TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
WIEN

Institut f. Stochastik u. Wirtschaftsmathematik

Schriftliche Prüfung

Statistik u. Wahrscheinlichkeitstheorie (f. Inf.)

LVA–Nr.: 107.254

VO: W 2016

Prüfer: W. Gurker

30 – 11 – 2017

Nachname			
Vorname			
Kenn	033	Matr	

Der folgende Teil wird nur vom Prüfer ausgefüllt!

1		2		3		4	
5		6		7		8	

Pkt: (40)	Note:
	Gesamt:

VO – Prüfung StatWth16 f. Inf. (107.254) bei Prof. GURKER

(A) Schriftlicher Teil

Dauer: 2 Stunden

Unterlagen: Skriptum (ausgedruckt), Buch, Folien (ausgedruckt)
Formelsammlung

Punkte: Acht Aufgaben zu je fünf Punkten (Punkte für Aufgabenteile in eckigen Klammern, z. B. [2])

Gesamt	Note		
[0,20)	5	$\longrightarrow$	Prüfung wiederholen!
[20,25]	4		
(25,32]	3		
(32,37]	2		
(37,40]	1		

Sonstiges: Benötigt werden ein Taschenrechner sowie Utensilien (Lineal, Bleistift, . . .) für die Erstellung von einfachen Zeichnungen.

Nicht erlaubt sind (internetfähige) Computer, Tablets, Smartphones, . . .

Alles auf die beigefügten Blätter schreiben. (Bei Bedarf die Rückseiten verwenden.)

Termine/Anmeldung: TISS

Ergebnisse: Aushang am Institut
(Grüner Bereich, 6. Stock)

(B) Mündlicher Teil

Voraussetzung: Schriftlicher Teil positiv

Ort: Im Zimmer von W. Gurker
(Grüner Bereich, 6. Stock)

Termine/Anmeldung: Bei Fr. Vater im Sekretariat des Instituts
(Grüner Bereich, 6. Stock)
E – Mail: daniela.vater@tuwien.ac.at
Tel.: + 43 (1) 58801 – 10561

ACHTUNG: Ab dem folgenden Pr-Termin ändert sich der bisherige Pr-Modus (schriftl. + mündl.) auf nur mehr **schriftlich** (2-stündig, mit Unterlagen).

Betrachten Sie die folgende (bereits geordnete) Stichprobe der Größe $n = 10$:

$$2.2 \quad 7.2 \quad 7.8 \quad 8.7 \quad \boxed{9.0 \quad 10.3} \quad 10.9 \quad 13.3 \quad 14.8 \quad 15.8$$

[2] Zeichnen Sie die empirische Verteilungsfunktion.

