Rechenanleitungen Geometrie

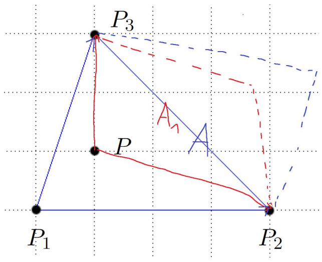
Blatt 1:

Koordinatensystem

Vektoren relativ zum Origin berechnen (P - O) und davon det(P_1 - O, P_2 - O), sonst det(P1, P2, P3)

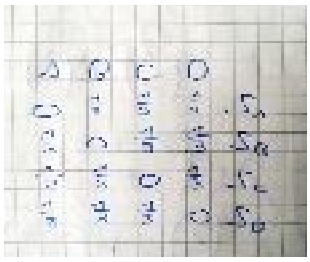
Wenn Determinanten $\neq$ 0 dann affines Koordinatensystem

Baryzentrische Koordinaten



A gesamtes Dreieck: det(P_3-P_1, P_2-P_1)
A_1 relative Fläche gegenüber P1
$\frac{det(P2-P,\, P3-P)}{det(P3-P1,\, P2-P1)} = \beta_1$ usw.

Pyramide Schwerpunkte



3 * S_A = B + C + D, …. nach Gauß lösen
3 * S_B = A + C + D
3 * S_C = A + B + D
3 * S_D = A + B + C

Bezierkurve

c(t)... t verhältnis bis zu dem pro Gerade gelaufen wird, diese miteinander verbinden (von links nach rechts), bis nur noch ein Punkt übrig bleibt, dieser ist c(t)!

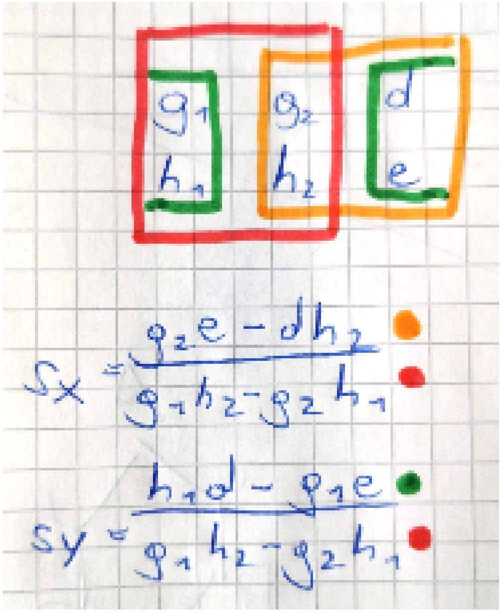
Bernsteinpolynom

Zeigen c(0) = $\Delta(p_1 - p_0)$ Ableitung nach t; t = 0 setzen = n(p_1-p_0)

Geradengleichung $n * x + n_0 = 0$

Richtungsvektor v = (p-q), nach d bzw. n_0 umformen: $n_0 = -n^T * p$
Normalvektoren = $(-y, x)$
Einsetzen und in $0 = n^T x + n_0$

Gerade als Parametrisierung $x(t) = p + t(q - p)$



Schnittpunkt von Geraden als Gleichung

$G_1 :\; g_1x_1 + g_2x_2 + d = 0$
$G_2 :\; h_1x_1 + h_2x_2 + e = 0$

$g_1h_2 - g_2h_1 = 0 \Rightarrow \textit{Kein Schnittpunkt}$
$g_1h_2 - g_2h_1 \neq 0 \Rightarrow s_x = \left(\frac{e\,g_2 - d\,h_2}{g_1h_2 - g_2h_1}\right),\; s_y = \left(\frac{d\,h_1 - e\,g_1}{g_1h_2 - g_2h_1}\right)$

Schnittpunkt von Geraden Parametrisierung

$G_1 : p_1 + tv_1$
$G_2 : q_1 + sv_2$

gleichsetzen: $p_1 + tv_1 = q_1 + sv_2$

umformen: $(v_1 - v_2)\left(\frac{t}{s}\right) = q_1 - p_1$

wenn $\det(v_1, v_2) = 0 \Rightarrow$ kein Schnittpunkt

Parametrisierung der Schnittgeraden

$n^T p + n^T t v + n_0 = 0$

$n^T v = -n^T p - n_0 \Rightarrow n^T v \neq 0 \rightarrow$ Schnittpunkt

3) Bestimmen Sie eine Parametrierung der Schnittgeraden der Ebenen $E_1: x-y+2z=7$ und $E_2: 6x+y-z=-7$

$$\left.\begin{aligned} 1x - 1y + 2z &= 7 \\ 6x + 1y - 1z &= -7 \end{aligned}\right] \oplus$$

