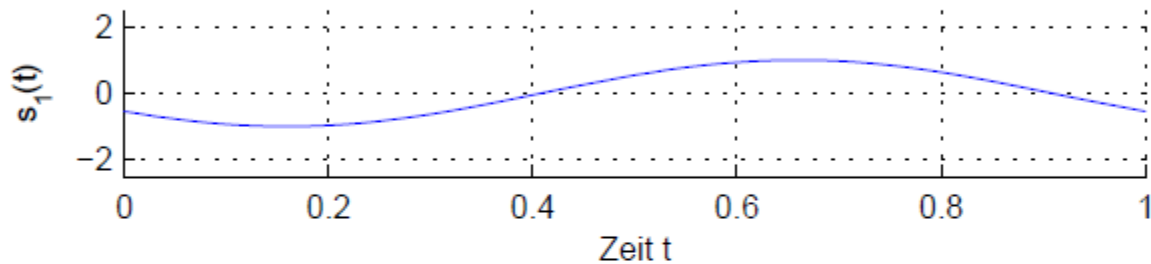
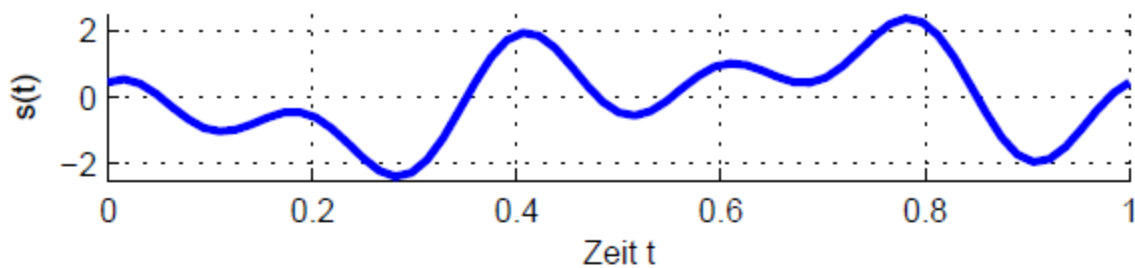
Die Bedeutung der Impulsfunktion liegt in ihrer Wirkung auf andere Funktionen.

Synthese periodischer Signale

Periodische Signale lassen sich aus Sinusschwingungen aufbauen, die aus der Grundschwingung $f_0 = \frac{1}{T_0}$ und aus Oberschwingungen ω_k bestehen. (welche ganzzahlige Vielfache von ω_0 sind)

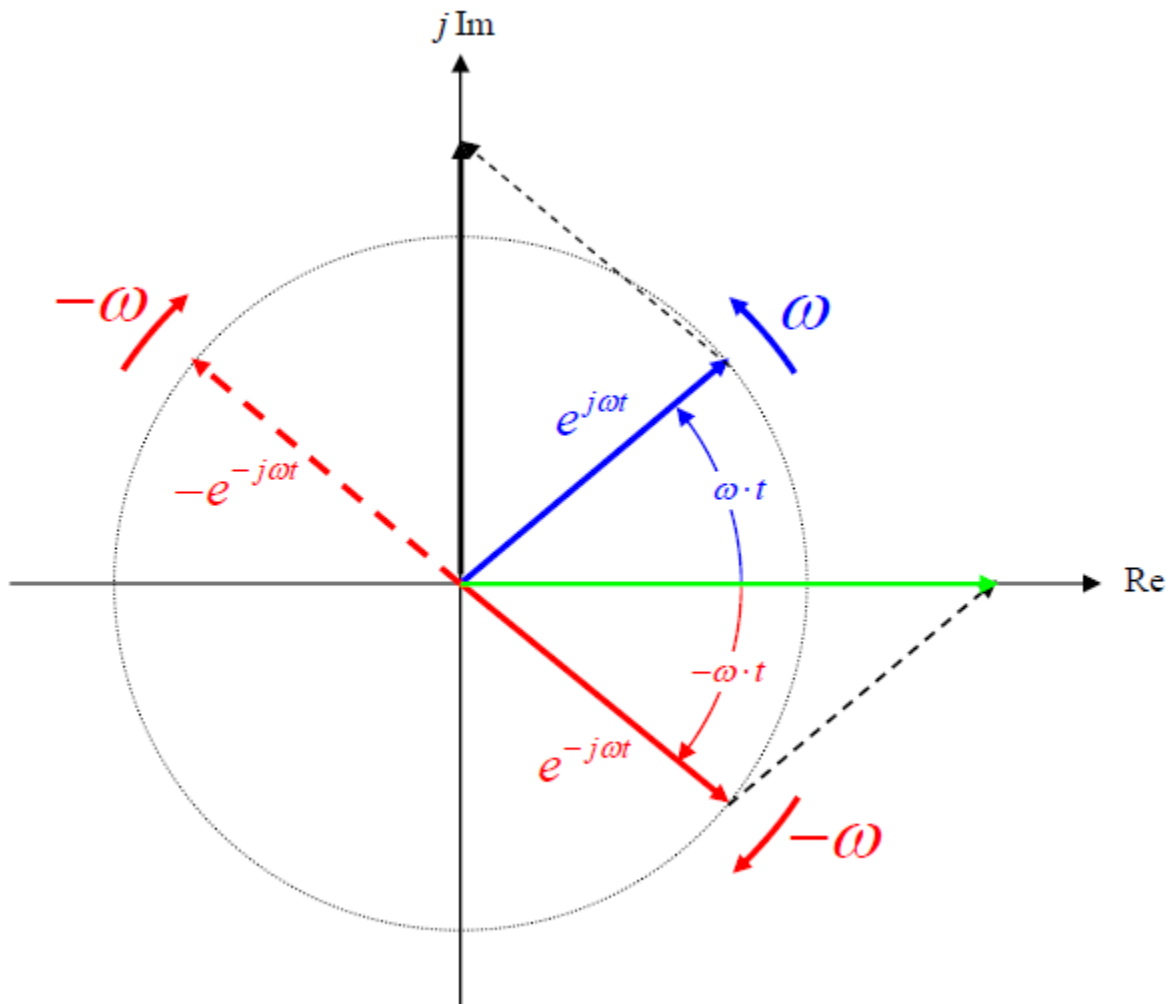
$$s(t) = A_0 + \sum_{k=1}^N A_k \cos(\omega_k + \varphi_k) = \Re e \left\{ \sum_{k=0}^N \frac{X_k}{2} e^{j\omega_k t} \right\} = \sum_{k=0}^N \left\{ \frac{X_k}{2} e^{j\omega_k t} + \frac{X_k^*}{2} e^{-j\omega_k t} \right\} s(t) \\ = s_1(t) + \dots + s_n(t)$$

$$\omega_k = \frac{2\pi k}{T_0} = k\omega_0$$



Signale werden aus Aufbaufunktionen zusammengesetzt: Sinus, Einheitssprung, Impulsfunktion.

Darstellung im zweiseitigen Spektrum mit einer „negativen Frequenz“: $s(t)$ wird erzeugt durch rechts- und linksdrehende Zeiger.



Analyse periodischer Schwingungen

Problemstellung: Aus einem beliebigen periodischen Signal müssen die richtigen Sinusschwingungen herausgefiltert werden. (Orthogonalitätsrelation)

$$s_k(t) = A \cos(\omega_k t + \varphi_k) = a_k \cos(\omega_k t) + b_k \sin(\omega_k t)$$

$a_k, b_k \rightarrow$ Fourierkoeffizienten

$$a_k = A \cos(\varphi_k) \quad b_k = -A \sin(\varphi_k)$$

Eine gerade Funktion besteht nur aus Cosinusschwingungen, eine ungerade nur aus Sinusschwingungen. Angenommen, das Signal ist ungerade, so wird $s(t)$ mit $\sin(\omega_0 t)$ multipliziert und der Mittelwert über die Periodendauer gebildet.

$$\int_0^T s(t) \sin(\omega_0 t) = b_1 \frac{T}{2}$$

Alle $\int_0^T s_k(t) \sin(\omega_0 t)$ ergeben 0, nur der $\int_0^T \sin(\omega_0 t)^2$ Anteil ist integriert über die Periodendauer $b_1 \frac{T}{2}$. Die Multiplikation und Integration über T „saugt“ somit die Spektralkomponente ω_0 aus $s(t)$.

Um die weiteren Spektralkomponenten zu bestimmen setzt man $\sin(k\omega_0 t) = \sin(\omega_k t)$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \sin(k\omega_0 t)$$

Analog dazu für a_k mit Cosinus statt Sinus. Signale die weder gerade noch ungerade sind müssen aus beiden zusammengesetzt werden.

Komplexe Fourierreihe

$$c_k = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) e^{-jk\omega_0 t}$$

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t}$$

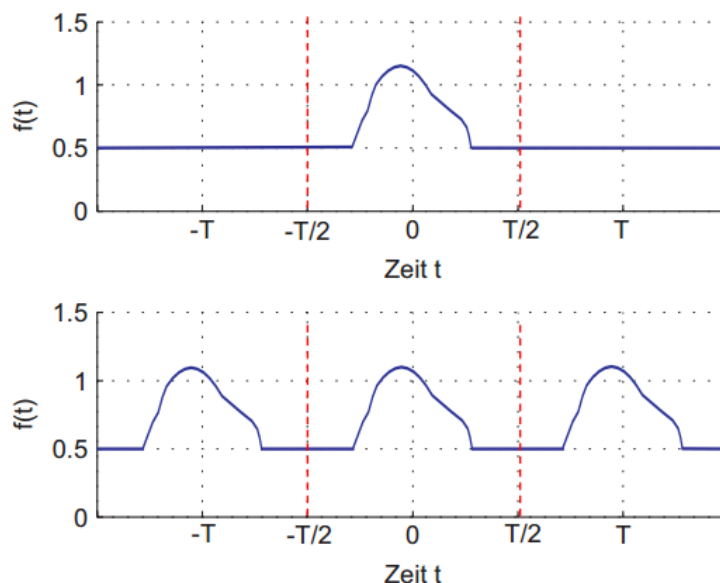
Zur Berechnung wird hier mit $e^{-jm\omega_0 t}$ multipliziert und über die Periodendauer integriert.

$$\int_0^T e^{-j(k-m)\omega_0 t} = T$$

Man lässt den Zeiger auf der komplexen Ebene mit der Geschwindigkeit $k\omega_0$ in die entgegengesetzte Richtung drehen. Bildet man den Mittelwert, so ist dieser nur für die stillstehende Komponenten gleich X_k , für alle anderen 0.

Nichtperiodische Signale

Ein nichtperiodisches Signal muss zunächst periodisch fortgesetzt werden, damit man die Fouriertransformation anwenden kann.

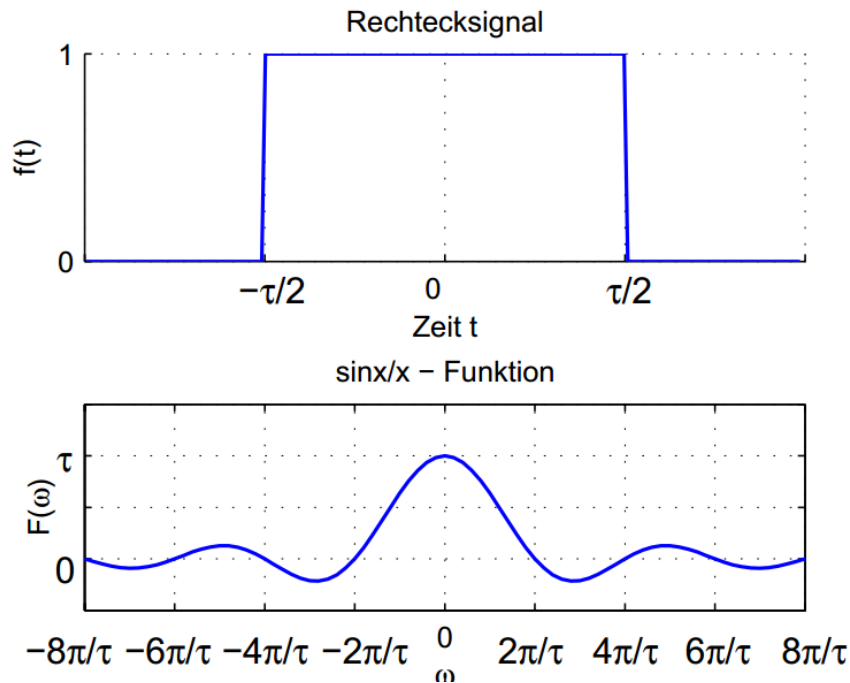


Bei einer Fouriertransformation für nichtperiodische Signale treten kontinuierliche Spektren auf (unendlich viele Spektrallinien), bei der Fourierreihe treten Linienspektren auf.