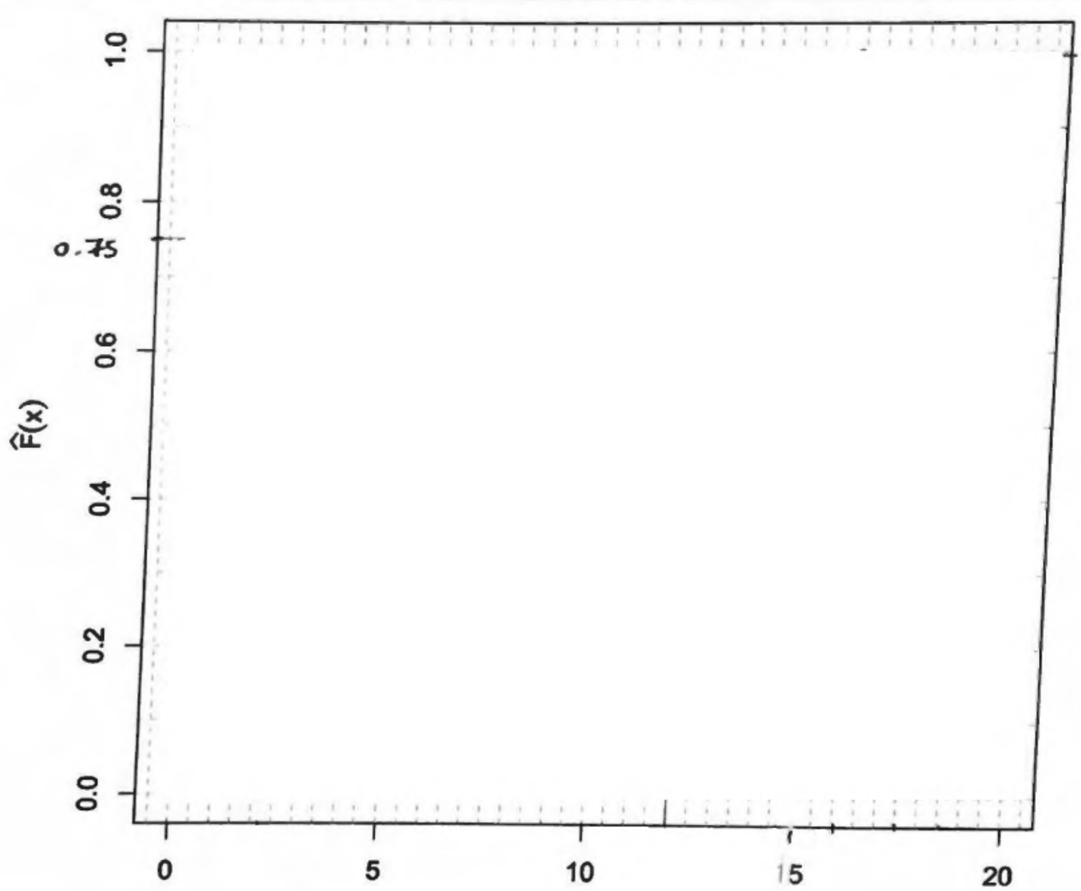
[1] Bestimmen Sie grafisch das 3. Quartil (Typ 4).

[1] Bestimmen Sie den Stichprobenmittelwert.

[1] Bestimmen Sie die Stichprobenvarianz und -streuung.

---

a)



Betrachten Sie die folgende – bereits geordnete – Stichprobe der Größe $n = 13$:

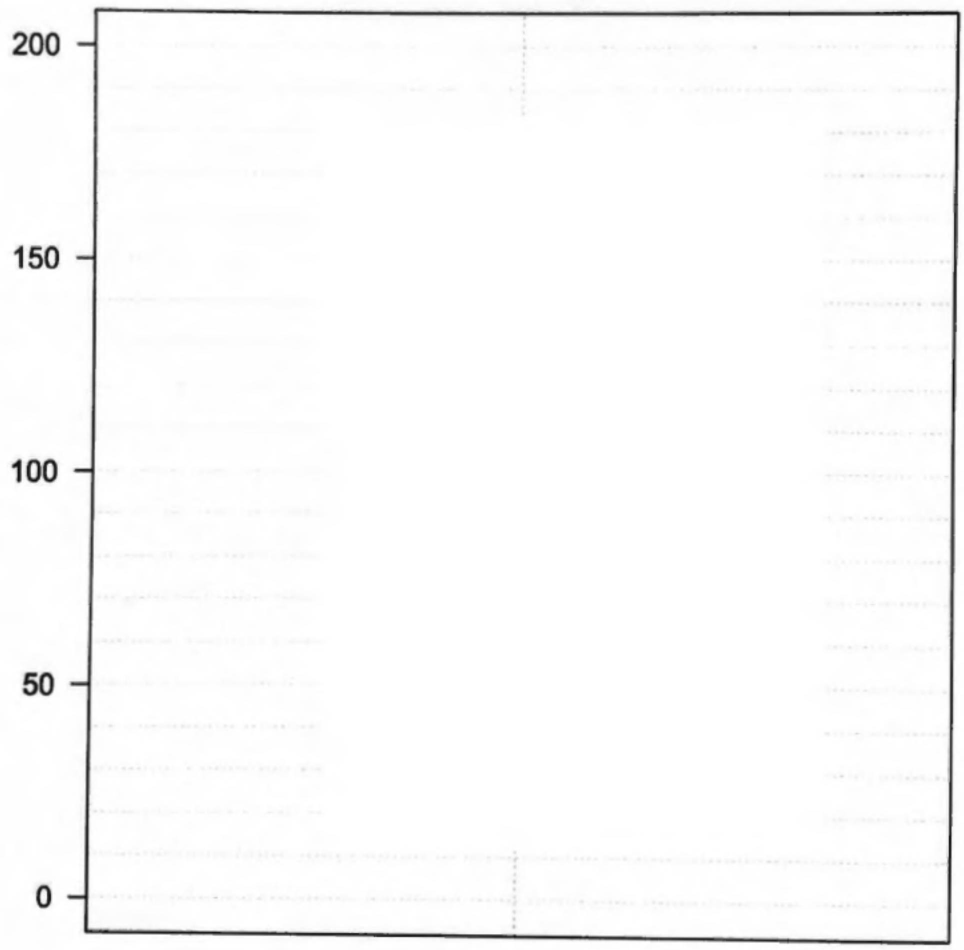
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$x_{(i)}$	23	47	70	75	78	83	88	97	102	111	115	139	170