Wenn $0=0 \Rightarrow$ Ebenen ident

-"- $0 = 8 \Rightarrow$ Ebenen parallel

$7x + 1z = 0$

$z = -7x \rightarrow$ einsetzen: $6x + 1y + 7x = -7$

$y = -7 - 13x$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -7-13x \\ -7x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -7 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ -13x \\ -7x \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -7 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ -13 \\ -7 \end{pmatrix}$$

Geraden Abstand im Raum

$G_1: p_1+tv_1$ $\quad n = v_1 \times v_2 = 0$ dann $G_1 \parallel G_2$

$G_2: p_2+sv_2$ $\quad n^T x + n_0 = 0$,

n_0 ausrechnen => Abstand = $|n^T p_1 - n^T p_2|$

Remark: Abstand G_1 zu E = Abstand p_1 zu E

Ausgleichspolynom (Koeffizienten bestimmen)

Ausgleichspolynom

$z = a_0 + x a_1 + y a_2$

$$\begin{pmatrix} n & \sum x_i & \sum y_i \\ \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i y_i \\ \sum y_i & \sum x_i y_i & \sum y_i^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum z_i \\ \sum z_i x_i \\ \sum z_i y_i \end{pmatrix} \Rightarrow E(a_0, a_1, a_2) = \sum_{i=0}^{n} (a_0 + x_i a_1 + a_2 y_i - z_i)^2$$

$$\frac{dE}{da_0} = \sum_{i=0}^{n} 2 \cdot (a_0 + x_i a_1 + a_2 y_i - z_i) = n a_0 + (\sum x_i) a_0 + (\sum y_i) a_1 - \sum z_i$$

Polynom in 1.2 und 1.5 schreiben

Dreieck abbilden mit Matrix A und Vektor a

$$f(A,a) = \sum_{i=1}^{n} \|Ax_i + a - y_i\|^2$$

ableiten

$$\frac{df}{da} f() = \sum_{i=1}^{n} 2 \cdot (Ax_i + a - y_i) = A\sum x_i + 3a - \sum y_i \qquad \frac{df}{da} = \begin{pmatrix} \frac{df}{da_1} \\ \frac{df}{da_2} \\ \frac{df}{da_3} \end{pmatrix}$$

nullsetzen $0 = A\sum x_i + 3a - \sum y_i \quad | + \sum y_i$

$$\sum y_i = A\sum x_i + 3a \quad | : 3$$

$$\underbrace{\frac{1}{3}\sum y_i}_{S_y} = A\Big(\underbrace{\frac{1}{3}\sum x_i}_{S_x}\Big) + a \quad \checkmark$$

Blatt 2:

projektives Koordinatensystem

1) Überprüfen mittels det(a1, a2, a3)
2) Ergebnis != 0 dann linear unabhängig (= projektives Koordinatensystem)

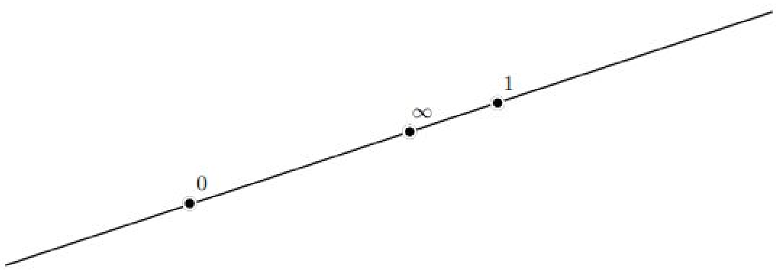
homogene Koordinaten

1) $\sum_{i=1}^{3}(a_i) = a$
2) Skalieren sodass $\sum_{i=1}^{3}(a_i) = a$ ist (z.B. $a_1 + a_2 + 2a_3 = 2a$)
3) Skalierte Matrix * homogene Koordinaten (λ) = gegebener Punkt
4) Gleichungen aufstellen und nach λ auflösen