Fouriertransformation:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

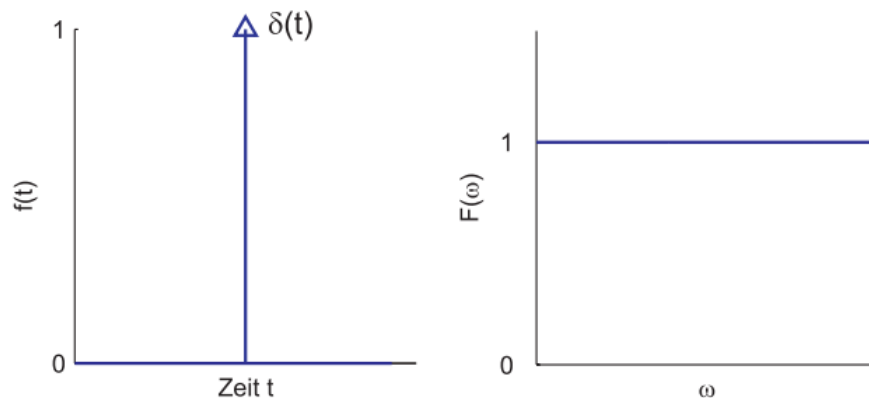


Beispiel Rechteckfunktion:

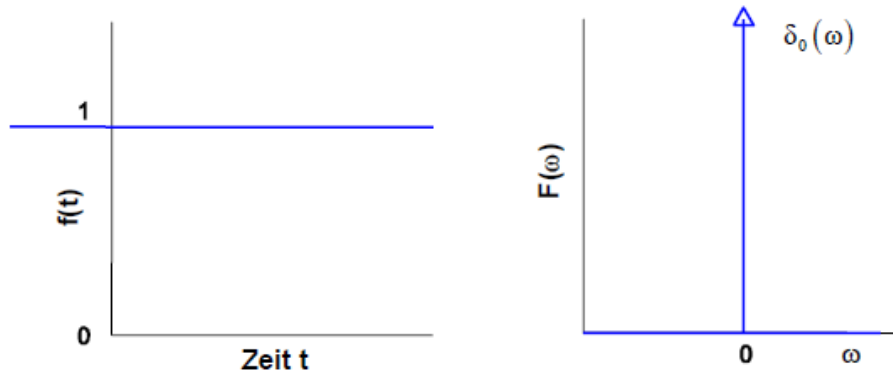
$$F(\omega) = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} e^{-j\omega t} dt = \tau \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)$$

$$\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$$

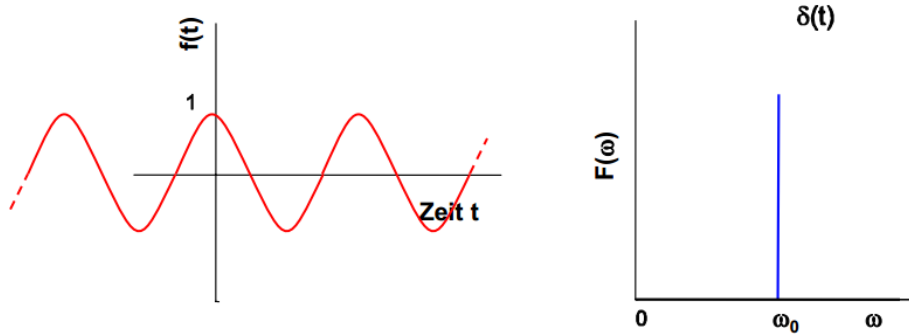
Spektrum der Impulfunktion:



Spektrum der konstanten Funktion:



Spektrum einer Sinusfunktion:

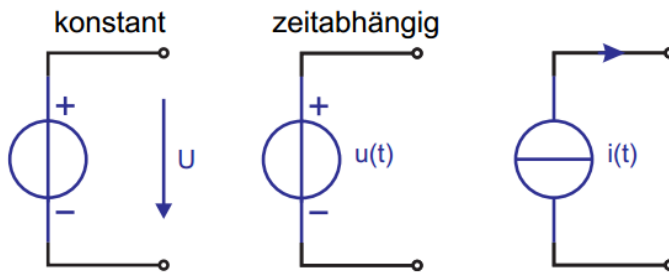


Linienspektrum und kontinuierliches Spektrum

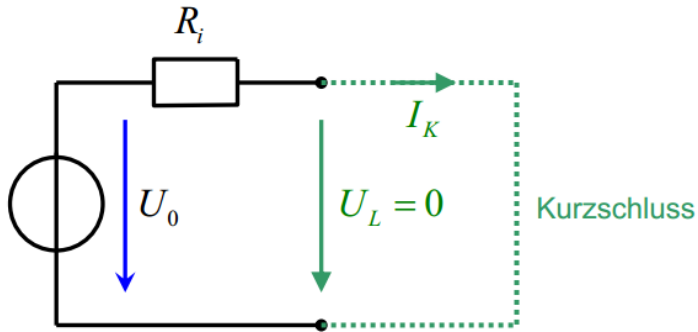
Ein Linienspektrum entsteht bei Signalen die nur aus Sinus und Cosinus zusammengesetzt sind, ein kontinuierliches bei nicht Bandbreitenbegrenzten Signalen z.B. Rechteck.

2. Bauelemente

Spannungs- und Stromquellen



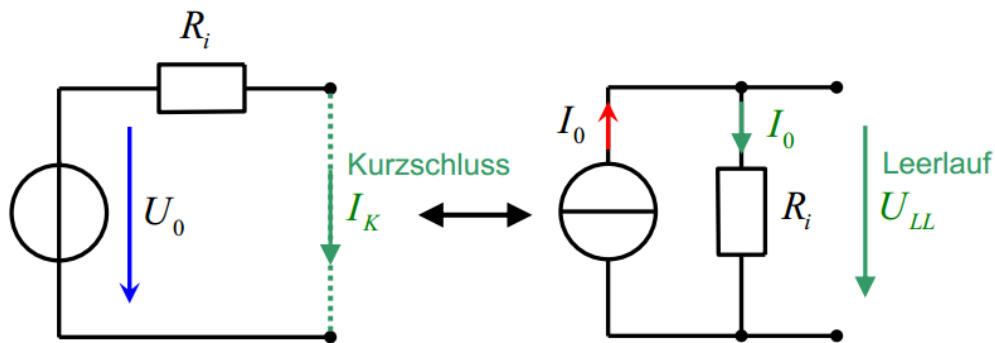
Ideale Quellen haben bei Kurzschluss ein $I \rightarrow \infty$ und bei Leerlauf ein $U \rightarrow \infty$, d.h. die Quelle liefert unendlich viel Energie.



Reale Quellen besitzen einen Innenwiderstand R_i . Dieser sollte bei Spannungsquellen möglichst klein, bei Stromquellen möglichst groß sein. (Parallelwiderstand)

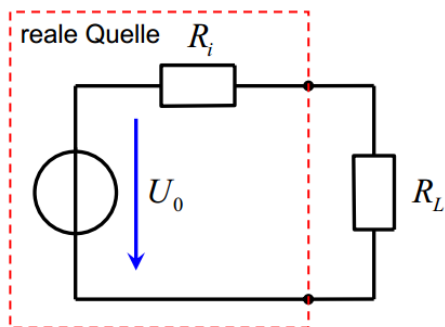
$$I_K = \frac{U_0}{R_i} \quad P = U_L * I_K$$

Umwandlung von Spannungs- in Stromquellen:



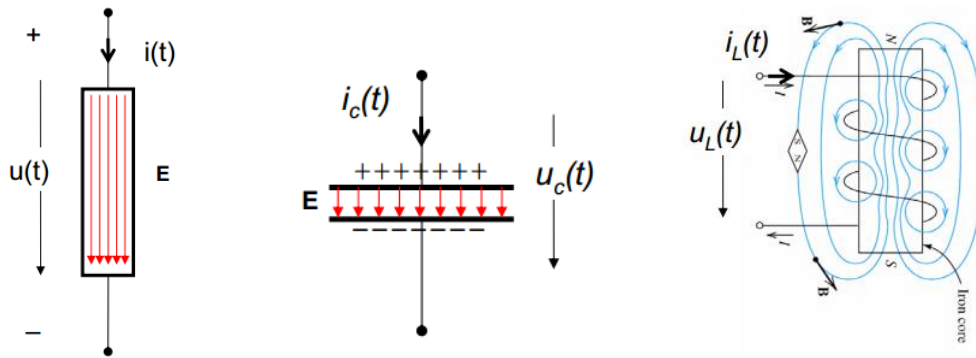
$$I_0 = \frac{U_0}{R_i} \quad U_{LL} = I_0 * R_i$$

Maximale Last:



$$P_L = \frac{U_0^2 R_L}{(R_i + R_L)^2} \rightarrow \frac{dP_L}{dR_L} = 0 \rightarrow P_{Lmax} = \frac{U_0^2}{4R_i}$$

Widerstand, Kapazität und Induktivität

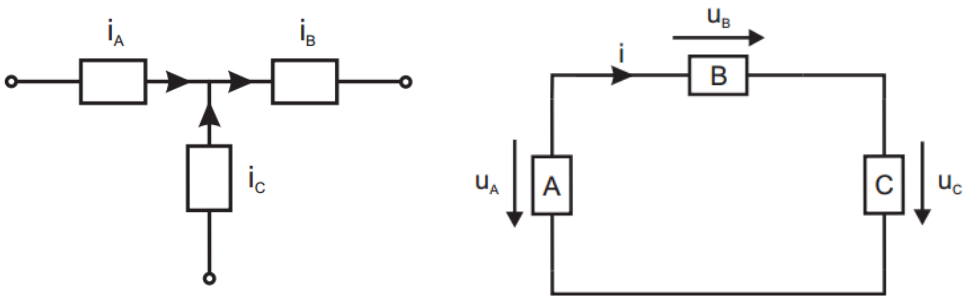


$$u_R(t) = R * i_R(t)$$

$$i_C(t) = C * \frac{du_C(t)}{dt}$$

$$u_L(t) = L * \frac{di_L(t)}{dt}$$

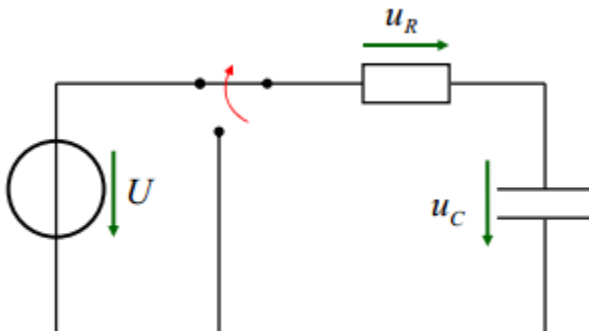
Kirchhoff'schen Sätze



$$\sum I_K = 0$$

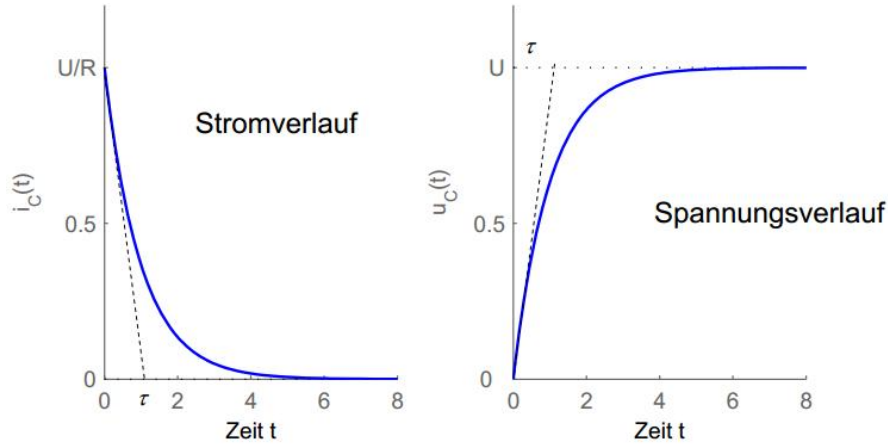
$$\sum U_K = 0$$

Ladevorgang einer Kapazität

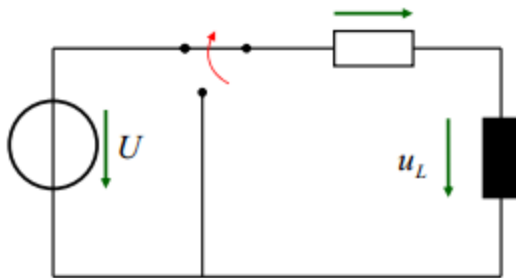


$$u_C(t) = U \left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t} \right) \quad \tau = RC$$

