| **Technische Grundlagen der Informatik** | | | **Test 1**<br>**04.11.2016**<br>90 Minuten<br>**Gruppe A** |
|---|---|---|---|
| Matrikelnr. | Nachname | Vorname | Unterschrift |
| | | | |

Deckblatt sofort ausfüllen und unterschreiben!

Bitte deutlich und nur mit **Kugelschreiber** schreiben. Unleserliche Antworten werden nicht gewertet!

Geben Sie bei Rechenaufgaben den **Lösungsweg** an!

Buch, Mitschriften, Ausdrucke von Folien, Handys, Taschenrechner etc. sind nicht zugelassen!

Zusatzblätter werden nicht akzeptiert!

Bei **Ankreuzfragen** werden Minuspunkte auf Teilaufgaben übernommen. Das Minimum je Gesamtaufgabe beträgt 0 Punkte.

| | | |
|---|---|---|
| 1 | [7] | [ ] |
| 2 | [10] | [ ] |
| 3 | [7] | [ ] |
| 4 | [8] | [ ] |
| 5 | [13] | [ ] |
| 6 | [14] | [ ] |
| 7 | [10] | [ ] |
| 8 | [12] | [ ] |
| 9 | [10] | [ ] |
| 10 | [9] | [ ] |
| Summe | [100] | [ ] |

1. *(7 Punkte)* Von der Zahl $Y$ ist die Darstellung in einem unbekannten Zahlensystem mit Basis $b$ ($b > 1$) gegeben. Zusätzlich ist der Wert der Zahl $Y$ im Hexadezimalsystem bekannt.

$$Y = (15)_{16} = (41)_b$$

(a) Berechnen Sie die Basis $b$. Geben Sie Ihren Rechengang an!

$1 \cdot 16 + 5 = 4 \cdot b + 1$

$21 = 4b + 1$

$20 = 4b$

$b = 5$

(b) Wandeln Sie die Hexadezimaldarstellung von $Y$ direkt in die Binärdarstellung um!

$(00010101)_2$

2. *(10 Punkte)* Gegeben ist die 12 Bit lange Zahl $Z$ in oktaler Notation: $Z = (1726)_8$

(a) Wandeln Sie die Zahl $Z$ in die binäre Darstellung um!

$(001\ 111\ 010\ 110)_2$

(b) Interpretieren Sie die Bitfolge '1|110|1010' als codierte Zahl in der jeweils angegebenen Darstellung. Geben Sie den entsprechenden dezimalen Wert an!

| **Interpretation in Darstellung** | **Dezimaler Wert** |
|---|---|
| Exzessdarstellung mit Exzess $e = (64)_{10}$ | 170 |
| Zweierkomplement | -22 |
| Festpunktzahl mit 4 Nachkommastellen | -6,625 |
| $\mathbb{F}(2, 5, -2, 3, \mathit{true})$ analog zu IEEE 754 *Single Precision* | -13 |

Notizen:

00010101
1
00010110
16

11101010
- 01000000
10101010
128 32 8 2
40
170

110
011
011

$\frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$

$(1,1010) \cdot 2^3$
$(1101)_2$

$5 : 8 = 0,625$
50
20
40

128 16 8 1

3. *(7 Punkte)* Die Zahl $Z = (10011001)_2$ ist in einer Exzessdarstellung mit Exzess $e$ codiert. Der decodierte dezimale Wert der Zahl $Z$ beträgt $(-31)_{10}$.
Berechnen Sie den Exzess $e$ und geben Sie diesen binär **und** dezimal an!

$Z_e = 128 + 25 = 153$

$Z = (-31) = -(00011111)_2$

$e = (184)_{10} = (10111000)_2$

$$\begin{array}{r} 153 \\ -(-) \; 31 \\ \hline 184 \end{array}$$

$Z_e = Z + e$

$$\begin{array}{r} 10011001 \\ + \; 00011111 \\ \hline 10111000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 128 + 32 + 16 + 8 \\ + \; 56 \\ \hline 184 \end{array}$$

4. *(8 Punkte)* Stellen Sie die gegebene dezimale Festpunktzahl im IEEE 754 *Single Precision*-Format dar! Tragen Sie Ihre Lösung in den vorgedruckten Raster ein, indem Sie alle Felder ausfüllen, und geben Sie Ihren Rechenweg an!

$$X = (2^4 + 2^3 + 2^{-2})_{10} = (11000{,}01)_2$$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$(1{,}100001)_2 \cdot 2^4$

$$e = \begin{array}{r} 01111111 \\ + \; 00000100 \\ \hline 10000011 \end{array}$$

5. *(13 Punkte)* Es gilt das aus der Übung bekannte Gleitpunktformat $\mathbb{F}(2, 11, -14, 15, true)$ mit Formatbreite 16 Bit und **impliziter** Darstellung des ersten Bits. Mit Ausnahme der kleineren Formatbreite ist das Gleitpunktformat analog zum IEEE 754 *Single Precision*-Format aufgebaut.