Kollineation

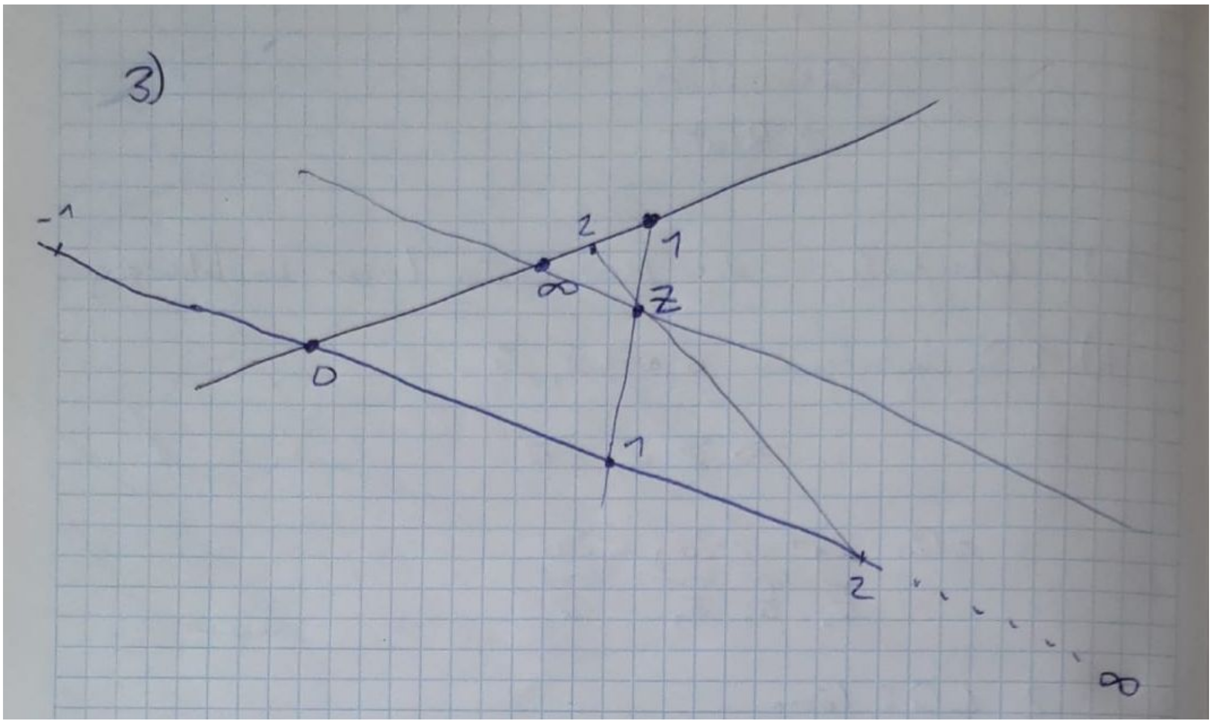
1) $\sum_{i=1}^{3}(a_i) = a$
2) Skalieren sodass $\sum_{i=1}^{3}(a_i) = a$ ist (z.B. $a_1 + a_2 + 2a_3 = 2a$)
3) Skalierte Matrix A * Kollineationsmatrix (m11, m12..) = Skalierte Matrix B
4) Gleichungen aufstellen und lösen
5) Einsetzen in die Kollineationsmatrix

Projektive Skala zeichnen



1) Zentralpunkt Z irgendwo einzeichnen (sofern nicht gegeben)

2) Von ∞ eine Gerade durch Z zeichnen
3) Durch den Ursprungspunkt 0 eine parallele Gerade dazuzeichnen
4) Eine Gerade von 1 durch Z zeichnen damit auf der parallelen Gerade die 1 eingezeichnet wird