Diese Schaltung entspricht einem Tiefpass. Zum Zeitpunkt des Schließens des Schalters verhält sich die Kapazität wie ein Kurzschluss, die Spannung ist gleich 0. Das elektrische Feld in der Kapazität muss erst aufgebaut werden. Wenn die Kapazität von der Spannung der Quelle voll aufgeladen wurde, stoppt der Stromfluss.



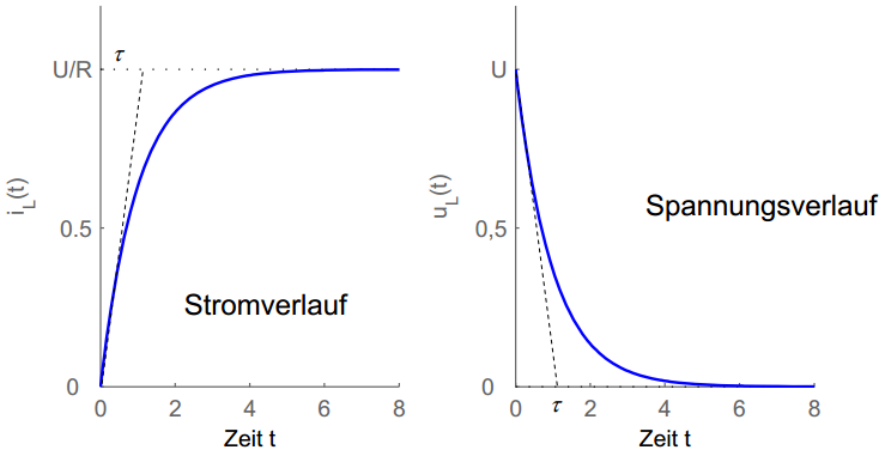
Einschalten einer Induktivität



$$i_L(t) = \frac{U}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \quad \tau = \frac{L}{R}$$

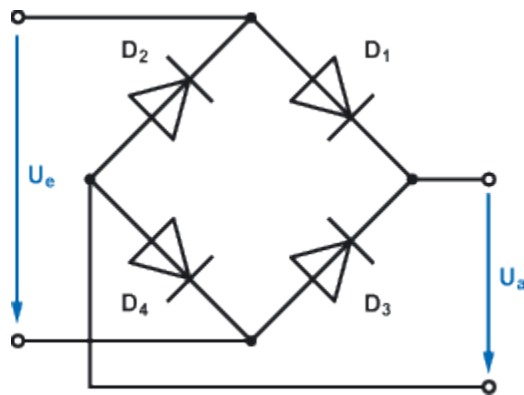
Zum Zeitpunkt des Schließens des Schalters verhält sich die Induktivität wie ein Leerlauf, der Strom ist gleich 0. Das magnetische Feld der Induktivität muss erst aufgebaut werden. Ist das Magnetfeld aufgebaut, fällt keine Spannung mehr ab und sie verhält sich wie ein Kurzschluss.

Der Stromfluss an einer Induktivität kann nicht sprunghaft aufhören \rightarrow Bildung von Lichtbögen an Kontakten.



Dioden

Eine Diode lässt Strom in einer Richtung fast ungehindert passieren und isoliert in die andere Richtung. Damit können zum Beispiel Gleichrichter realisiert werden.



3. Erstellen der Netzwerkgleichungen

Serien- und Parallelschaltung von R, L, C

Serienschaltung:

Parallelschaltung:

$$R_{ers} = \sum R$$

$$\frac{1}{R_{ers}} = \sum \frac{1}{R}$$

$$u = i * R_{ers}$$

$$L_{ers} = \sum L$$

$$\frac{1}{L_{ers}} = \sum \frac{1}{L}$$

$$u = \frac{di}{dt} L_{ers}$$

$$\frac{1}{C_{ers}} = \sum \frac{1}{C}$$

$$C_{ers} = \sum C$$

$$u = \frac{1}{C_{ers}} \int i dt$$

4. Lösen der Netzwerkgleichungen

Leistung in Wechselstromnetzwerken

Effektivwert:

$$P_{\text{mittel}} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{u^2(t)}{R} dt = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R}$$

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$$

Für Sinusspannungen: $U_{\text{eff}} = \hat{U} \sqrt{\frac{1}{2}} \rightarrow \hat{U} = U_{\text{eff}} \sqrt{2}$

Leistung in Wechselstromnetzen:

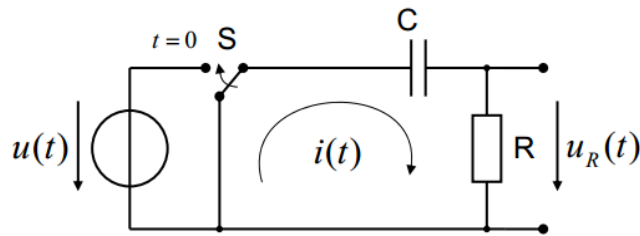
$$P_W = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos(\varphi) \quad \dots \text{ Wirkleistung}$$

$$P_B = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \sin(\varphi) \quad \dots \text{ Blindleistung}$$

$$P_S = \sqrt{P_W^2 + P_B^2} \quad \dots \text{ Scheinleistung}$$

$$\underline{P}_S = P_W + jP_B = U * I * e^{j\varphi}$$

Lösung im Zeitbereich mittels linearer Differentialgleichung



Aufstellen der Differentialgleichung:

$$u(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt + R * i(t)$$

$$\frac{di(t)}{dt} R + \frac{1}{C} i(t) = \frac{du(t)}{dt}$$

Lösung: $u(t) = u_h(t) + u_p(t)$

Partikuläre Lösung: Eingeschwungener Zustand, alle zeitlichen Änderungen sind 0.

$$\frac{di_p(t)}{dt} R + \frac{1}{C} i_p(t) = \frac{du(t)}{dt} \rightarrow i_p = 0$$

Homogene Lösung:

$$\frac{di_h(t)}{dt} R + \frac{1}{C} i_h(t) = 0$$

$$\frac{di_h(t)}{i_h(t)} R = -\frac{1}{C} dt$$

$$\ln(i_h(t)) = -\frac{1}{RC} t + \bar{K}$$

$$i_h(t) = e^{-\frac{1}{RC} t} K = i(t)$$

K aus Anfangsbedingung $i(0) = K \rightarrow K = \frac{U}{R}$

Komplexer Widerstand

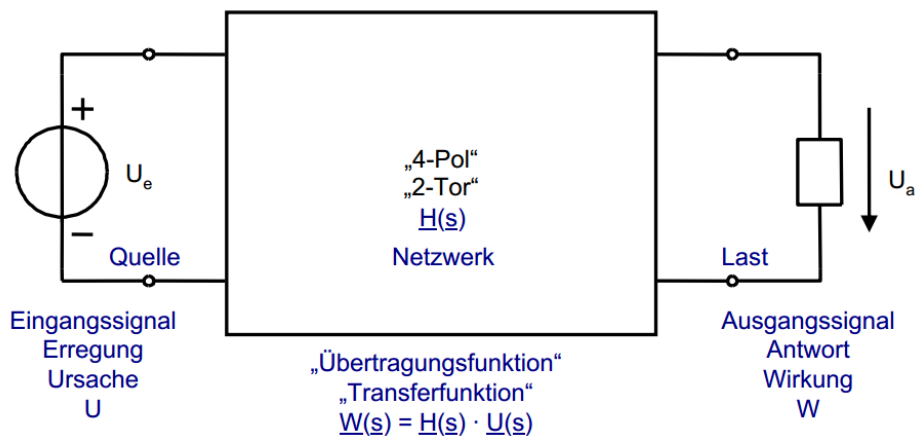
$$s^i = \left(\frac{d}{dt}\right)^i = (\delta + j\omega)^i$$

$$Z_R = R$$

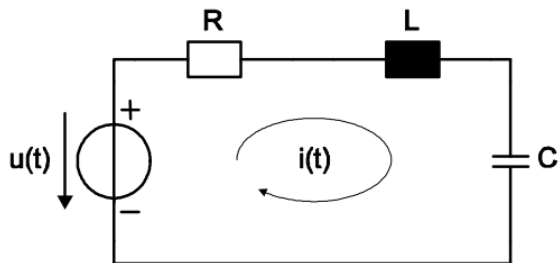
$$Z_C = \frac{1}{sC}$$

$$Z_L = sL$$

Erstellen der Netzwerkgleichungen im s-Bereich



$$W(s) = H(s) * U(s)$$



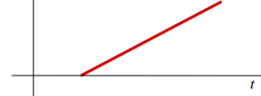


$$-U(s) + R * I(s) + sL * I(s) + \frac{1}{sC} I(s) = 0$$

$$I(s) = \frac{\frac{1}{L} s}{s^2 + \frac{R}{L} s + \frac{1}{LC}} U(s)$$

Lösung der Netzgleichungen durch Laplace-Transformation

$$F(s) = \int_{0^-}^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

Eingangsgröße	Laplace-transformierte	
	$\delta_0(t)$	$\leftrightarrow 1$
	$\delta_{-1}(t)$	$\leftrightarrow \frac{1}{s}$
	$\delta_{-2}(t)$ <small>$= \delta_{-1}(t) \cdot t$</small>	$\leftrightarrow \frac{1}{s^2}$

Weitere wichtige Transformationen:

$f(t)$	$F(s)$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
$\cos(at)$	$\frac{s}{s^2+a^2}$
$\sin(at)$	$\frac{a}{s^2+a^2}$

Partialbruchzerlegung bei der inversen Laplace-Transformation

Vorgangsweise:

- $F(s)$ auf gebrochene rationale Form bringen (Polynomdivision)

$$F(s) = \frac{s^2+7s+11}{s^2+4s+5} = 1 + \frac{3s+6}{s^2+4s+5}$$

- Nennerpolynom durch Partialbruchzerlegung vereinfachen (Bestimmung der Nullstellen und Berechnung der Zähler)

$$G(s) = \frac{3s+6}{s^2+4s+5} \rightarrow s^2 + 4s + 5 = 0 \rightarrow s_1 = -1, s_2 = -3 \text{ (einfache Nullstellen)}$$

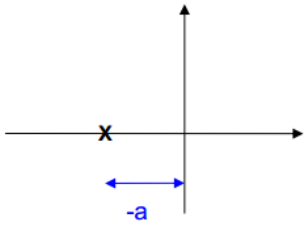
$$F(s) = 1 + \frac{A}{s-s_1} + \frac{B}{s-s_2} = 1 + \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s+3}$$

$$X(s) = \frac{1}{s(s+2)^2} \rightarrow s_1 = 1, s_{23} = 4, s_4 = 0 \text{ (mehrfache Nullstellen)}$$

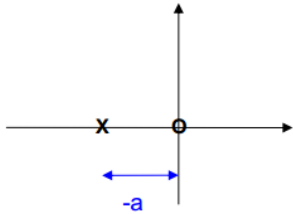
$$X(s) = \frac{A}{s} + \frac{B}{(s+2)} + \frac{C}{(s+2)^2}$$

Danach ist eine Rücktransformation über die Tabelle möglich.