Gegeben sind zwei Zahlen X und Y:

$$X = (-15,625)_{10}$$
$$Y = (-1,03D)_{16}$$

(a) Wandeln Sie die Zahlen X und Y in das vorgegebene Gleitpunktformat um. Geben Sie den Rechenweg an und runden Sie gegebenenfalls mittels *truncate*!

X: 15 : 2 = 1
7 : 2 = 1
3 : 2 = 1
1 : 2 = 1
0 : 2

$-(1111,101)_2$ $\quad -(1,111101)_2 \cdot 2^3$

0,625 · 2 = 1,250
0,250 · 2 = 0,5
0,5 · 2 = 1

  01111
+ 00011
  10010

X: 1 10010 1111010000

Y: $-(0001,0000\,0011\,1101)_2$ $\quad -(1,0000001111)_2 \cdot 2^0$

Y: 1 01111 0000001111

(b) Berechnen Sie binär $A + B$ und stellen Sie das Ergebnis wieder im gegebenen Format dar! Runden Sie dabei mittels *round to nearest* und bei $x = \hat{x}$ mit *round to even.* Geben Sie die Werte von Guard- und Round-Digit sowie des Sticky-Bits an!

$$A = (1\ 10011\ 1110110000)_2$$
$$B = (1\ 10000\ 0101011111)_2$$

B = 1 10011 0001010101 111

+1 1110110000 0

10 0001011011 111

10 0001011100

A + B = 1 10100 0000101110

1

6. *(14 Punkte)* Kreuzen Sie an, ob es sich um gültige oder ungültige Aussagen handelt!
*(richtig: +2 Punkte, falsch: -2 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte; Minimum: 0 Punkte)*

| gültig | ungültig | |
|---|---|---|
| ○ | ○ | Im IEEE 754 *Single Precision*-Format können alle rationalen Zahlen im Intervall $[-1; +1]$ exakt dargestellt werden. |
| ○ | ☒ | Beim Rechnen mit Gleitpunktzahlen der IEEE 754-Zahlensysteme gilt Assoziativität. |
| ○ | ☒ | Wenn das MSB einer Zahl in Exzessdarstellung 1 ist, handelt es sich immer um eine positive Zahl. |
| ○ | ○ | Im Zweierkomplement sind mit $m$ Bits genau $2^m$ verschiedene Zahlen darstellbar. |
| ☒ | ○ | Im Einerkomplement gibt es für die Zahl 0 zwei Darstellungen. |

Stellen Sie die gegebenen Sonderfälle des IEEE 754 Single Precision-Format dar! Tragen Sie Ihre Lösung in den vorgedruckten Raster ein!

(a) $-\infty$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

(b) $NaN$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

---

Notizen:

7. *(10 Punkte)* Gegeben ist der folgende beschädigte EAN-13 Barcode, dessen schadhafte Stelle mit einem schwarzen Balken überdeckt ist:

3 682166 001[redacted]37

imp Prüf

(a) Kennzeichnen Sie die implizite Ziffer und die Prüfziffer des gegebenen EAN-13 Barcodes!

(b) Ermitteln Sie mittels Prüfgleichung den Wert der beschädigten und somit unbekannten Stelle!

$$z_1 + 3z_2 + z_3 + 3z_4 + z_5 + 3z_6 + z_7 + 3z_8 + z_9 + 3z_{10} + z_{11} + 3z_{12} + p \equiv 0 \; mod \; 10$$

$3 + 3\cdot 6 + 8 + 2\cdot 3 + 1 + 3\cdot 6 + 6 + 3\cdot 0 + 0 + 3\cdot 1 + x + 3\cdot 3 + 7 \equiv 0 \bmod 10$

18 6 18 0 0 3 9

21 29 35 36 54 60 63 72 79

$x + 79 \equiv 0 \bmod 10$

$x = 1$

(c) Ein EAN-13-Barcode besteht aus 95 gleich breiten Bereichen (= Bits), wobei jeder Bereich schwarz (= 1) oder weiß (= 0) sein kann. Die Randsymbole sind 3 Bit breit, das Trennsymbol in der Mitte 5 Bit.
**Berechnen** Sie, mit wie vielen Bits beim EAN-13-Barcode eine Ziffer codiert wird!

$\begin{array}{r} 95 \\ -11 \\ \hline 84 \end{array}$ $84 : 12 = 7$ 7 Bits

Notizen:

8. *(12 Punkte)* Bei einer mittels Polynomcodierung gesicherten Übertragung wird das Codewort '01100011100' empfangen. Das Generator-Polynom sei: $G(x) = x^3 + x^2 + 1$

(a) Geben Sie den Grad $r$ des Generator-Polynoms an!