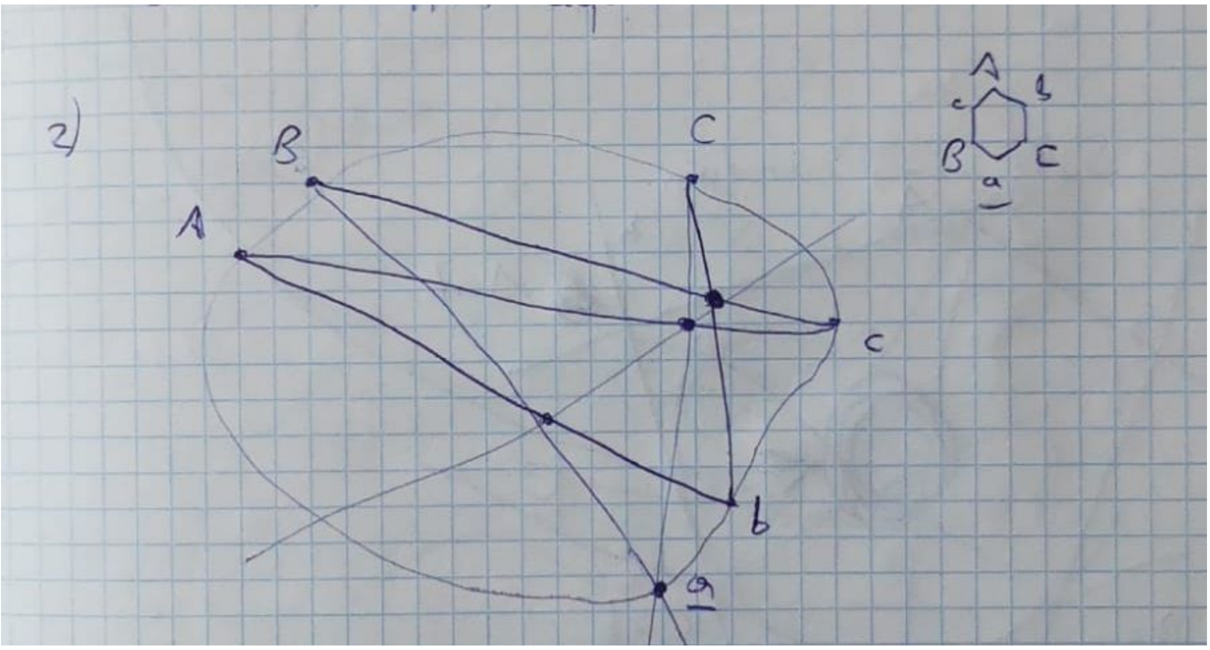
Zentralprojektion

1) Formel für Kreis aufstellen: $s := x^2 + y^2 = 0$
2) Parametrisierungsgleichung aufstellen: p + tv
    a) p = Zentralpunkt
    b) t = λ
    c) v = (t, -1) → (-1 beim Beispiel damit man bei der y-Koordinate auf 0 kommt)
3) Parametrisierungsgleichung berechnen
4) Lösung der Parametrisierungsgleichung einsetzen in die Kreisformel
5) Nach λ auflösen
6) λ in die Parametrisierungsgleichung rückeinsetzen

Kegelschnitte und Quadriken

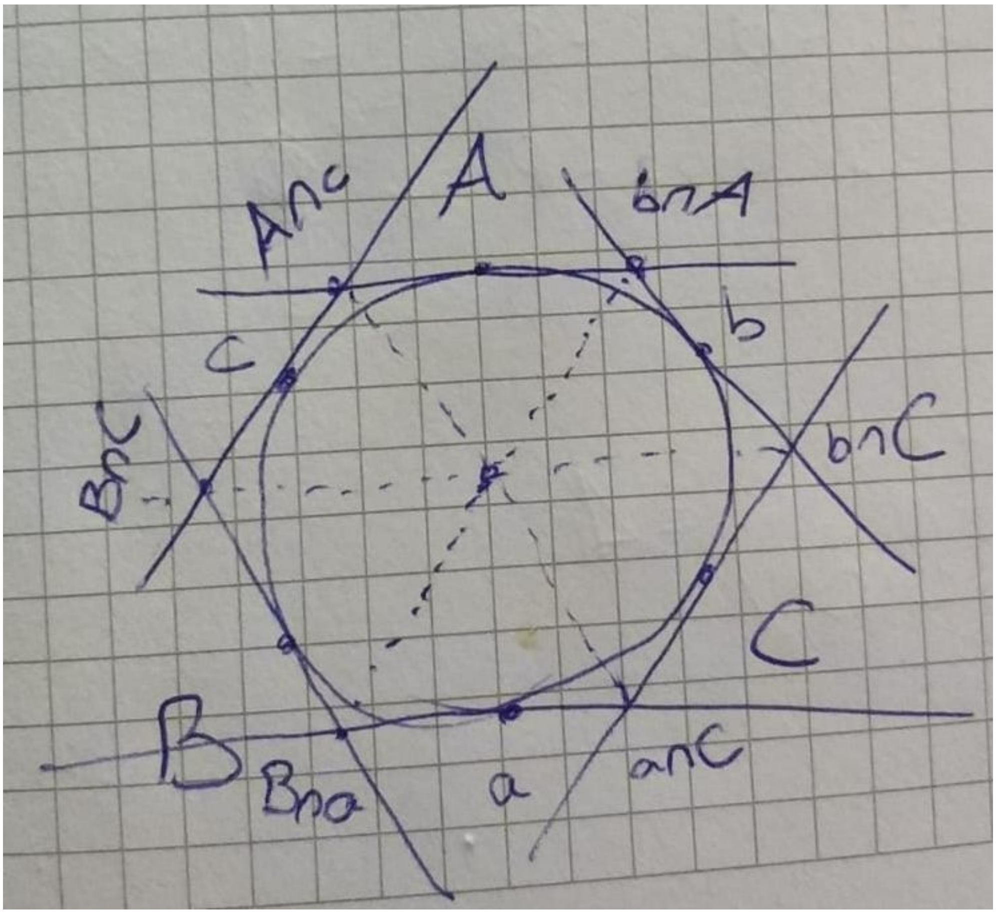
Konstruieren eines Kegelschnittes
1) Die Punkte im Uhrzeigersinn mit Großbuchstaben numerieren
2) Anschließend Rückwärts die Kleinbuchstaben zuweisen
3) Wenn ein Punkt fehlt, dann diesen einfach einzeichnen (freie Platzwahl)

