179–185) Man berechne die Grenzwerte nachstehender unbestimmter Formen:

180)

(a) $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x}$

(b) $\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{\ln(x)}$

Regel de l`Hospital:

$$Gilt: \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} \; und \; \lim_{x \to x_0} f(x) = \lim_{x \to x_0} g(x) = 0, oder \lim_{x \to x_0} f(x) = \lim_{x \to x_0} g(x) = \infty$$

$$dann\ gilt: \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$(weitere\ unbestimmte\ Formen\ bei\ denen\ l'Hospital\ einsetzbar\ ist: 0 * \infty, \infty - \infty, 1^{\infty}, 0^0)$

(a)

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos(x)}{x} = \frac{1 - (\cos(0))}{0} = \frac{1 - 1}{0} = \frac{0}{0} => de\ l'Hospital\ einsetzbar! Ableiten!$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{-(-\sin(x))}{1} = \lim_{x \to 0} \sin(x) = \sin(0) = 0\ ist\ der\ Grenzwert!$$

(b)

$$\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{\ln(x)} = \frac{\sqrt{1 - 1}}{\ln(1)} = \frac{0}{0} => de\ l'Hospital\ einsetzbar! Ableiten!$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{\frac{1}{\cancel{2}}(x^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} * \cancel{2}x}{\frac{1}{x}} = \lim_{x \to 1} \frac{\frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}}{\frac{1}{x}} = \lim_{x \to 1} \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 1}} = \frac{1}{0} => de\ l`Hospital\ NICHT\ einsetzbar!$$

$Die\ Argumentation\ läuft\ nun\ so, dass\ wir\ uns\ 1\ von + \infty\ her\ annähern,$
$da\ wir\ in\ die\ andere\ Richtung\ eine\ negative\ Wurzel\ erhalten\ würden!$

$$Wenn\ man\ nun \frac{1}{fast\ 0}\ dividiert, erhält\ man + \infty! \infty\ ist\ also\ unser\ Grenzwert$$

$$Zum\ besseren\ Verständnis: \left(\frac{1}{0.00000001}\right) = 100000000, daraus\ folgt \frac{1}{0.0000 \ldots 0001} = \infty$$