

1. Gegeben sei die reelle Folge (a_n) mit $a_n = \frac{2n^2 + 10}{n^2 + 1}$ für $n \geq 0$.

- Berechnen Sie die ersten 5 Glieder der Folge.
- Beweisen Sie, dass die Folge (a_n) streng monoton ist.
- Geben Sie eine obere und eine untere Schranke der Folge (a_n) an.
- Ist die Folge (a_n) konvergent – warum bzw. warum nicht? Berechnen Sie gegebenenfalls den Grenzwert $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

2. Mittels Partialbruchzerlegung berechne man das bestimmte Integral

$$\int_3^5 \frac{3}{x^2 - 3x + 2} dx.$$

3. Man bestimme die allgemeine Lösung der inhomogenen linearen Differentialgleichung

$$y' - y \tan(x) = 1.$$

4. Kurvendiskussion für Funktionen in einer Variablen mit Hilfe der Differentialrechnung:
Geben Sie zu den angeführten Begriffen jeweils eine Definition, notwendige und hinreichende Bedingungen sowie ein einfaches Beispiel (mit Skizze) an.

- Monotonie
- Extremwerte
- Konvexität
- Wendepunkte

5. Beantworten Sie die nachstehenden Fragen zu den Extrema der Funktion

$$f(x,y) = e^x (x^3 - 5x^2 + 7x + y^2 - 7)$$

(bitte ankreuzen; es können keine, genau eine oder auch mehrere Antworten zutreffend sein):

Für das Aufsuchen von lokalen Extrema von f ist die Bedingung $\text{grad } f = \mathbf{0}$	<input type="checkbox"/> notwendig <input checked="" type="checkbox"/> hinreichend <input checked="" type="checkbox"/> notwendig und hinreichend
In stationären Punkten von f gilt	<input checked="" type="checkbox"/> $f = 0$ <input type="checkbox"/> $f_x = f_y = 0$ <input type="checkbox"/> $f_{xx} = f_{xy} = f_{yy} = 0$
Im Punkt $(0,0)$ liegt ein *)	<input type="checkbox"/> lokales Minimum <input checked="" type="checkbox"/> lokales Maximum <input type="checkbox"/> Sattelpunkt der Funktion f .
Im Punkt $(3,0)$ liegt ein *)	<input type="checkbox"/> lokales Minimum <input checked="" type="checkbox"/> lokales Maximum <input type="checkbox"/> Sattelpunkt der Funktion f .
Im Punkt $(-1,0)$ liegt ein *)	<input type="checkbox"/> lokales Minimum <input checked="" type="checkbox"/> lokales Maximum <input type="checkbox"/> Sattelpunkt der Funktion f .
In einem lokalen Minimum von f ist die Hesse-Matrix	<input type="checkbox"/> positiv definit <input checked="" type="checkbox"/> negativ definit <input type="checkbox"/> indefinit
Ein lokales Extremum ist immer auch ein globales Extremum:	<input type="checkbox"/> ja <input checked="" type="checkbox"/> nein
Ein globales Extremum liegt stets am Rand des vorgegebenen Definitionsbereichs von f :	<input type="checkbox"/> ja <input checked="" type="checkbox"/> nein

*) Hinweis: Die Funktion besitzt drei stationäre Punkte $(0,0)$, $(3,0)$, $(-1,0)$, ferner ist $f_{yy} = 2e^x$ und die Determinante D der Hesse-Matrix beträgt $D = 2e^{2x} (x^3 + x^2 - 7x - y^2 - 3)$.

Zeit: 100 Minuten

Prüfungsergebnisse bis Freitag, 27. 03. 2020, siehe TISS