4) Großbuchstaben mit Kleinbuchstaben verbinden, jedoch nicht mit seinem Kleinbuchstaben
5) Schnittpunkte: $(A \cap b \text{ und } B \cap b)$ usw. einzeichnen
6) Gerade durch die Schnittpunkte einzeichnen



Dualität

1) Großbuchstaben in einer dreiecksformation aufzeichnen und jeweils eine Gerade durchzeichnen
2) Danach die Kleinbuchstaben zwischen den Großbuchstaben verteilen (klein a darf nicht an Groß A angrenzen) und wieder jeweils eine Gerade zeichnen
3) Anschließend die Schnittpunkte $(A \cap b \text{ und } B \cap b \text{ usw.})$ miteinander verbinden
4) Den Schnittpunkt der Schnittpunkte einzeichnen


A
A∩c
b∩A
b
c
B∩C
b∩C
C
B
B∩a
a
a∩C

Blatt 3

Bogenlängen Parametrisierung

Bogenlängen Parametrisierung

$c(t) = \begin{pmatrix} r\cos(t) \\ r\sin(t) \end{pmatrix}, r > 0$

Ableiten $c'(t) = \begin{pmatrix} r \cdot (-\sin(t)) \\ r\cos(t) \end{pmatrix}$

Länge berechnen: $\|c'(t)\| = \sqrt{r^2 \sin^2(t) + r^2 \cos^2(t)} = r$

Bogenlänge $s = \int_0^t r\, dt = rt \Rightarrow t = \frac{s}{r}$

Einsetzen $c(s) = \begin{pmatrix} r\cos(\frac{s}{r}) \\ r\sin(\frac{s}{r}) \end{pmatrix}$

G: $x(t) = p + tv$

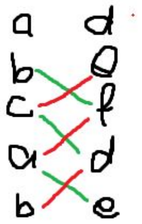
$x'(t) = v \Rightarrow$ Länge $v = v$ $\quad s = \int_0^t v\, dt = vt, \; t = \frac{s}{v}$

$x(s) = p + v\frac{s}{v} = p + s$

Krümmung und Torsion

Gerade: konstant Krümmung, keine Torsion
Kreis: konstante Krümmung = $\frac{1}{r}$, keine Torsion

Schraublinie (Helix):
Krümmung:
1.) c', c'' Ableitung berechnen
2.) c' x c'' berechnen
3.) Länge $|c'|$
4.) Länge $|c' \, x \, c''|$
5.) $\kappa = \frac{|c' \, x \, c''|}{|c'|^3}$



bf − ce
cd − af
ae − bd

$$c : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} r \cdot \cos t \\ r \cdot \sin t \\ p \cdot t \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R},$$

$$\dot{\vec{x}}(t) = \begin{pmatrix} -r \cdot \sin t \\ r \cdot \cos t \\ p \end{pmatrix}, \quad \ddot{\vec{x}}(t) = \begin{pmatrix} -r \cdot \cos t \\ -r \cdot \sin t \\ 0 \end{pmatrix},$$

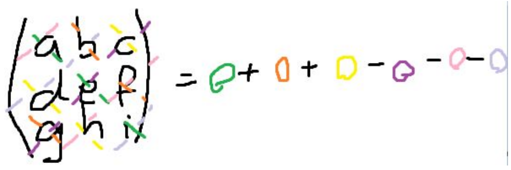
$$\dddot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} r \cdot \sin t \\ -r \cdot \cos t \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\dot{\vec{x}} \times \ddot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} rp \cdot \sin t \\ -rp \cdot \cos t \\ r^2 \end{pmatrix}$$

$$\dot{\vec{x}}^2 = r^2 + p^2; \quad (\dot{\vec{x}} \times \ddot{\vec{x}})^2 = r^2 \cdot (p^2 + r^2)$$

$$\kappa(t) = \frac{|\dot{\vec{x}} \times \ddot{\vec{x}}|}{|\dot{\vec{x}}|^3} = \frac{r\sqrt{p^2 + r^2}}{(\sqrt{r^2 + p^2})^3} = \frac{r}{r^2 + p^2}$$

Torsion:
1.) c''' Ableitung berechnen
2.) Determinante(c', c'', c''')
3.) $(c' \, x \, c'')^2$ berechnen



$$\det(\dot{\vec{x}}, \ddot{\vec{x}}, \dddot{\vec{x}}) = p \cdot \det \begin{pmatrix} -r\cos t & r\sin t \\ -r\sin t & -r\cos t \end{pmatrix} = pr^2$$

$$\tau(t) = \frac{pr^2}{r^2(p^2 + r^2)} = \frac{p}{r^2 + p^2}$$

4.) $\Gamma = \frac{det(c', c'', c'')}{(c' \, x \, c'')^2}$

Alle Kurven mit konstanter Krümmung und Torsion: Gerade, Kreis, Helix.
Begründung: jedes Objekt mit Krümmung 0 und Torsion 0 = Gerade
jedes Objekt mit konstanter Krümmung und Torsion 0 = Kreis mit verschiedenen Radi
jedes Objekt mit konstanter Krümmung und Torsion = Helix mit verschiedenen Radi und konstanter Windungszahl