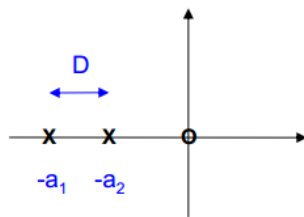
Systemfunktion und Pole und Nullstellen



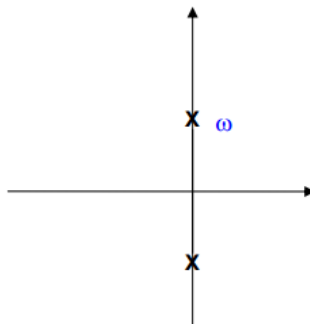
$$\frac{1}{s+a} \leftrightarrow e^{-at}$$



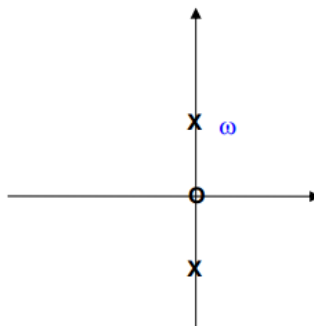
$$\frac{s}{s+a} \leftrightarrow \delta_0 - ae^{-at}$$



$$\frac{s}{(s+a_1)(s+a_2)} \leftrightarrow \frac{1}{a_1-a_2} (a_1 e^{-a_1 t} + a_2 e^{-a_2 t})$$



$$\frac{a}{s^2+a^2} \leftrightarrow \sin(at)$$



$$\frac{s}{s^2+a^2} \leftrightarrow \cos(at)$$

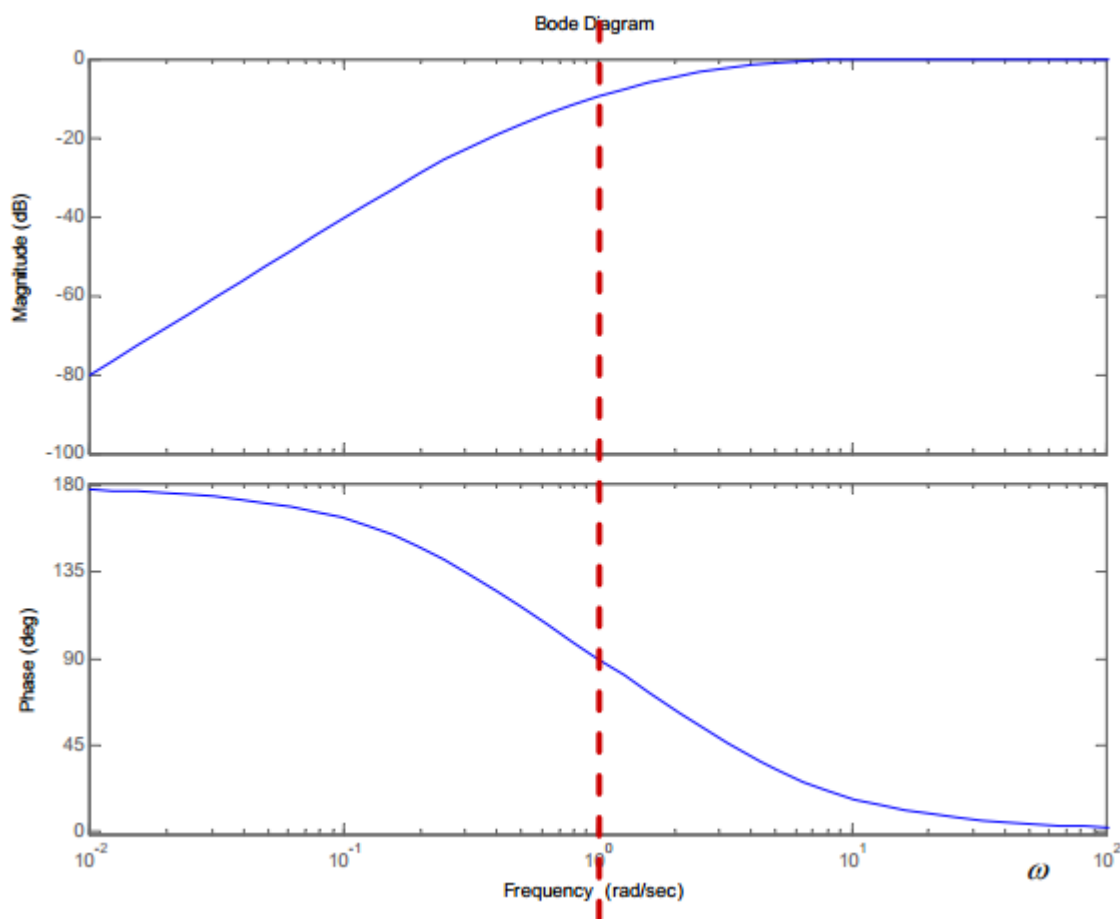
Systemantwort auf eine beliebige Eingangsfunktion

1. Eingangsfunktion in den s-Bereich transformieren
2. Systemfunktion mit Erregung multiplizieren
3. Antwort durch Rücktransformation bestimmen (wieder Partialbruchzerlegung)

Frequenzgang und Bodediagramm

$$V_{dB} = 20 \log \left(\frac{U_{out}}{U_{in}} \right)$$

Doppelt logarithmische Darstellung im Bode-Diagramm: (Hochpass)



Lösen im Zeitbereich, Impulsantwort, Faltung

Die Systemantwort im Zeitbereich kann für einfache Zeitfunktionen wie die Impulsfunktion $\delta_0(t)$ leicht berechnen. Jede beliebige Zeitfunktion lässt sich durch Faltung mit der Impulsfunktion darstellen. Die Impulsfunktion hat die Eigenschaft einer Abtastfunktion, da die Faltung den Funktionswert an der Stelle t liefert.

Prinzip: Bei LTI-Systemen folgt der Überlagerungssatz, jede einzelne Signalkomponente eines Eingangssignals hat eine Systemantwort, die Systemantwort auf das gesamte Eingangssignal ist die Summe der Systemantworten der Signalkomponenten.

Die Systemantwort auf den Einheitsimpuls $\delta_0(t)$ ist die Impulsantwort $h(t)$. Das Eingangssignal wird aus Einheitsimpulsen zusammengesetzt.

Ausgangssignal für einen gewichteten Impuls zum Zeitpunkt τ :

$$g(\tau) * h(t - \tau)$$

Summe der Impulsantworten:

$$a(t) = \int_{-0}^t g(\tau) * h(t - \tau) = g(t) * h(t)$$

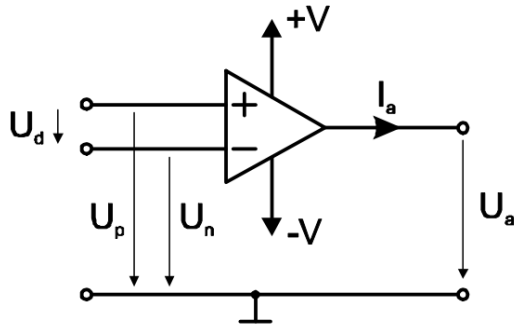
Kennt man die Impulsantwort eines Systems kann die Antwort auf beliebige Eingangssignale durch Faltung mit der Impulsantwort ermittelt werden. Die Impulsantwort beschreibt vollständig das Übertragungsverhalten eines Systems.

5. Verstärker

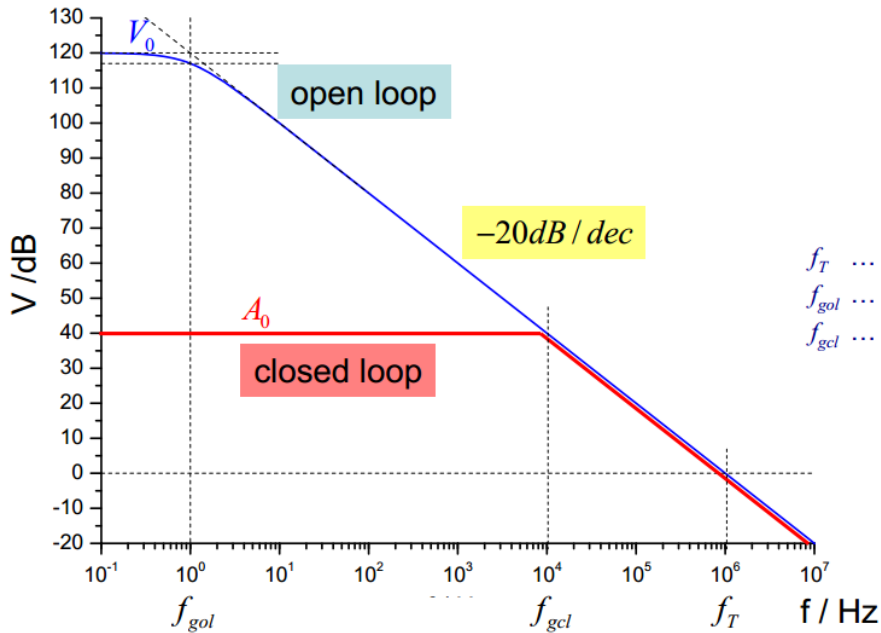
Eigenschaften eines Operationsverstärkers

Ein OPV ist ein mehrstufiger Gleichspannungsverstärker mit einer hohen Verstärkung der Eingangsspannung (Differenzspannung) U_d .

Größe	ideal	real
V_d	∞	$10^4 \rightarrow 10^7$
f_g	∞	1 ... 100Hz
SR	∞	$10^6 \dots 10^8 V_S^{-1}$
r_{in}	∞	1 ... 100M Ω
r_{out}	0	< 1k Ω



Frequenzgang



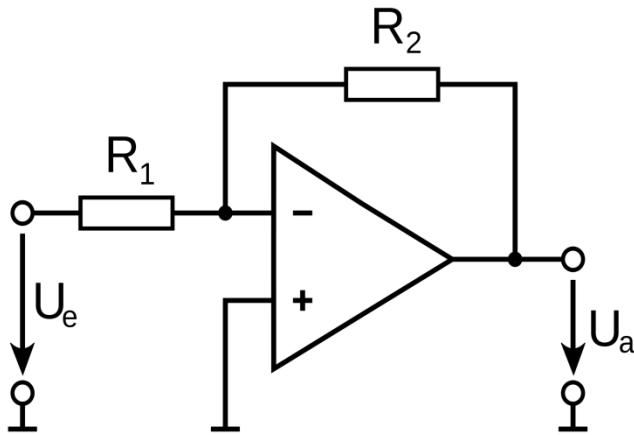
- f_T ... Transitfrequenz
- f_{gol} ... Grenzfrequenz "open loop"
- f_{gcl} ... Grenzfrequenz "closed loop"

z. B.

f	v
1 MHz	1 (0 dB)
100 kHz	10 (20 dB)
10 kHz	100 (40 dB)

