

Runde 5, Beispiel 32

LVA 118.181, Übungsrunde 5, 17.11.

Markus Nemetz, markus.nemetz@tuwien.ac.at, TU Wien, 16.11.2006

1 Angabe

Ein RCL-Schwingkreis besteht aus einer Induktivität L von 0.05 Henry, einem Widerstand R von 20 Ohm, einem Kondensator C von 100 Mikروفarad sowie einer elektromotorischen Kraft ('Batterie') von $E = E(t) = 100\cos(200t)$, die in Reihe geschaltet sind. Bestimme den Strom $i = i(t)$ zu einem beliebigen Zeitpunkt $t > 0$ unter der Anfangsbedingung $i(0) = 0$ und der Bedingung, dass für die Ladung $q(t) = \int_{\tau=0}^t i(\tau)\partial\tau$ gilt mit $q(0) = 0$. Wählen Sie zur Lösung der linearen Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten die Ansatzmethode.

Anleitung: Es gilt $L\frac{\partial i(t)}{\partial t} + Ri(t) + \frac{1}{C}\int_{\tau=0}^t i(\tau)\partial\tau = E(t)$.

Weitere Anmerkung (von mir): 1 Mikروفarad = 0.000001 Farad!

2 Lösung des Beispiels

Ergibt Differentialgleichung (rechte Seite musste abgeleitet werden!)

$$L \cdot I'' + R \cdot I' + \frac{1}{C} \cdot I = -200i00 \cdot \sin(200t)$$

$$\lambda^2 + 400\lambda = 200000 \quad \text{char.Polynom}$$

$$\lambda_{1,2} = -200 \pm j \cdot 400 \quad \text{konj. komplex}$$

$$y_h = e^{-200t}(c_1 \cos(400t) + c_2 \sin(400t))$$

$$s(x) = A \sin(200t) + B \cos(200t) \quad \Rightarrow A = -2, B y_p = -2 \sin(200t) + \cos(200t)$$

Lösung des AWP $i(0) = 0$ mit $q(t) = \int_{x=0}^t i(t)\partial t$ ($q(0) = 0$):

$$i(t) = e^{-200t}(-\cos(400t) + \frac{1}{2}\sin(200t) + \cos(200t))$$