Parametrisierung Torus:

Rotationsmatrix:

$$x(u,v) = \begin{pmatrix} \cos v & -\sin v & 0 \\ \sin v & \cos v & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a + r \cos u \\ a \\ a + r \sin u \end{pmatrix}$$

Definition Kreis in 2D:
Kreis = (r*cos(u), r*sin(u))

1.) Rotationsmatrix aufstellen
2.) Kreisvektor aufstellen
3.) x_u = Rotationsmatrix * abgeleiteter Kreisvektor
4.) x_v = abgeleitete Rotationsmatrix * Kreisvektor
5.) Kreuzprodukt: x_u , x_v
6.) (Länge berechnen vom Kreuzprodukt)^2
7.) nach cos(u) umformen

- Drehung um die x-Achse:

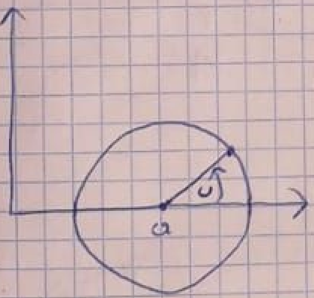
$$R_x(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

- Drehung um die y-Achse:

$$R_y(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

- Drehung um die z-Achse:

$$R_z(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



$$X(u,v) = \begin{pmatrix} \cos v & -\sin v & 0 \\ \sin v & \cos v & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a + r\cos u \\ a + 0 \\ a + r\sin u \end{pmatrix}$$

$$X_u = \begin{pmatrix} \cos v & -\sin v & 0 \\ \sin v & \cos v & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -r\sin u \\ 0 \\ r\cos u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -r\sin u\cos v \\ -r\sin u\cos v \\ r\cos u \end{pmatrix}$$

$$X_v = \begin{pmatrix} -\sin v & -\cos v & 0 \\ \cos v & -\sin v & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a + r\cos u \\ 0 \\ r\sin u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + r\cos u \; -\sin v \\ a + r\cos u \; \cos v \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$x_u \times x_v = r \begin{pmatrix} -\sin u\cos v \\ -\sin u\sin v \\ \cos u \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -\sin v\,(a + r\cos u) \\ \cos v\,(a + r\cos u) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -\cos u\cos v\,(a + r\cos u) \\ -\cos u\sin v\,(a + r\cos u) \\ \underbrace{-\sin u\cos^2 v\,(a + r\cos u) - \sin u\sin^2 v\,(a + r\cos u)}_{-\sin u\,(a + r\cos u)} \end{pmatrix}$$

$$\|x_u \times x_v\|^2 = r^2\left(\cos^2 u\cos^2 v\,(a + r\cos u)^2 + \cos^2 u\sin^2 v\,(a + r\cos u)^2 + \sin^2 u\,(a + r\cos u)^2\right)$$

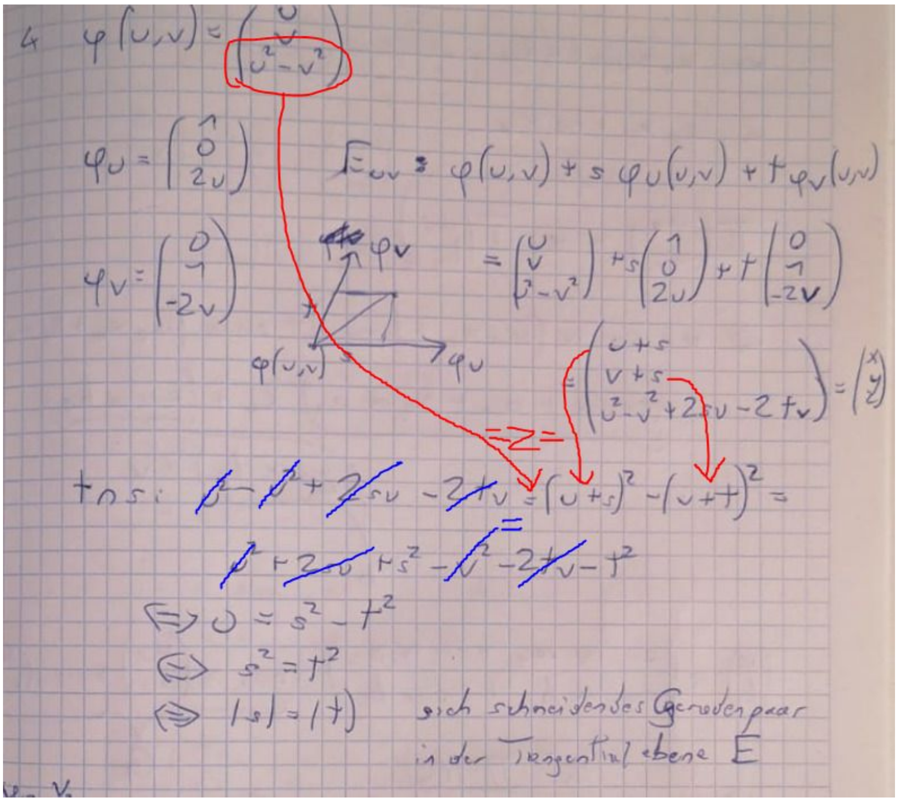
$$= r^2(a + r\cos u)^2\underbrace{\left(\underbrace{\cos^2 u\cos^2 v + \cos^2 u\sin^2 v}_{\cos^2 u} + \sin^2 u\right)}_{1}$$