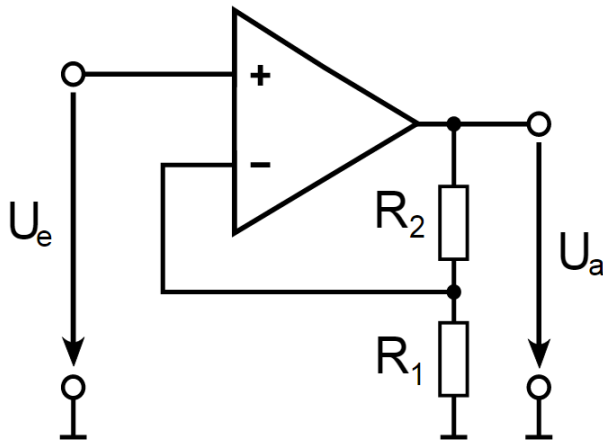
Beschaltung als Verstärker:

Invertierender Verstärker:



$$v = -\frac{R_2}{R_1}$$

Nichtinvertierender Verstärker:

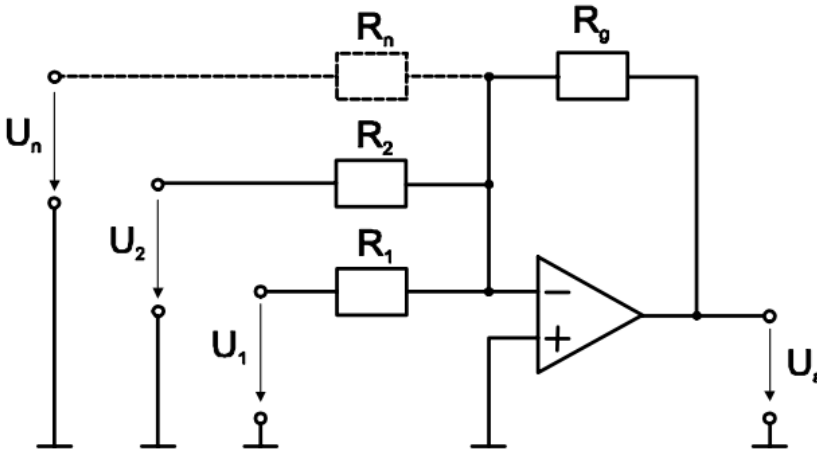


$$v = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

6. Analoge Signalverarbeitung

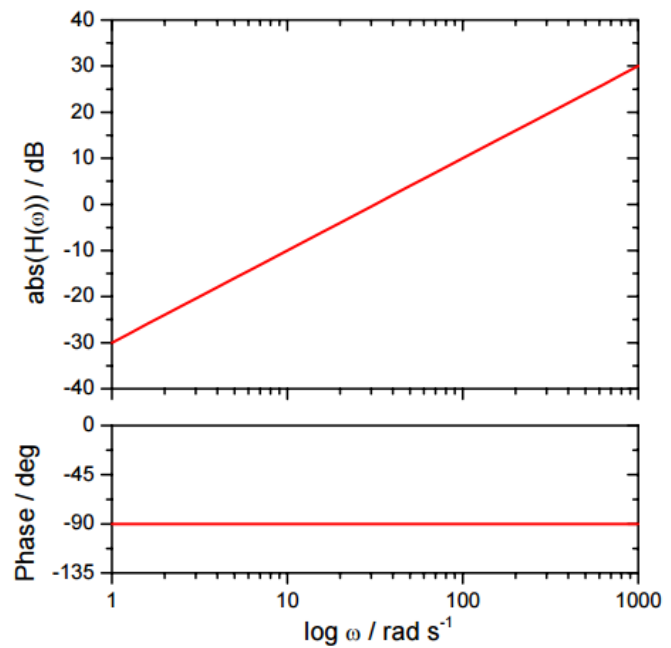
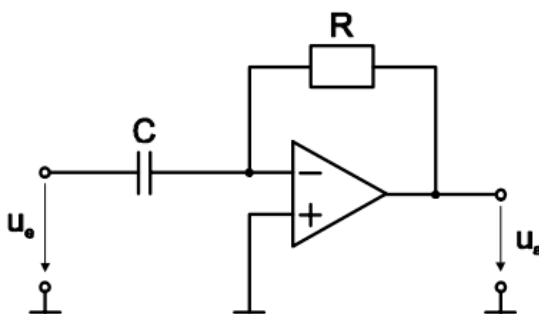
Rechenschaltungen

Addierer



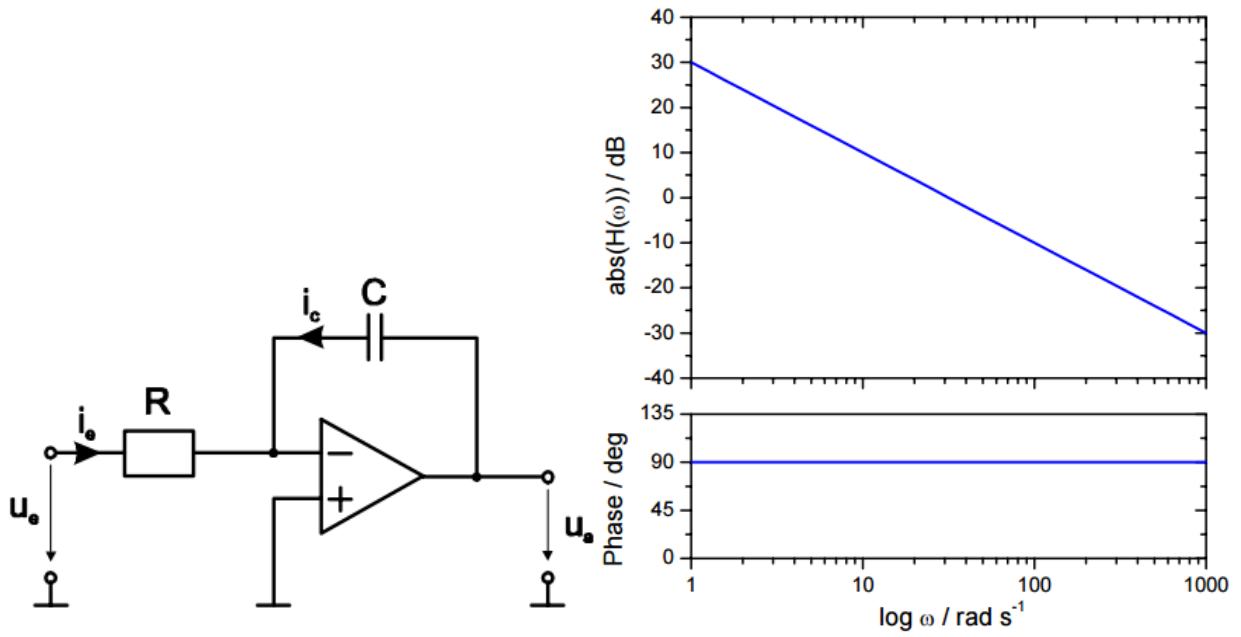
$$\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \dots + \frac{U_n}{R_n} = -\frac{U_a}{R_g}$$

Differenzierer



$$C_1 \frac{du_e}{dt} + \frac{u_a}{R} = 0 \rightarrow u_a = -RC \frac{du_e}{dt}$$

Integrierer

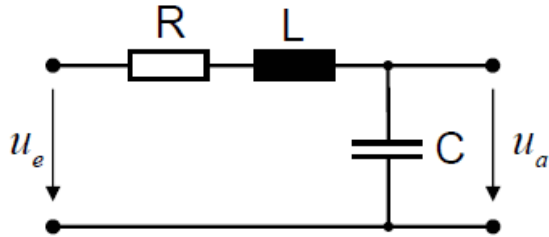


$$i_e = -i_c$$

$$C \frac{du_a}{dt} = -\frac{u_e}{R}$$

$$u_a = -\frac{1}{RC} \int_0^{\tau} u_e dt + u_a(0)$$

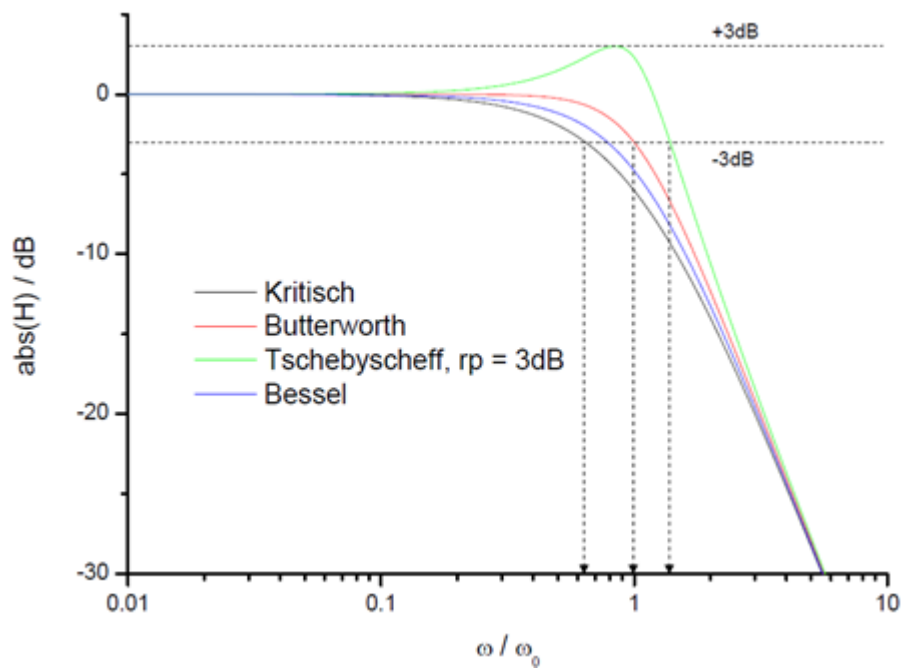
Filter

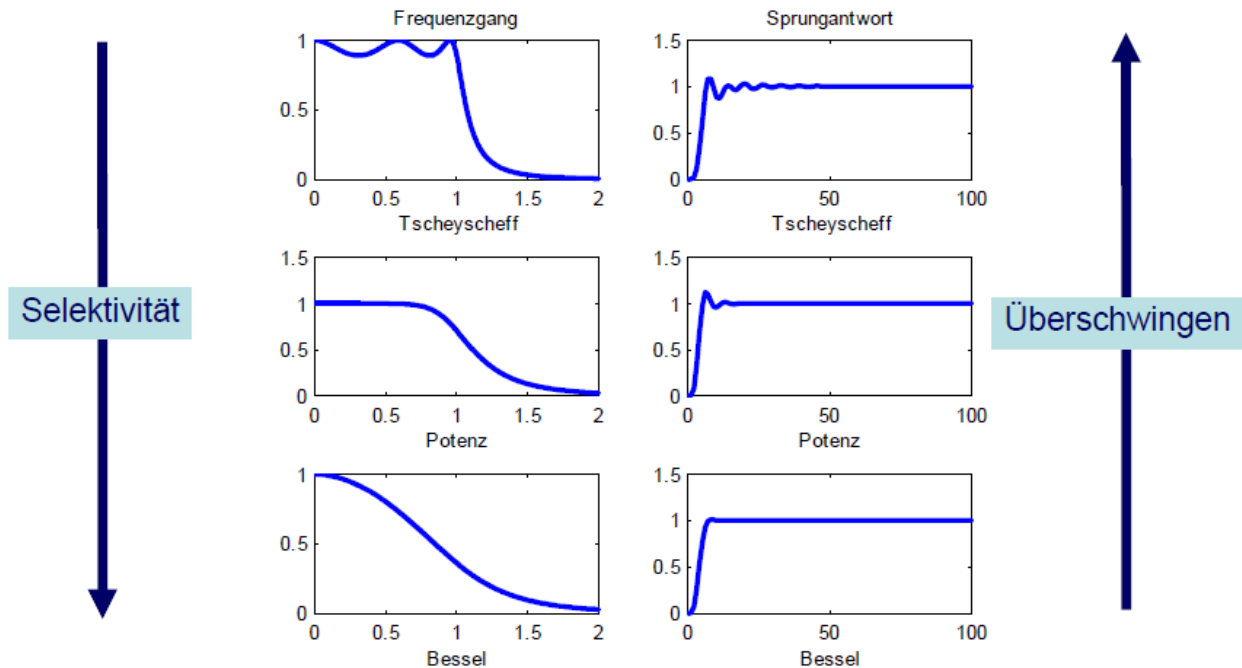


$$H(s) = \frac{\frac{1}{sC}}{R+sL+\frac{1}{sC}} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC}} = \frac{\omega_0^2}{s^2+2\alpha s+\omega_0^2} \rightarrow \frac{1}{s^2+2\alpha s+1}$$

S wurde auf ω_0 normiert.