$r = 3$

(b) Ist bei der Übertragung eine erkennbare Störung aufgetreten? Führen Sie zur Überprüfung die Polynomdivision durch und begründen Sie!

$$(x^9 + x^8 + x^4 + x^3 + x^2) : (x^3 + x^2 + 1) = x^6 + x^3 + x^2$$
$$-\ x^9 + x^8 + x^6$$
$$0\ 0 + x^6 + x^4 + x^3$$
$$-\ x^6 + x^5 + x^3$$
$$0\ x^5 + x^4 \quad + x^2$$
$$x^5 + x^4 \quad + x^2$$
$$0R$$

Da kein Rest keine Störung

? (c) Das Datenwort '011101' soll mittels obiger Polynomcodierung codiert werden. Berechnen Sie das codierte Wort und geben Sie dieses in binärer Darstellung an!

$$M(x)\ (x^4 + x^3 + x^2 + 1) \cdot x^3 = x^7 + x^6 + x^5 + x^3$$

$$(x^7 + x^6 + x^5 + x^3) : (x^3 + x^2 + 1) = x^4 + x^2$$
$$-\ x^7 + x^6 + x^4$$
$$0\ 0 + x^5 + x^4 + x^3$$
$$-\ x^5 + x^4 + x^2$$
$$x^3 - x^2$$

$$T(x) \overset{+r}{=} M(x) - R(x)$$

$$x^7 + x^6 + x^5 + x^3 - x^3 + x^2$$

$$T(x) = x^7 + x^6 + x^5 + x^2$$
$$(11100100)_2$$

9. *(10 Punkte)* Gegeben sei ein Hamming-Code mit 12 Bit Codewortlänge.

(a) An welchen Stellen liegen die Daten- und Prüfbits im Codewort? Tragen Sie in nachfolgender Tabelle unterhalb des jeweiligen Codebits $c_i$ ein, ob es sich um ein Datenbit $d_j$ oder ein Prüfbit $p_k$ handelt! Die ersten drei Felder sind bereits vorausgefüllt.

| $c_1$ | $c_2$ | $c_3$ | $c_4$ | $c_5$ | $c_6$ | $c_7$ | $c_8$ | $c_9$ | $c_{10}$ | $c_{11}$ | $c_{12}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $p_1$ | $p_2$ | $d_1$ | $p_3$ | $d_2$ | $d_3$ | $d_4$ | $p_4$ | $d_5$ | $d_6$ | $d_7$ | $d_8$ |

(b) Wie lautet die Prüfgleichung für $p_3$?

$p_3 = (c_5 + c_6 + c_7 + c_{12}) \bmod 2$

(c) Angenommen, Sie empfangen das Codewort '011100100010'. Die empfangenen Prüfbits an den Stellen $c_1$ und $c_8$ stimmen nicht mit den neu berechneten Prüfwerten überein. Welches Bit im Codewort wurde während der Übertragung gestört?
(Unter der Annahme, dass nur ein Bit gestört wurde.)

$p_1 = (c_3 + c_5 + c_7 + c_9 + c_{11}) \bmod 2 = 1 \neq 0$

$p_2 = (c_3 + c_6 + c_7 + c_{10} + c_{11}) \bmod 2 = 1$

$p_4 = (c_9 + c_{10} + c_{11} + c_{12}) \bmod 2 = 1 \neq 0$

$c_9$ ist falsch

$p_3 = (c_5 + c_6 + c_7 + c_{12}) \bmod 2 = 1 = 1$

(d) Lesen Sie aus Teilaufgabe c) das korrigierte **Daten**wort aus!

1001 1010

---

Platz für Notizen:

? 10. *(9 Punkte)* Gegeben sei ein zyklischer Code $C$, der das Codewort '101' enthält.

(a) Aus welchen Codewörtern besteht dieser Code zumindest? Listen Sie die Codewörter auf!

$C = \{111, 000, 010\}$

(b) Welche Aussagen treffen auf den nachfolgend gegebenen Code $X$ zu?
*(richtig: +2 Punkte, falsch: -2 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte)*

X={'0101','1111,'0000','1010'}

| gültig | ungültig | |
|---|---|---|
| O | ⊠ | Durch Hinzufügen eines Paritätsbits (gerade Parität) erhöht sich die Hamming-Distanz dieses Codes. |
| ⊠ | O | Für jedes Codewort $(x_0x_1x_2x_3) \in X$ gilt $(x_2x_3x_0x_1) \in X$. |
| O | ⊠ | Der Code ist kein linearer Blockcode. |

0101
$\oplus$ 1111
1010

---

Platz für Notizen: