Analysis für Informatik und Wirtschaftsinformatik (Dorfer)

Prüfung am 2. März 2012

Name: Matrikelnummer:

---

1. Man bestimme alle relativen Extremwerte und Sattelpunkte der Funktion

$$f(x,y) = 2x^2y - xy^2 + 4xy \qquad ((x,y) \in \mathbb{R}^2).$$

2. Man berechne folgende Integrale:

$$\text{(a)} \int x^2 \cdot \cos x \, dx, \qquad \text{(b)} \int_0^\infty \frac{e^x \, dx}{1+e^{2x}}.$$

Hinweis für (b): Man substituiere $u = e^x$.

3. Man betrachte die beiden Folgen $a_n = \ln(n^2)$ und $b_n = (\ln n)^2$, $n \geq 1$.

   (a) Welche der beiden Folgen $(a_n)_{n\geq 1}$ oder $(b_n)_{n\geq 1}$ wächst schneller für $n \to \infty$ (mit Begründung!)? Wie kann man diese Beziehung zwischen $(a_n)_{n\geq 1}$ und $(b_n)_{n\geq 1}$ mit Hilfe der Landau-Symbole o bzw. O ausdrücken?

   (b) Man zeige, dass die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ divergiert.

4. Man beschreibe die Ansatzmethode zur Lösung von homogenen linearen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten zweiter Ordnung:

$$y'' + ay' + by = 0$$

Welche drei Lösungsfälle müssen unterschieden werden?

5. Beantworten Sie die folgenden Fragen bzw. überprüfen Sie die nachstehenden Aussagen über reelle Funktionen f (bitte Richtiges ankreuzen, falsche Antworten führen zu Abzügen):

f ist stetig in x_0, wenn	$\forall\varepsilon > 0\ \exists\delta > 0$: $\lvert f(x) - f(x_0)\rvert < \varepsilon \Rightarrow \lvert x - x_0\rvert < \delta$, $\exists\varepsilon > 0\ \forall\delta > 0$: $\lvert x - x_0\rvert < \delta \Rightarrow \lvert f(x) - f(x_0)\rvert < \varepsilon$, $\forall\varepsilon > 0\ \exists\delta > 0$: $\lvert x - x_0\rvert < \delta \Rightarrow \lvert f(x) - f(x_0)\rvert < \varepsilon$.
Die Aussage „wenn f stetig ist, dann ist f differenzierbar“ ist	wahr, falsch.
Wenn $f'(x_0) < 0$, dann ist	f monoton wachsend in einer Umgebung von x_0, f monoton fallend in einer Umgebung von x_0, an der Stelle x_0 einer relatives Extremum von f.
Wenn $f'(x_0) = 0$ und f' streng monoton fallend, dann ist bei x_0 ein	relatives Minimum, relatives Maximum, Wendepunkt.
Ist $f''(x) > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$, dann ist f	konvex, konkav.
Die Funktion $\tan x$ ist stetig auf dem Intervall	$(0,\pi)$, $(-\pi,\pi)$, $(-\pi/2,\pi/2)$.
Die Exponentialfunktion e^x ist für $x \in \mathbb{R}$	beschränkt, streng monoton wachsend, differenzierbar.
Eine stetige Funktion f auf einem abgeschlossenem Intervall $[a,b]$	ist beschränkt, nimmt ein Maximum und eine Minimum an, besitzt eine Umkehrfunktion, nimmt den Wert $(f(a)+f(b))/2$ als Funktionswert an.

Punkteverteilung: jedes Beispiel bringt 8 Punkte **Arbeitszeit: 100 Minuten**