- a) 2 konjugiert komplexe Pole von $H(s)$ ($\alpha < \omega_0$)
 - Gedämpfte Schwingung im Zeitbereich
 - R bestimmt die Filtercharakteristik
 - Wenn $R = 0$ rein imaginäre Polstellen
- b) 2 reelle Pole ($\alpha > \omega_0$)
 - Keine Schwingung, 2 Zeitkonstanten
- c) 1 reeller Doppelpol ($\alpha = \omega_0$)
 - Keine Schwingung, Aperiodischer Grenzfall





- Butterworth Filter (Potenzfilter)
 - Unterhalb der Grenzfrequenz soll der Frequenzgang möglichst lange Horizontal verlaufen, erst kurz vor der Grenzfrequenz soll die Übertragungsfunktion abnehmen und in die Durchlassdämpfung von 20dB pro Dekade pro Ordnung des Filters übergehen.
- Tschebyscheff Filter
 - Sind ausgelegt auf ein möglichst scharfes Abknicken bei der Grenzfrequenz
 - Verstärkung im Durchlassbereich besitzt ein Ripple. (Welligkeit)
- Bessel Filter
 - Optimales Rechteckübertragungsverhalten (kein Überschwingen)
 - Konstante Gruppenlaufzeit im Durchlaufbereich
- Cauer Filter
 - Möglichst steiler Übergang vom Durchlassbereich in den Sperrbereich

Approximation

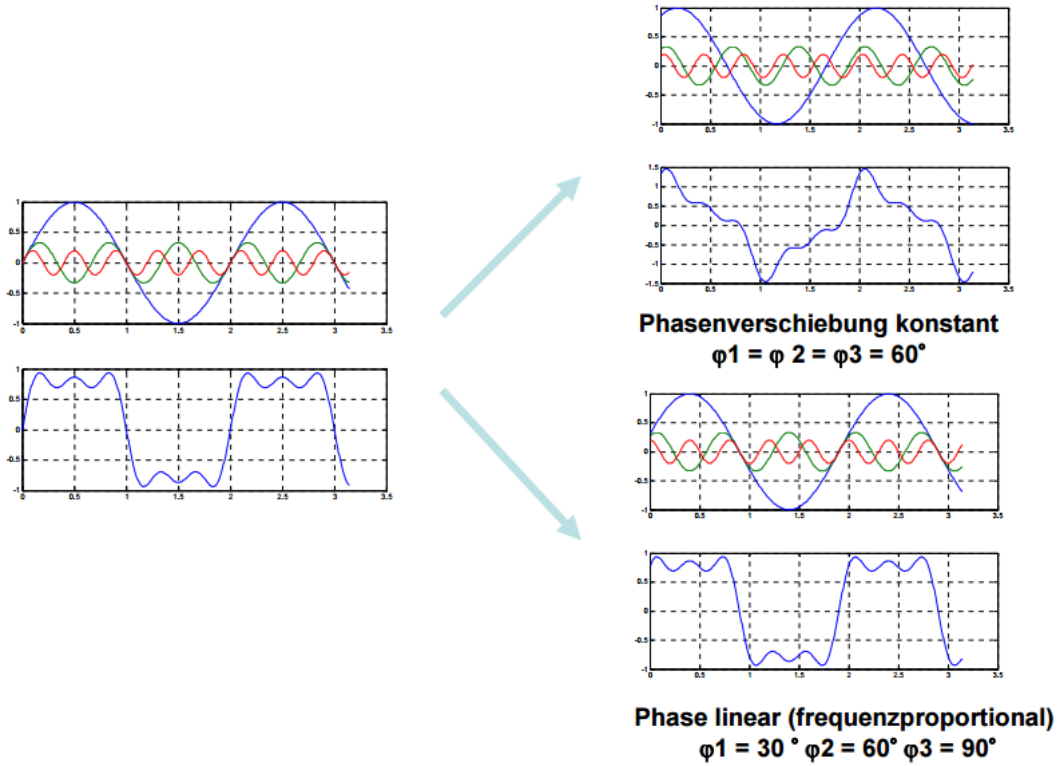
Tiefpassfilter n-ter Ordnung: $H(s) = \frac{1}{(1+s)^n} \rightarrow F(s) = \frac{1}{H(s)} = (1+s)^n$

$$F(s)F(-s) = 1 + (-1)^n s^{2n}$$

Diese Parabel n-ter Ordnung nähert sich dem gewünschten Verlauf der Dämpfung an.

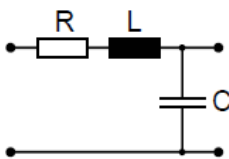
Linearer Phasengang

Konstante zeitliche Verschiebung für alle Frequenzen. (Gruppenlaufzeit ist konstant)
Ist dann wichtig, wenn „Information“ nicht nur in der Amplitude, sondern auch in der Phasenlage steckt. Zum Beispiel bei EKG. Gegenbeispiel: Audiosignale.

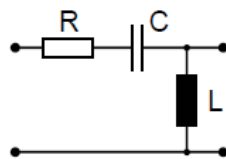


Realisierung von Filtern

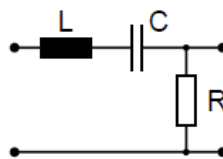
Tiefpass



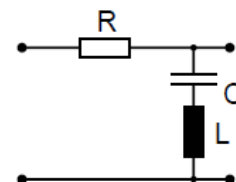
Hochpass



Bandpass



Bandsperre



- LC-Filter
 - Ansatz für Butterworth Filter z.B. $\frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$
 - $H(s) = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1} \rightarrow LC = \frac{1}{\omega_0^2} \rightarrow RC = \frac{\sqrt{2}}{\omega_0^2}$
- Aktive Filter (mit Operationsverstärkern)
 - Einsetzbar bis einige hundert MHz
 - Kein L gebraucht, Widerstände lasergetrimmt

7. Abtasttheoreme

Das Signal $f(t)$ wird mit einer Folge von Einheitsimpulsen im Abstand von T_S Sekunden (dem Abtastabstand) multipliziert und aufsummiert.

z.B. $f(t) = A \cos(\omega t_S + \varphi)$

Normalisierte Kreisfrequenz: $\hat{\omega} = \frac{\omega}{\omega_S}$

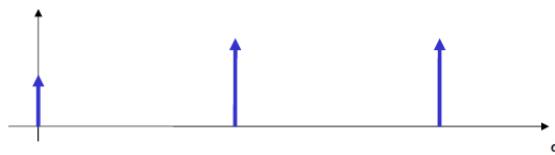
Faltung: $f_S(t) = f(t) * \delta_T(t) = \sum_{k=0}^n f(kT_S) \delta_T(t - kT_S)$

Diese Impulsfolge kann in eine Fourierreihe zerlegt werden.

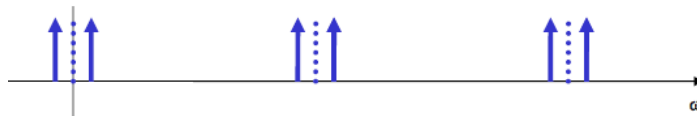
$$f_S(t) = \frac{1}{T_S} (f(t) + 2f(t) \cos(\omega_S t) + 2f(t) \cos(2\omega_S t) + \dots)$$

$$f(t) = \cos(\omega_0 t) \rightarrow f_S(t) = \cos(\omega_0 t) \cos(k\omega_S t) = \frac{1}{2} (\cos(\omega_S - \omega_0) t + \cos(\omega_S + \omega_0) t)$$

Betragspektrum:

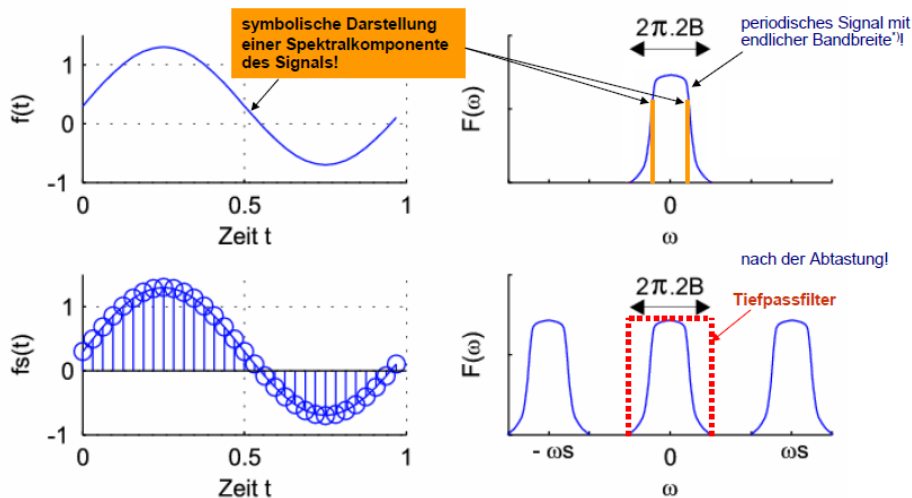


Komplexe Darstellung:



Aus jeder Spektralkomponente von $f(t)$ entsteht $\omega_S \pm \omega_0$

Spektrum eines abgetasteten Signals

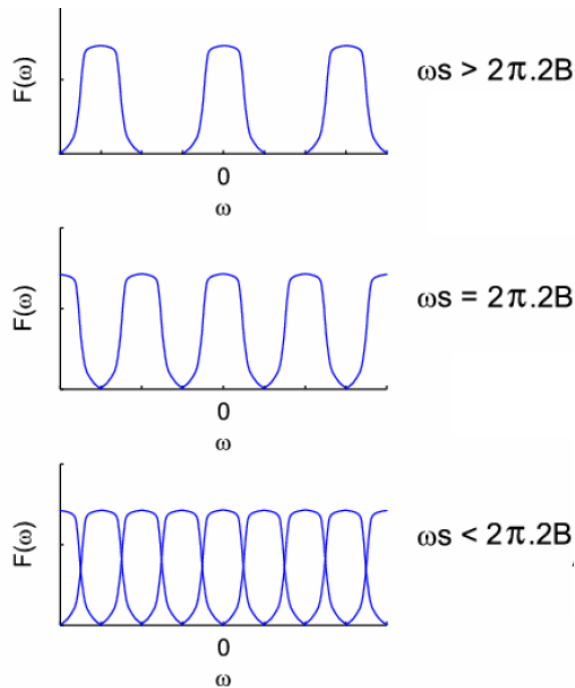


Das Spektrum des Originalsignals ist im Spektrum des abgetasteten Signals enthalten (welches periodisch im Abstand ω_s fortgesetzt wird) und kann durch einen Tiefpass herausgeschnitten werden.

Abtasttheoreme im Zeitbereich, Aliasing und Folding

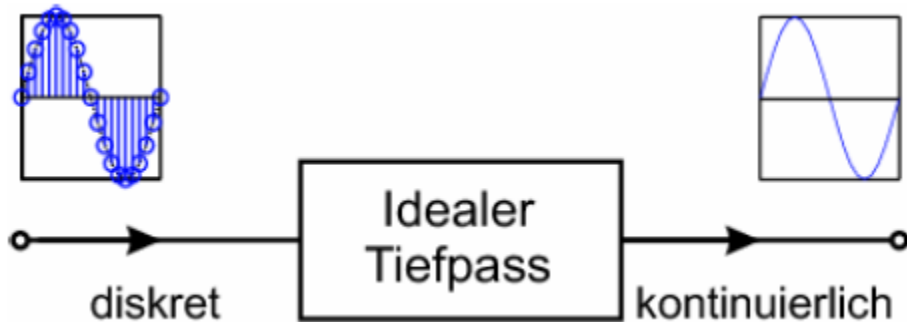
$$f_s > 2f_{max}$$

Wird das Abtasttheorem verletzt, so rücken die Spektren zu nah aneinander, um sie mit einem Tiefpass herauszufiltern.