$a + r\cos u = 0$

$\cos u = -\frac{a}{r}$

Flächentheorie

1.) $\varphi(u, v)$ aufstellen (z ist gegeben)
2.) φ_u $\rightarrow$ ableiten
3.) φ_v $\rightarrow$ ableiten
4.) E_{uv}: $\varphi(u, v)$ $+ s\varphi_u + t\varphi_v$
5.) u,v in z einsetzen (laut Angabe)
6.) z-koord (aus Angabe) = z-koord(aus berechnung)
7.) s = t sollte rauskommen, wenn sie sich schneiden



4 $\varphi(u,v) = \begin{pmatrix} u \\ v \\ u^2 - v^2 \end{pmatrix}$

$\varphi_u = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2u \end{pmatrix}$ $\qquad E_{uv}: \varphi(u,v) + s\,\varphi_u(u,v) + t\,\varphi_v(u,v)$

$\varphi_v = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2v \end{pmatrix}$ $\qquad = \begin{pmatrix} u \\ v \\ u^2 - v^2 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2u \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2v \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} u+s \\ v+s \\ u^2 - v^2 + 2su - 2tv \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

$= z =$

$t \cap s$: $\cancel{u^2} - \cancel{v^2} + \cancel{2su} - \cancel{2tv} = (u+s)^2 - (v+t)^2 =$

$\cancel{u^2} + \cancel{2su} + s^2 - \cancel{v^2} - \cancel{2tv} - t^2$

$\Leftrightarrow 0 = s^2 - t^2$

$\Leftrightarrow s^2 = t^2$

$\Leftrightarrow |s| = |t|$ sich schneidendes Geradenpaar in der Tangentialebene E

Zeigen Sie, dass durch jeden Flächenpunkt auf dem hyperbolischen Paraboloid

$$z = x^2 - y^2$$

genau zwei Geraden verlaufen, die vollständig auf der Fläche liegen.

Krümmung

$$n(u, v) = \frac{x_u \times x_v}{||x_u \times x_v||}$$

$$E(u,v) := \mathbf{x}_u^2,\ F(u,v) := \mathbf{x}_u \cdot \mathbf{x}_v,\ G(u,v) := \mathbf{x}_v^2,$$

L = x_{uu} * n, M = x_{uv} * n, N = x_{vv} * n;

$$I = \begin{bmatrix} E & F \\ F & G \end{bmatrix}.$$

$$II = \begin{bmatrix} L & M \\ M & N \end{bmatrix}$$

$$x_u = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ u \end{pmatrix} \qquad x_{uu} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$x_u = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ u \end{pmatrix} \qquad x_{uv} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$x_v = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad x_{vv} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- Sind Evolventen von ebenen Kurven Parallelkurven?

- **JA**
    - Die Evolventen einer Kurve bilden eine Schar paralleler Kurven.
    - Die Evolute einer ebenen Kurve ist die Bahn, auf der sich der Mittelpunkt des Krümmungskreises bewegt, wenn der zugehörige Punkt die gegebene Kurve durchläuft.

- Ist eine Parallelprojektion bijektiv?

- **NEIN**
    - Seite 36:
    - 1. Parallelentreue
    - 2. Teilverhältnistreue
    - (projeziert man die objekte auf eine Bildebene deswegen geht z verloren und deswegen nicht bijektiv)
    - Affine Projektion darf nicht (0,0,0) sein

- Sind Punkte und Ebenen polar zueinander? (oder so ähnlich..)

- **Eine Korrelation, deren Abbildungsmatrix A symmetrisch ist (A = A T), heißt Polaritat**

- Was ist die Hessesche Normalform der Ebene?