[1] Bestimmen Sie den Median.

[1] Bestimmen Sie die Hinges.

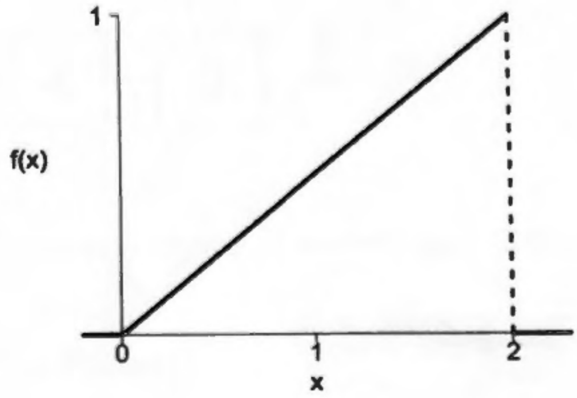
[1] Bestimmen Sie auf Basis der Hinges die Fences.

[2] Zeichen Sie in die unten stehende Grafik den Boxplot der Daten.



Die Dichte einer sG X ist gegeben wie folgt:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & 0 < x < 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$



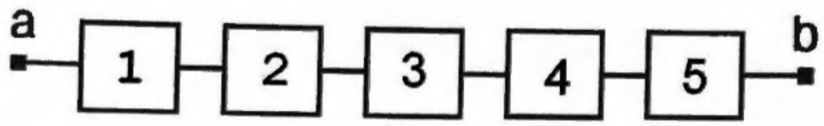
[1] Bestimmen Sie den Erwartungswert von X.

[1] Bestimmen Sie die Varianz von X.

[2] Bestimmen und skizzieren Sie die Verteilungsfunktion von X.

[1] Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz von $Y = 3X - 1$.

Die logische Struktur eines Systems sei gegeben wie folgt:



Die Lebensdauern der Komponenten seien unabhängig und identisch verteilt mit Dichte:

$$f(x) = \frac{1}{2} e^{-x/2}, \; x > 0 \quad (= 0 \text{ sonst})$$

Wenn X die Lebensdauer des Systems ist, bestimmen Sie:

[2] die Verteilungsfunktion von X

[1] die Dichte von X (Verteilung?)

[1] den Erwartungswert und die Streuung von X

[1] den Median von X

[2] Eine Ärztin ist nur zu 50% davon überzeugt, dass bei einer Person eine bestimmte Erkrankung vorliegt. Zur Klärung führt sie einen Schnelltest durch, der zwar bei Vorliegen der Krankheit mit Sicherheit positiv reagiert, aber auch zu 20% ein falsch positives Ergebnis liefert. Wenn nun der Test positiv reagiert, wie groß ist danach die Überzeugung der Ärztin? (**Hinweis:** Bayes'sche Formel)

---

[1] Wenn der Radius eines Kreises zwischen 0 und 10 stetig uniform verteilt ist, welche Kreisfläche kann man erwarten? (**Hinweis:** LoTUS)