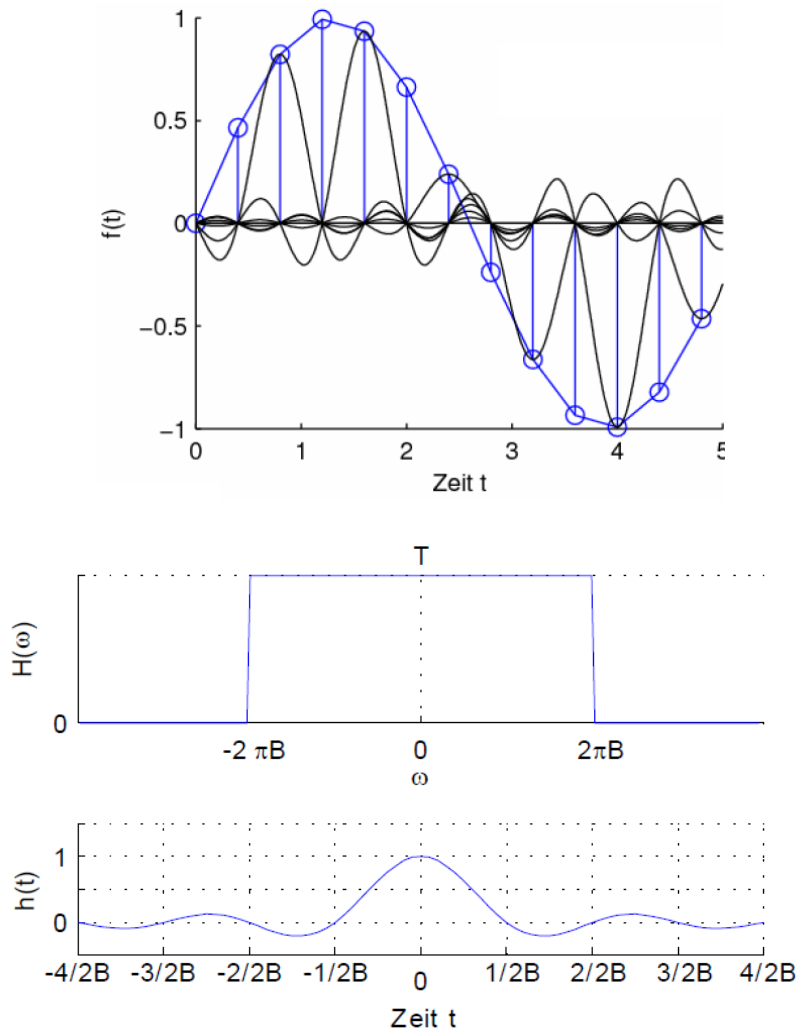


Aliasing entsteht wenn die Abtastfrequenz etwas niedriger als die Signalfrequenz ist, Folding wenn die Abtastfrequenz etwas höher als die Signalfrequenz. (aber nicht hoch genug)

Rekonstruktion eines abgetasteten Signals durch idealen Tiefpass

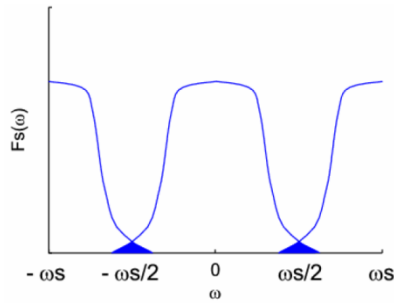


Da das Originalsignal im Spektrum der periodischen Fortsetzung enthalten ist, kann es mit einem idealen Tiefpass rausgefiltert werden. Das Eingangssignal ist die Impulsfolge des abgetasteten Signals, das Ausgangssignal die Überlagerung der Impulsantworten.



Die Rekonstruktion durch überlagerte und gewichtete *sinc*-Pulse stellt das Signal fehlerfrei her.

Ideale Tiefpass-Filter sind nicht realisierbar: Abtastfrequenz muss höher als die Nyquist-Frequenz sein, somit werden die Anforderungen an die Flankensteilheit des Filters geringer. In der Realität wird oft Oversampling verwendet. Man erreicht eine ausreichende Unterdrückung, aber nie eine vollständige Ausblendung des Sperrbereichs. Jedes praktische Signal ist von endlicher Länge. (\rightarrow unendlich breites Spektrum)



Um das Überlappen von Spektren zu vermeiden wird ein Antialiasing Filter verwendet.

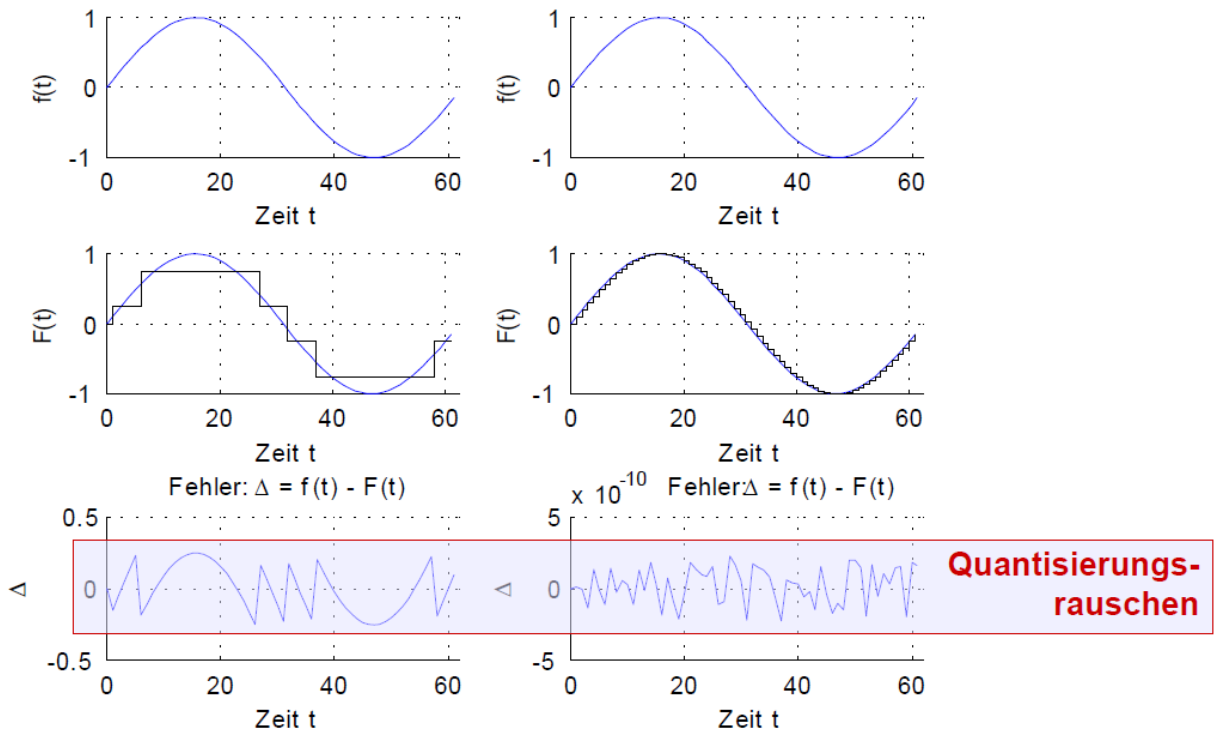
Zeit- und Bandbegrenzung von Signalen

Ist das Signal zeitbegrenzt (hat es endliche Dauer) ist das Spektrum unendlich, ist das Signal bandbegrenzt, ist das Signal nicht zeitbegrenzt.

Beispiel zeitbegrenzte Signal: Rechteck.

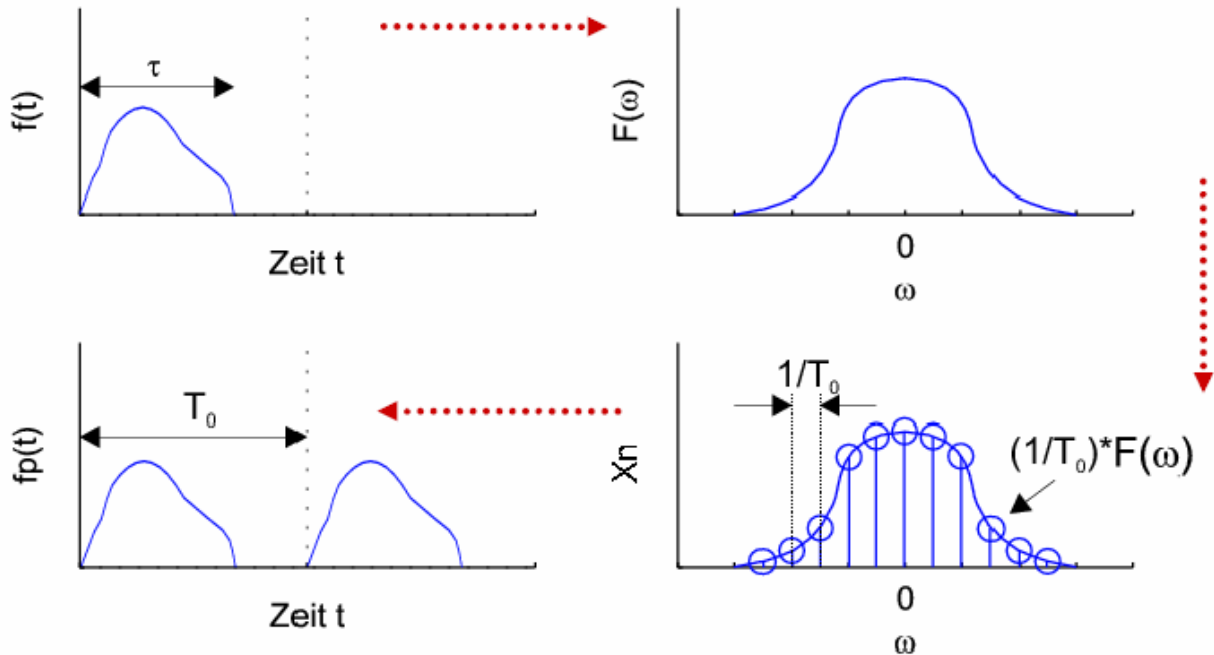
Quantisierung im Amplitudenbereich

Je geringer die Auflösung des A/D Wandlers ist, desto stärker weicht das digitale Signal vom analogen ab.



Abtastung im Frequenzbereich und diskrete Fourier Transformation

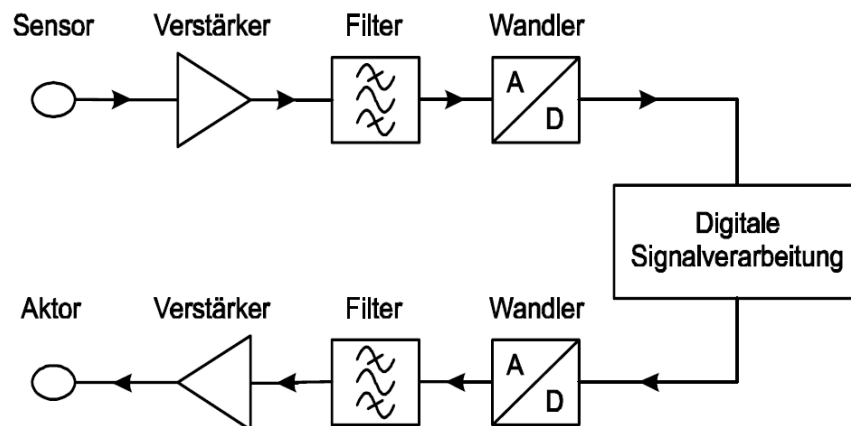
Bei einer Abtastung im Frequenzbereich entstehen zeitbegrenzte Signale, diese müssen periodisch fortgesetzt werden.



