Theoretische Informatik und Logik
Übungsblatt 3 (SS 2016)

Aufgabe 3.1 Drücken Sie folgende Prädikate jeweils als Boolesche Ausdrücke aus oder argumentieren Sie, warum das nicht möglich ist. Verwenden Sie dabei die **offizielle Syntax** für $\mathcal{BA}(\mathcal{D})$, d.h. **keine** der zusätzlichen Notationsvereinbarungen, die auf den Vorlesungsfolien erwähnt werden.

a) Über $\mathcal{D} = \mathsf{FamX}$: x ist eine Cousine (ersten Grades) von y.

b) Über $\mathcal{D} = \mathsf{FamX}$: x ist ein Großmutter.

c) Über $\mathcal{D} = \mathbb{Z}$: Entweder x oder y ist negativ (aber nicht beide zugleich).

d) Über $\mathcal{D} = \mathbb{N}$: x ist eine ungerade Zahl.

e) Über $\mathcal{D} = \mathbb{N}$: x ist mindestens doppelt so groß wie y, aber kleiner als 4.

f) Über $\mathcal{D} = \mathbb{S}$: Wenn x leer ist, dann enthält y höchstens 3 Binärzeichen.

Aufgabe 3.2 Zeigen Sie durch Induktion, dass $2^{|t|}$ eine obere Schranke für die größte Zahl ist, die durch einen variablenfreien Term t über $\mathbb{N}$ dargestellt werden kann ($|t|$ bezeichnet die Länge von t).
Hinweis: Machen Sie den Induktionsanfang und die Induktionsannahme explizit.

Aufgabe 3.3 Untersuchen Sie eine Variante der Programmiersprache $AL(\mathcal{D})$, in der es keine <u>while</u>-Schleife, dafür aber <u>repeat</u>-<u>until</u>-Schleifen gibt. *Genauer:*

a) Spezifizieren Sie eine Bedingung (AL4') zur Festlegung der Syntax und eine entsprechende Bedingung (MAL4') zur Festlegung der Semantik der üblichen <u>repeat</u>-<u>until</u>-Schleifenkonstruktion.
Hinweis: Formulieren Sie die Bedingungen ohne Rückführung auf die <u>while</u>-Schleife!

b) Überprüfen Sie Ihre Definitionen durch schrittweise Auswertung des Programms
$\underline{\text{repeat}}\ \underline{\mathrm{x}} \leftarrow \underline{\mathrm{x}} \underline{+} \underline{2}\ \ \underline{\text{until}}\ \underline{\mathrm{x}} \underline{\geq} \underline{\mathrm{y}}$ in einem Environment I mit $I(\underline{\mathrm{x}}) = 0$ und $I(\underline{\mathrm{y}}) = 3$ über $\mathbb{Z}$.

Aufgabe 3.4 Formalisieren Sie folgende Sätze als PL-Formeln. Wählen Sie dabei jeweils zunächst eine geeignete Signatur und geben Sie die Kategorie (inklusive Stelligkeit) und die intendierte Bedeutung aller Elemente der Signatur vollständig an.
Hinweis: Gehen Sie davon aus, dass die jeweilige Domäne ausschließlich aus Personen besteht.

a) Eva ist zweifache Mutter.

b) Jeder Buchhalter prüft mindestens zwei Angestellte, die ihn nicht kennen.

c) Leila ist eine Professorin, die alle Studierenden kennt, die sie benotet.

d) Alle Mütter, aber nicht alle Väter, kennen alle ihre Kinder.

Hinweise: Wenn keine eindeutige Lösung nahe liegt, so diskutieren Sie mögliche Alternativen.

Aufgabe 3.5 Beweisen oder widerlegen Sie die Behauptung, dass das Axiom der Transitivität der Theorie der Totalordnungen (Folie 419) von der Menge der anderen drei Axiome (Reflexivität, Antisymmetrie, Totalität) unabhängig ist.