---

[2] Welche der folgenden R–Commands generieren $n = 100$ unabhängige Realisationen einer sG mit der Dichte von **Aufgabe 3**? Begründung? (**Hinweis:** Inversionsmethode)

☐	☐	☐
`u <- runif(100)` `x <- u/2`	`u <- runif(100)` `x <- 2*sqrt(u)`	`u <- runif(100)` `x <- 2*u`

[2] Die gemeinsame W-Funktion von (X, Y) ist gegeben wie folgt:

$$p(x, y) = \frac{1}{3} \quad \text{für} \quad (x, y) = (-1, 1),\ (0, 0),\ (1, 1)$$

Dann gilt für den Korrelationskoeffizienten ρ von X und Y:

☐ $\rho = -1$ ☐ $\rho = 0$ ☐ $\rho = 1$

(**Hinweis:** Eine Zeichnung ist hilfreich.)

[1] $X_1, X_2, \ldots, X_{10}$ seien zehn unabhängige und identisch nach $\mathsf{N}(5, 10)$ verteilte sG[illegible]
Dann gilt für die Verteilung von $\overline{X} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} X_i$:

☐ $\overline{X} \sim \mathsf{N}(5, 10)$ ☐ $\overline{X} \sim \mathsf{N}(5, 100)$ ☐ $\overline{X} \sim \mathsf{N}(5, 1)$

[2] Ein Test besteht aus 25 Multiple-Choice–Fragen mit jeweils 3 Antwortmöglichkeiten, von denen immer nur genau eine richtig ist (aber alle plausibel sind). Mit welcher Wahrscheinlichkeit besteht jemand, der/die nur rät, den Test, wenn mehr als die Hälfte der Fragen richtig beantwortet sein müssen? (**Hinweis:** ZGVS mit Stetigkeitskorrektur)

Für die durchschnittliche Brenndauer einer Stichprobe aus $m = 9$ Glühlampen einer bestimmten Produktion ergab sich $\overline{x} = 1309$ [h] mit einer Standardabweichung von $s_X = 420$ [h]. Für eine zweite Stichprobe aus $n = 16$ Glühlampen aus einer anderen Produktion ergab sich eine durchschnittliche Brenndauer von $\overline{y} = 1205$ [h] mit einer Standardabweichung von $s_Y = 390$ [h]. Wenn es sich um (unabhängige) Stichproben von $X \sim \mathsf{N}(\mu_X, \sigma_X^2)$ bzw. $Y \sim \mathsf{N}(\mu_Y, \sigma_Y^2)$ handelt:

[2] Bestimmen Sie ein 95% Konfidenzintervall für die mittlere Brenndauer μ_X von Glühlampen aus der ersten Produktion.

---

[1] Unter der Annahme $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$, bestimmen Sie den gepoolten Varianzschätzer s_p^2.

---

[2] Unter der Annahme $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$, testen Sie mit $\alpha = 5\%$ auf Gleichheit der beiden Mittelwerte, d. h., testen Sie:

$$\mathcal{H}_0 : \mu_X = \mu_Y \quad \text{gegen} \quad \mathcal{H}_1 : \mu_X \neq \mu_Y$$

---

[2] Bei einer Telefonbefragung unter 100 zufällig ausgewählten Geschäftsleuten äußerten sich 63% zufrieden mit dem Verlauf des Weihnachtsgeschäfts. Bezeichnet p diesen Anteil unter allen Geschäftsleuten, wie lautet der ML–Schätzwert von p? (Mit Herleitung!)

---

[1] Forts. der vorherigen Aufgabe: Bestimmen Sie das 95% Wald–Intervall für p.

---

[2] Stammen die folgenden Beobachtungen aus einer stetigen uniformen Verteilung auf dem Intervall $(0, 1)$? (Testen Sie mit $\alpha = 5\%$.)

Klasse	(0,0.2]	(0.2,0.4]	(0.4,0.6]	(0.6,0.8]	(0.8,1]
Häufigkeit	11	22	14	23	30