Die DFT eines zeitbegrenzten Signals liefert ein nicht bandbegrenzt, kontinuierliches, periodisches Signal.

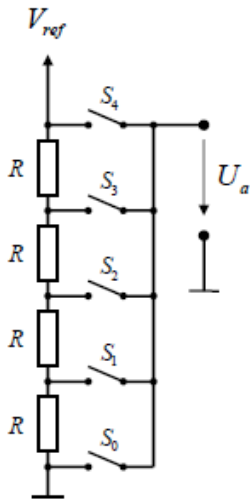
Die Periodendauer muss genau in das Abtastintervall passen. Die Spektrallinien müssen auf dem Frequenzraster liegen, ansonsten kann die Funktion nicht periodisch fortgesetzt werden.

Signalverarbeitungskette

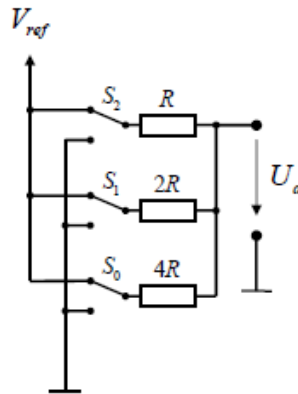


DAC und ADC Verfahren

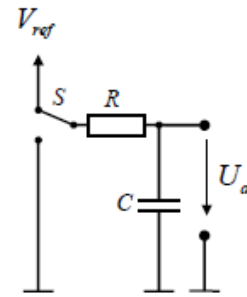
Parallelverfahren



Wägeverfahren



Zählverfahren

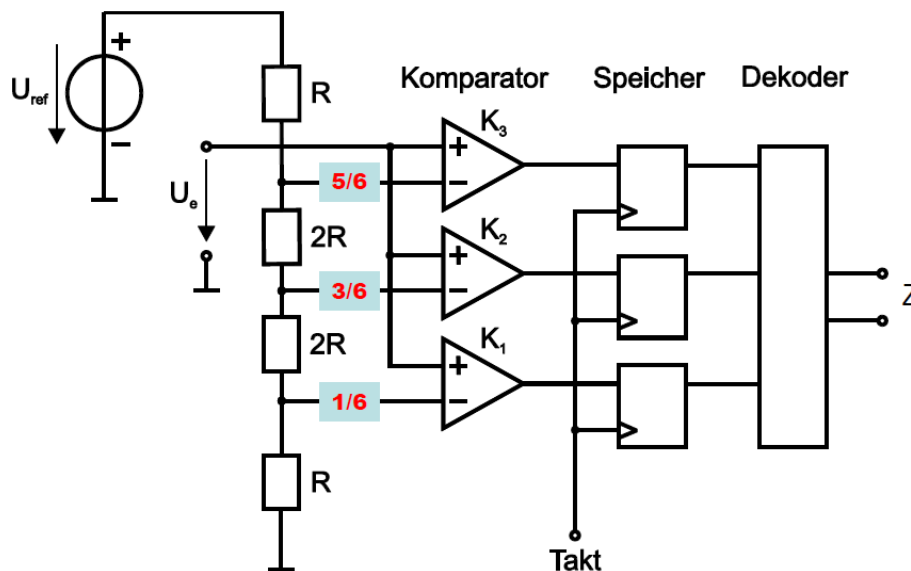


Parallelverfahren: Sehr viele Widerstände, es wird immer genau einer geschlossen und am Ausgang liegt $U_a = -U_{ref} * \frac{Z}{Z_{max}+1}$ an. Schnell.

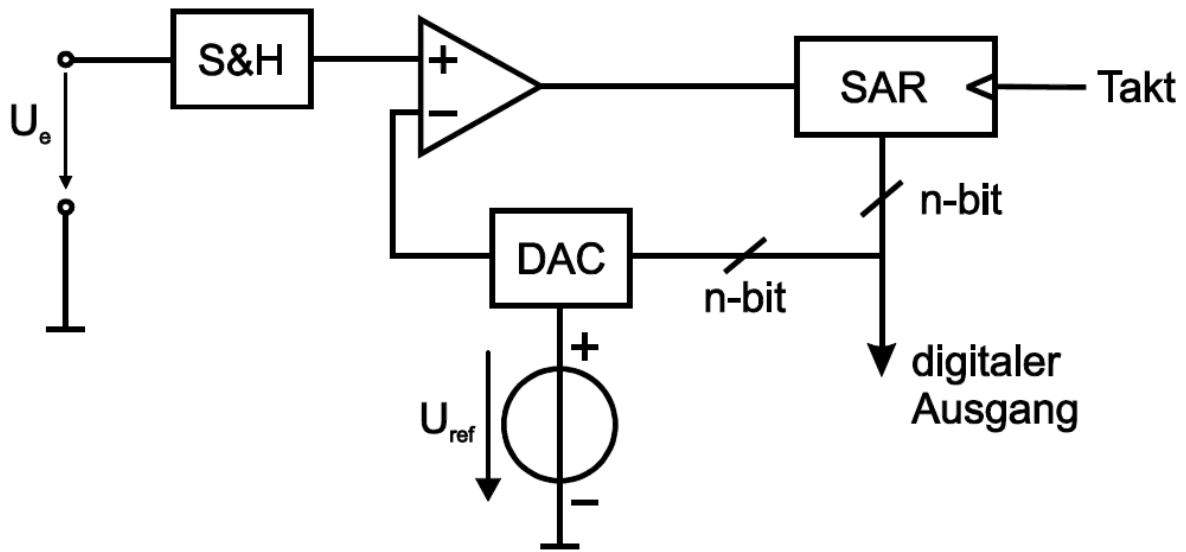
Wägeverfahren: Summe gewichteter Ströme. Mehrere Schalter werden geschlossen (nach Bits der digitalisierten Amplitude) und alle Ströme gemäß Knotenregel addiert. Umsetzung mit einem OPV-Addierer.

Zählverfahren: Eingang beispielsweise PWM Signal. RC-Glied bildet Mittelwert. Langsam.

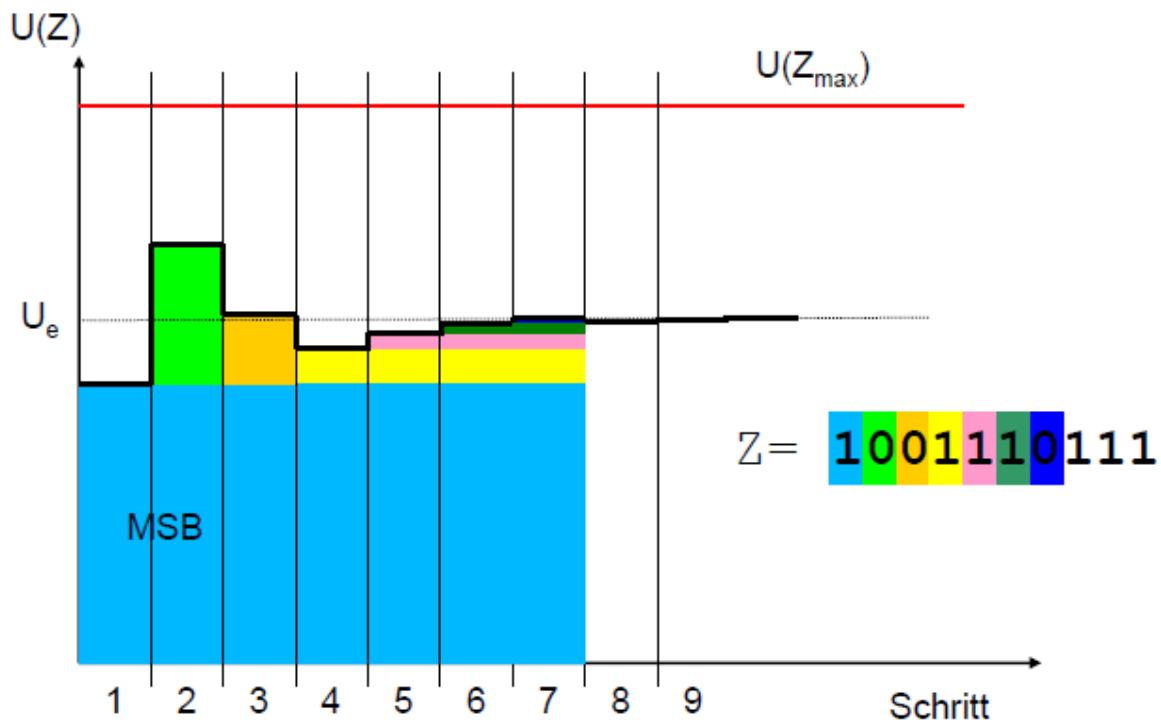
Für die A/D Wandlung werden Komparatoren verwendet.



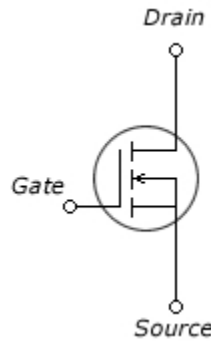
Wäge-Verfahren für A/D Wandlung:



Sample&Hold macht Abtastung des Signals, Komparator überprüft immer diesen Abtastwert mit dem analog-konvertierten Wert einer Bitfolge. SAR generiert diese Bitfolge. Ist das Signal zu klein wird raufgezählt, ist es zu groß wird runtergezählt. (immer von MSB zu LSB)



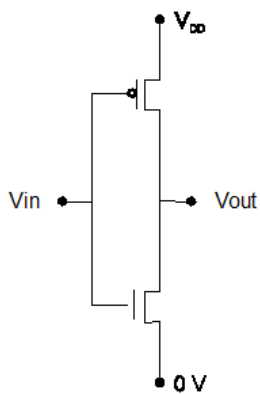
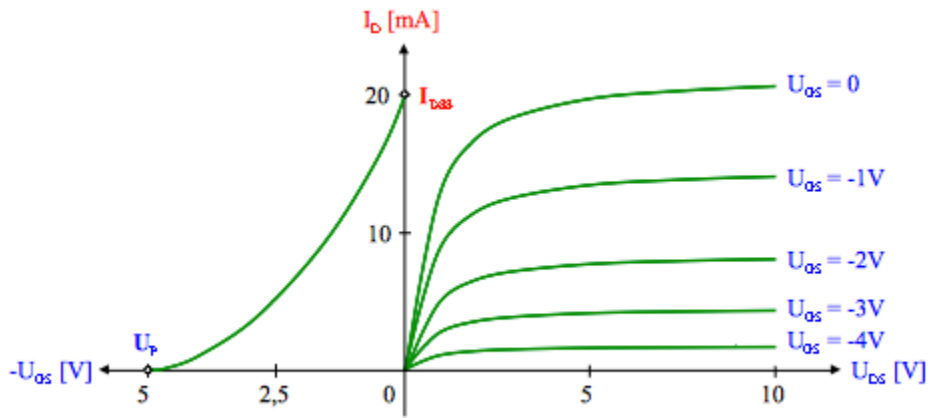
9. MOSFET



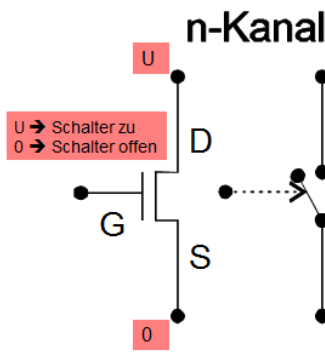
Steuerspannung zwischen Gate und Source beeinflusst Leitfähigkeit des Drain-Source Kanals.

Arbeitsbereiche:

- Sperrbereich, sehr geringer Drain-Source-Strom
- Linearer Bereich: Drain-Strom steigt linear mit der Drain-Spannung an.
- Sättigungsbereich: Kanal abgeschnürt, Drain-Strom hängt nur gering von der Drain-Spannung ab.



Inverter-Schaltung.



Transistor als Schalter.