Modellbildung in der Physik VU

4. Übungsangabe für 17. Dezember 2013

Institut für Angewandte Physik

Beispiel 15

[*2 Punkte*]

Eine, an einer Feder (Federkonstante D) aufgehängte Kugel (Masse $m = 1\,\mathrm{kg}$) ist in ein Wasserbecken eingetaucht. Die Reibungskraft ($F_R = -b \cdot v$) ist proportional zur Geschwindigkeit der Kugel. Die Frequenz f_d der gedämpften Schwingung ist $1.2\,\mathrm{Hz}$. Die Resonanzfrequenz f_{res} beträgt $1.1\,\mathrm{Hz}$.

Wie groß ist die Federkonstante D sowie die Reibungskonstante b?

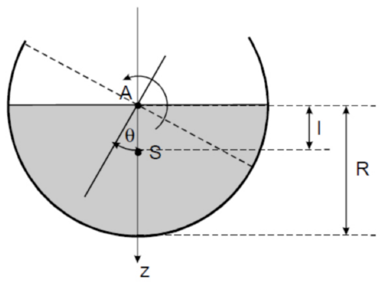
Beispiel 16

[*3 Punkte*]

Ein kugelförmiges Gefäß mit dem Radius R ist zur Hälfte mit Wasser gefüllt. Durch leichtes Kippen wird das Wasser in Schwingung versetzt. In der ersten Näherung wird angenommen, dass die Flüssigkeit eine starre Halbkugel ist, welche um die Achse A (siehe Skizze) schwingt. Dieses System stellt somit ein physikalisches Pendel dar. Bei bekanntem Trägheitsmoment um die Achse A kann die Bewegung des Körpers vollständig durch die Bewegung des Schwerpunktes S beschrieben werden.

1. Berechnen Sie allgemein die Eigenkreisfrequenz des physikalischen Pendels.

2. Berechnen Sie allgemein die Eigenfrequenz und die Periodendauer der Schwingung für $R = 3\,\mathrm{cm}$.



Beispiel 17

[*3 Punkte*]

Stellen Sie sich vor, wir hätten ein empfindliches Gerät, das nicht funktioniert, wenn es waagerechten Schwankungen ausgesetzt ist. Senkrechte Schwankungen machen jedoch nichts aus. Daher montieren wir das Gerät auf eine Platte, die auf einem ebenen, reibungsfreien, waagerechten Tisch aufliegt. Eine dünne Luftschicht bildet die reibungsfreie Unterlage. Um die Platte daran zu hindern, vom Tisch zu gleiten, müssen wir für irgendeine waagerechte Führung sorgen.

Nehmen Sie an nun , dass Wände, Fußboden und Decke alle mit Frequenzen **von** $20\,\mathrm{Hz}$ **aufwärts schwingen**, wobei die gefährlichste Schwingung bei 20 Hz liegt. **Ist die Platte fest mit den Wänden verbunden, dann sei die Schwingungsamplitude** 100 **mal größer, als wir zulassen dürfen** . Die Masse von Gerät und Platte sei $10\,\mathrm{kg}$.

Was sollen wir tun? Wir koppeln das Gerät und seine Platte mittels eines Tiefpassfilters mit den Wänden. Dieses besteht aus je einer Feder in der $x-$ und in der $y-$Richtung. Jede der Federn hat die Federkonstante K.

Bestimmen Sie die Federkonstante so, dass das empfindliche Gerät verlässlich funktioniert.

Beispiel 18

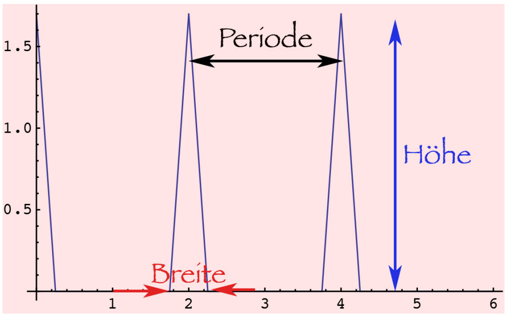
[*4 Punkte*]

Wir sprechen von einem symmetrischen Sägezahn, wenn Vorder-und Hinterkante jedes Zahnes denselben Anstieg haben. (Siehe Abbildung) Bei einer der Spitzen (Zahnpunkte) sei $t = 0$. Berechnen Sie die Fourierreihe des periodischen Sägezahnes $f(t)$ wobei Sie die Periode, die Breite des Zahnes sowie die Höhe variieren sollen.

Berechnen Sie die Fourierkoeffizienten (für eine Darstellung der Funktion mittels Fourierreihe). Direkt durch Berechnung der entsprechenden Integrale! Sie können dazu Mathematica verwenden!

Stellen sie diese graphisch dar

Kann man eine Aussage über die Abhängigkeit der Fourierkoeffizienten von ihrer Ordnung n machen?



Überprüfen Sie die Richtigkeit ihrer Ergebnisse durch Rekonstruktion der Funktion und Vergleich mit $f(t)$. Graphisch!

Untersuchen und diskutieren Sie die Ergebnisse mittels Mathematica bezüglich des Einflusses des Verhältnisses Periode zu Breite!

Mathematica File hochladen!

Beispiel 19

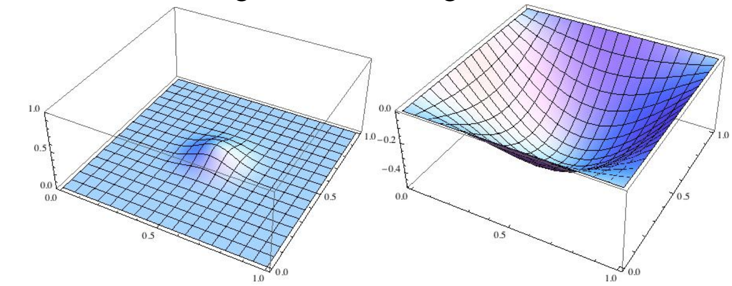
[*5 Punkte*]

Eine Membran der Dichte ρ sei auf einen rechteckigen Rahmen der Dimension $L1xL2$ mit der Spannung σ gespannt. Ein solches zweidimensionales Problem kann durch die Wellengleichung

$$\frac{\rho}{\sigma}\frac{\partial^2}{\partial t^2}u(x,y,t) - \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)u(x,y,t)$$

beschrieben werden.

Lösen sie dieses Problem mittels Mathematica durch numerisches Lösen der partiellen Differentialgleichung. Dazu überlegen sie sich zuerst die dem Problem adäquaten Randbedingungen, z.B. u(l1,y,t)=0. Für die Anfangsbedingungen könne sie einerseits u(x,0,t)=0 wählen und andererseits für die Anfangsgeschwindigkeit (Anregung zum Zeitpunkt $t = 0$) eine geeignete Funktion, die mit den Randbedingungen konsistent ist z.B. siehe Abbildung unten für 2 Möglichkeiten:



Hinweis: *Für die Anfangsgeschwindigkeit verwenden Sie die Mathematicafunktion Derivative und nicht einfach D. Warum?*

Wie muss die Membran angeregt werden, damit sie in einer möglichen Eigenschwingung schwingt?

Wie verhält sie sich sonst?

Zeigen Sie dies an möglichen Lösungen. Mathematicafile muss für Punkte abgegeben werden.