Aufgabe 1: EAN: Redundanz

Der EAN-13-Barcode kann 10^{12} unterschiedliche Zahlen kodieren und verwendet dazu 95 Bit inklusive Rand- und Trennzeichen. Der EAN-13-Barcode kodiert eine dezimale Ziffer mit 7 Bit, entweder nach Code A, B oder C. Im vorderen Teil werden diese Ziffern nach Code A oder B codiert, im hinteren Teil werden diese Ziffern nach Code C codiert.

a) Wie groß ist die Redundanz R_v für eine dieser Ziffern im vorderen Teil und R_h für eine dieser Ziffern im hinteren Teil?

b) Wie groß ist die Redundanz des gesamten EAN-13-Codes?

Aufgabe 2: IEEE-16

Gegeben sind die folgenden im 16-Bit-Gleitpunktformat $\mathbb{F}(2, 11, -14, 15, \text{true})$ codierten Zahlen, welches Sie bereits aus Übungsblatt 3 (Aufgabe 3) kennen:

$$
\begin{aligned}
A &= 0\,00100\,0110101000 \\
B &= 0\,00010\,1101101000 \\
C &= 0\,00100\,0010100000 \\
D &= 1\,00100\,0000000000
\end{aligned}
$$

Führen Sie mit den Zahlen folgende Berechnungen durch und codieren Sie das Ergebnis jeweils im angegebenen Gleitpunktformat. Runden Sie mittels *round to odd*.

a) $A + B$

b) $\frac{C}{D}$

Aufgabe 3: Polynomcode

Ein Polynomcode soll Nachrichten mit dem Generatorpolynom $G(x) = x^5 + x^4 + x + 1$ absichern.

a) Sichern Sie die Nachricht '010100' ab und geben Sie das zu übertragende Codewort an.

b) Sie empfangen das Codewort '10101010000'. Wurde das Codewort fehlerhaft übertragen? Begründen Sie Ihre Antwort.

c) Nehmen Sie an, dass alle Zeichen gleich wahrscheinlich sind. Wie groß ist die Redundanz dieses Codes?

Aufgabe 4: Shannon-Zerlegung

Gegeben sei die Boole'sche Funktion $f(x_1, x_2, x_3) = [(x_1 \equiv x_2) \vee (x_1 \oplus x_3)] \wedge (x_2 \equiv x_3)$, wobei $\equiv$ für die Äquivalenzfunktion steht und $\oplus$ das exklusive Oder (XOR) bezeichnet.

a) Bestimmen Sie die Shannon-Zerlegung von f nach x_1. Vereinfachen Sie die Kofaktoren $f_{1,1}(x_2, x_3)$ und $f_{1,0}(x_2, x_3)$ derart, dass sie nicht die Konstanten 0 und 1 enthalten.

b) Erstellen Sie die Wahrheitstabelle für f und vereinfachen Sie f mittels BDD. Die Variablenreihenfolge ist x_1, x_2, x_3. (Sie dürfen mit den Merge/Delete-Regeln oder mit Beads arbeiten.)

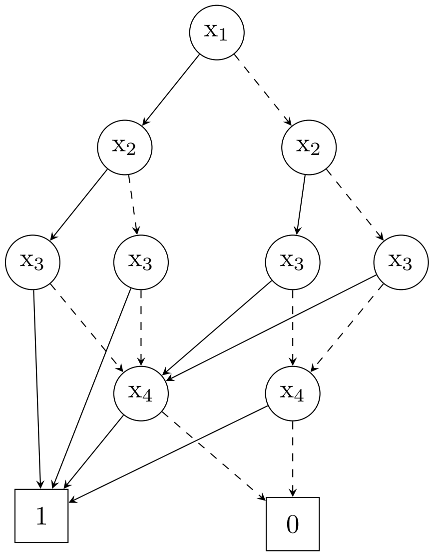
c) Lesen Sie eine disjunktive Form aus dem BBD aus, indem Sie auf allen möglichen Wegen von der Wurzel zu $\boxed{1}$ die Variablenbelegungen "aufsammeln". Dabei werden die Variablen entsprechend der Kantentypen negiert oder nicht negiert. Die (negierten oder nicht negierten) Variablen auf einem Weg mit $\wedge$ und die Boole'schen Ausdrücke der verschiedenen Wege schließlich mit $\vee$ verknüpft.

Hinweis: Es gibt nur zwei Wege und die beiden Boole'schen Ausdrücke beinhalten jeweils genau zwei Variablen.

d) Welche einfachere Form kann man unter Zuhilfenahme anderer Boole'scher Operatoren für den Ausdruck aus c) finden?