Allgemein: die Ebene $ax + by + cz + d = 0$ hat die HNF $$\boxed{\frac{ax + by + cz + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = 0}$$

· Erkläre die Begriffe Normalkrümmung und Hauptkrümmung. Wie lassen sich Gaußkrümmung und mittlere Krümmung aus der Hauptkrümmung berechnen?

gaußsche krümmung ist das produkt der hauptkrümmungen

Mittlere Krümmung ist das arithmetische mittel der Hauptkrümmungen (k1 + k2)/2

Normalkrümmung ist die Krümmung der ebenen Kurve, die sich durch einen Normalschnitt ergibt

Den Minimalwert und den Maximalwert dieser Krümmungen bezeichnet man als die beiden Hauptkrümmungen k1 und k2

· Affine Transformationen sind winkeltreu.

- **NEIN**
  - Affine Abbildungen sind nicht:
    - nicht längentreu
    - nicht winkeltreu
    - nicht flächentreu.

· Die stereographische Projektion ist winkeltreu.

- **JA**
  - ist eine Abbildung einer Kugelfläche in eine Ebene mit Hilfe einer Zentralprojektion, deren Projektionszentrum (PZ) auf der Kugel lieg

· Isometrischen Flächen haben gleiche Gaußkrümmung.

- **JA**
  - Aus dem Theorema Egregium folgt insbesondere, dass die Gaußkrummung invariant unter Isometrien zwischen Flächen ist
  - Die gaußsche Krümmung K der Fläche in diesem Punkt ist das Produkt der beiden Hauptkrümmungen k1 und k2

4.30. Satz[4] („Flächen mit gleicher konstanter Gauß-Krümmung sind isometrisch") $f: U \to I\!R^3, \tilde{f}: \tilde{U} \to I\!R^3$ seien Flächenstücke mit der gleichen konstanten Gauß-Krümmung. Dann sind lokal f und $\tilde{f}$ isometrisch zueinander.

- Kurven mit verschwindender Torsion sind planar.

- **JA**

- Kollineationen im projektiven Raum bilden Geraden auf Geraden ab.

- **JA**
    - Geradentreu
    - Ebenentreu
    - Bijektiv
    - doppelverhältnistreu

- eine Kollineation ist teilverhältnistreu

- **NEIN**

- eine durch reguläre Affinität induzierte Kollineation hält Fernpunkte punktweise fest

- **JA**

- ein projektives Koordinatensystem in der Ebene ist durch 3 Punkte eindeutig bestimmt

- **JA**
  2 Achsen + Origin

- eine affine Abbildung ist schwerpunkttreu

- **JA**
    - Bijektiv
    - Geradentreu
    - Ebenentreu
    - Parallelentreu
    - Teilverhältnistreu
    - Schwerpunkttreu
    - Seite31

- die Gaußkrümmung ist eine Größe der inneren Geometrie einer Fläche

- **JA**

Innergeometrische Objekte: g, Γ_{ij}^k, Geodätische, geodätische Krümmung, Gaußkrümmung.

Außergeometrische (= nicht innergeometrische) Objekte: S, b, κ_1, κ_2, H, V_1, V_2, D_1, D_2. Dass diese Objekte nicht innergeometrisch sind folgt

- Regelflächen sind genau die abwickelbaren Flächen

- **NEIN** Alle Typen abwickelbarer Flächen sind Regelflachen, da sie eine stetige Schar von Geraden tragen. Es ist aber nicht jede Regelflache abwickelbar
    - Seite 93

- Parameterlinien auf einer regulären Fläche schneiden sich stets rechtwinklig

- **JA**

- Scherungen sind die einzigen flächentreuen affinen Abbildungen

- **NEIN**
    - Scherungen flächen- bzw. volumstreue Affinitäten
    - Seite 33

- Ellipse und Parabel [sind/haben?] projektiv äquivalente Kegelschnitte

- **JA (haben)**

- Kartesisches Koordinatensystem erklären

Einheitsvektoren stehen rechtwinklig zueinander. Man kann zwischen Rechtssystem und Linkssystem unterscheiden, je nachdem ob die x-Achse mit der kürzesten drehung zur negativen y-Achse geht.

- Unterschied zwischen Affinität und Kollineation (wenn möglich math. Definition)

Jede Affinität ist eine Kollineation. Eine Kollineation ist nicht immer teilverhältnistreu.

- Was ist eine Parallelkurve, Evolute, Distanzfunktion

Parallelkurven sind Kurven die von einer gegebenen Kurve einen konstanten Abstand d besitzen. $X_d(t) = X(t) + N(t)\, d$

Evolute ist der **geometrische Ort aller Krümmungsmittelpunkte**

Distanzfunktionen sind bestimmte **reellwertige Abbildung metrischer Räume**.