

Schriftliche Prüfung
**Statistik und
Wahrscheinlichkeitstheorie**

Studienrichtung: Informatik
Vorlesung: o.Prof. R. Viertl
Übung/schriftl. Prüfung: W. Gurker
2-stündig mit Unterlagen

30. 1. 2012

[Pro Beispiel 2 Punkte; insgesamt wenigstens 8 Punkte.]

1. Betrachten Sie die folgende Stichprobe des Fettgehalts (in %) von $n = 10$ zufällig ausgewählten Hotdogs:

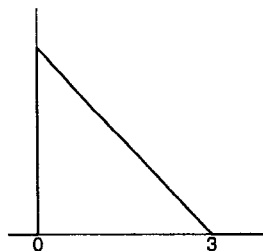
✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓
25.2, 21.3, 22.8, 17.0, 29.8, 21.0, 25.5, 16.0, 20.9, 19.5

Zeichnen Sie die empirische Verteilungsfunktion und bestimmen Sie für die Stichprobe: Mittelwert, Median, Varianz, Streuung.

2. Eine Komponente wird auf das Vorliegen eines bestimmten Defekts getestet. Es ist bekannt, daß etwa 1% der Komponenten den Defekt aufweisen. Auf Basis einer genauen Analyse des Tests weiß man, daß 95% der defekten Komponenten als solche erkannt werden, aber auch 8% der intakten Komponenten als defekt klassifiziert werden. Wenn nun eine Komponente als defekt klassifiziert wird, wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß sie tatsächlich defekt ist? (*Hinweis*: Bayes'sche Formel.)

(*Extrapunkt*: Geben Sie eine anschauliche Erklärung für die (unerwartet?) niedrige Wahrscheinlichkeit.)

3. Die Dichte einer stochastischen Größe X sei gegeben wie folgt:



Bestimmen Sie die genaue Form der Dichte sowie die Verteilungsfunktion (+ Skizze).

4. Berechnen Sie für die stochastische Größe X von **Bsp-3** den Mittelwert und die Varianz/Streuung. (*Hinweis*: Nehmen Sie zur Varianzberechnung den Verschiebungssatz.)

5. Ein System besteht aus drei hintereinander geschalteten Komponenten. Die Lebensdauern der Komponenten seien unabhängige exponentialverteilte stochastische Größen mit den Mittelwerten 20, 30, 60 (Einheit: h). Ermitteln Sie für die Lebensdauer des Systems: Verteilungsfunktion, Dichte, Mittelwert, Streuung, Median.
6. Für eine stochastische Größe X mit Merkmalraum $M_X = \{1, 2, 3\}$ gilt ($0 < p < 1/2$):

$$P\{X = 1\} = P\{X = 3\} = p, \quad P\{X = 2\} = 1 - 2p$$

Eine Stichprobe des Umfangs $n = 100$ ergibt:

x	1	2	3
Häufigkeit	14	74	12

Bestimmen Sie den plausiblen Schätzwert von p .

7. Wenn es sich bei den Daten von **Bsp-1** um eine Stichprobe aus einer Normalverteilung $N(\mu, \sigma^2)$ handelt, bestimmen Sie jeweils 95% Konfidenzintervalle für den Mittelwert μ , die Varianz σ^2 und die Streuung σ .
8. Stammen die folgenden $n = 48$ Beobachtungen:

x	0	1	2	3	4	5	6
Häufigkeit	9	9	10	14	2	2	2

aus einer Poissonverteilung P_μ ? Nehmen Sie den Chiquadrat-Anpassungstest mit $\alpha = 0.10$. Schätzen Sie den unbekannt Parameter μ mittels \bar{x} und nehmen Sie die Klasseneinteilung: $\{0\}$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{4, 5, \dots\}$.

Bitte beachten: Schreiben Sie alle Rechenschritte und Zwischenergebnisse auf die beiliegenden Blätter. Lediglich hingeschriebene Ergebnisse – auch wenn sie richtig sein sollten – werden nicht gewertet!

Ergebnisse der schriftlichen Prüfung:
 Ab Di 31. 1. 2012 16:00 (Aushang am Institut)
Mündliche Prüfung: Do 2., Fr 3. u. Di 7. 2. 2012
 In die aufliegenden Listen eintragen!