Aufgabe 5: BDD

a) Gegeben ist folgendes Binary Decision Diagram. Vereinfachen Sie dieses mit den in den Folien behandelten *merge* und *delete* Regeln.



b) Erstellen Sie eine Wahrheitstabelle für das BDD aus a) mit der Variablenreihenfolge $\pi = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$. Schreiben Sie anschließend die Ergebnisse der Wahrheitstabelle als Bead nieder. Konstruieren Sie aus diesem Bead einen BDD.

c) Gegeben ist folgende ITE-Struktur mit den Variablen x_1, x_2, x_3, x_4

IF x_1 THEN
    IF x_2 THEN 0
    ELSE
        IF x_3 THEN 0
        ELSE 1
ELSE
    IF x_4 THEN
        IF x_2 THEN 1
        ELSE 0
    ELSE 1

Lesen Sie diese ITE-Struktur und stellen Sie diese als Wahrheitstabelle dar!

Aufgabe 6: BDD

a) Generieren Sie aus der folgenden ITE-Struktur eine Wahrheitstabelle.

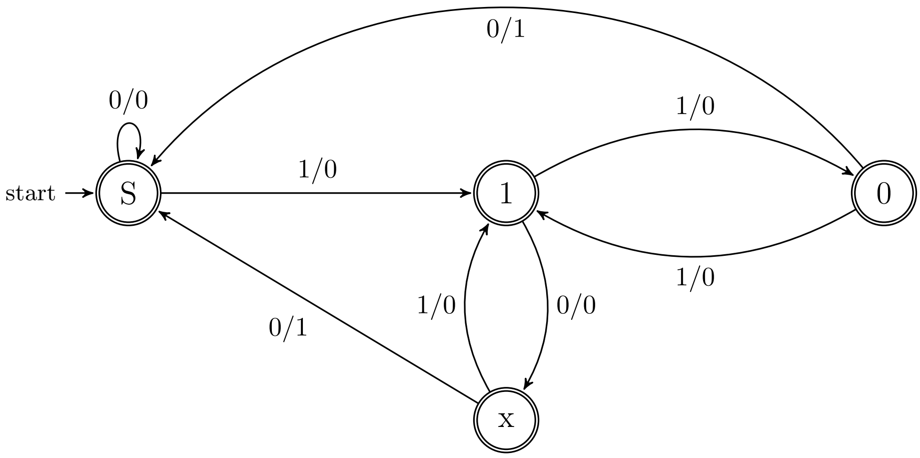
```
IF x1 THEN
        IF x2 THEN
                IF x3 THEN 1
                ELSE 0
        ELSE 1
ELSE
        IF x2 THEN
                IF x3 THEN 1
                ELSE 0
        ELSE
                IF x3 THEN 0
                ELSE 1
```

b) Lesen Sie die Wahrheitstabelle aus a) aus und erzeugen Sie mittels Bead ein BDD. Die Variablenreihenfolge ist dabei beliebig.

c) Manchmal ist es möglich, ein BDD zu optimieren, indem eine bessere Reihenfolge der Variablen gewählt wird. Finden Sie gegebenenfalls eine Reihenfolge der Variablen, die als Ergebnis ein kleineres BDD als Ihre Lösung aus a) besitzt.

Aufgabe 7: Automaten

a) Fragen zu einem Zustandsautomaten:



	wahr	falsch
1. Beim dargestellten Automaten handelt es sich um einen Mealy-Automaten.		
2. Der dargestellte Automat ist vollständig und deterministisch.		
3. Der dargestellte Automat ist endlich.		
4. Der dargestellte Automat kann unendlich lange Eingaben verarbeiten.		
5. Der dargestellte Automat verfügt über vier Eingänge und einen Ausgang.		
6. Sobald der Automat gestartet wurde gibt er '0' aus.		
7. Wird im Zustand x '1' eingelesen, wird '0' ausgegeben.		
8. Wenn nach dem Start das Eingabesymbol '0' gelesen wird, befindet sich der Automat jedenfalls im Zustand 1.		

b) Wandeln Sie den oben gezeigten Automaten in einen Moore-Automaten um.

Aufgabe 8: Entwurf eines Zustandsgraphen

Zeichnen Sie den Zustandsgraphen eines Mealy-Automaten, das der nachfolgenden Beschreibung entspricht.

Der Automat soll am Ausgang A logisch '1' ausgeben, sobald n mal logisch '1' gefolgt von m mal logisch '0' auftritt. Wobei gilt $m = (n \bmod 3) + 1$ und $n >= 1$.

Beispiel:
E = 1111000001001111111100101110110100
A = 0000010000010000000000000001000001

Hinweis: Aufgabe 7 enthält einen ähnlichen Automaten mit $m = (n \bmod 2) + 1$